RESULTADOS DE UNA INVESTIGACIÓN UTILIZANDO EL MODELO DE VAN HIELE EN EL ESTUDIO DE DOS PROPIEDADES DE LA CIRCUNFERENCIA APLICANDO CABRI

Alejandro Miguel Rosas Mendoza, Carla Kerlegand Bañales
Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada-IPN México
alerosas@ipn.mx, kerabar@yahoo.com
Campo de investigación: Pensamiento Geométrico Nivel: Medio Superior

Resumen. *En esta investigación se analiza el nivel de razonamiento geométrico, de acuerdo a la escala de Van Hiele (Braga, 1990), de un grupo de estudiantes de bachillerato al trabajar con dos propiedades de la circunferencia, para que en otra etapa de la investigación se pueda emplear como recurso tecnológico el software de Geometría Dinámica Cabrí Géomètre. En la segunda etapa haciendo uso de la teoría de la visualización y el software Cabrí pudimos lograr que a partir del nivel en que se encontraban los estudiantes lograran pasar al siguiente nivel.*
Palabras clave: van hiele, nivel, fase, cabrí

Introducción

Esta problemática surgió a partir de la observación del trabajo de estudiantes de bachillerato en donde muchos de ellos tienen dificultades para resolver problemas de aplicación que involucran algunas propiedades de la circunferencia, a pesar de haberlas estudiado de manera previa. En nuestra experiencia profesional hemos observado que los alumnos tienen ciertos conocimientos geométricos que lamentablemente son menores a los que se supone debieran poseer de acuerdo al grado escolar en que se encuentran, de modo que los ejercicios y aplicaciones correspondiente al programa de estudio les representan un alto grado de dificultad. Por esta razón un primer paso que se realizó fue comprobar estas suposiciones; es decir, que los alumnos se encuentran en algún nivel de razonamiento geométrico anterior al requerido para la solución de los problemas planteados y suponemos que, el diseño de una secuencia didáctica de acuerdo a las fases de aprendizaje señaladas en el modelo de van Hiele y que además explote las características de Cabrí permite el tránsito de ese nivel al inmediato superior.

Marco Teórico

El marco teórico elegido está compuesto por la teoría conocida como Modelo de van Hiele y la teoría de la Visualización. En van Hiele encontramos una explicación de cómo es la evolución del pensamiento geométrico de los estudiantes y tiene como componentes principales la Teoría de los Niveles de Aprendizaje que son:

Nivel 1: Reconocimiento o visualización

Nivel 2: Análisis

Nivel 3: Clasificación o abstracción

Nivel 4: Deducción, y

Nivel 5: Rigor

De acuerdo a Fauz y Donosti (s.f.), estos niveles no están asociados a la edad, explicación que nos permite utilizar esta teoría en nuestros alumnos de nivel superior. Además citan a van Hiele

> "…Es más, se señala que cualquier persona, y ante un nuevo contenido geométrico a aprender, *pasa por todos esos niveles y, su mayor o menor dominio de la geometría, influirá en que lo haga más o menos rápidamente*" (Fauz y Donosti, s.f., p. 67)

Una segunda parte muy importante del modelo mencionado son las Fases de Aprendizaje que son cinco en total:

Fase 1: Preguntas/información

Fase 2: Orientación dirigida

Fase 3: Explicación

Fase 4: Orientación libre

Fase 5: Integración

Por otra parte, la teoría de la Visualización, que se define como un proceso formador de imágenes para una mejor comprensión de los objetos matemáticos y para facilitar la construcción de nociones (Borba y Villarreal, 2005), y también como un proceso de validación de conjeturas (Stylianides y Stylianides, 2005). En este sentido, Cabrí se muestra como una herramienta útil en la formulación de conjeturas y en la validación de soluciones.

Una vez definido el marco teórico, en la investigación empleamos esta metodología:

a) Análisis preliminar mediante un cuestionario referente a la circunferencia para determinar el nivel de razonamiento geométrico de los estudiantes.

b) Diseño y aplicación de una secuencia didáctica en Cabrí, siguiendo las fases de aprendizaje que sugiere el modelo de van Hiele.

c) Análisis de resultados y conclusiones.

Aunque la investigación ya se encuentra en la fase (c) de la metodología indicada antes, el presente reporte de investigación abarca sólo el primer punto de la anterior lista.

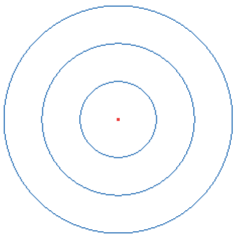
Desarrollo

Se aplicó un cuestionario de 8 preguntas a un grupo de 41 alumnos de 5º semestre de bachillerato, los cuales habían estudiado con anterioridad temas relacionados con la circunferencia dentro de su curso de Geometría Analítica. En base a lo que cada alumno contestó a cada una de las preguntas se le asignó a cada respuesta un valor entre 1 y 4 de acuerdo al nivel de razonamiento mostrado, según el modelo de van Hiele.

El cuestionario aplicado consistió de las siguientes preguntas:

1.- ¿Cómo defines a una circunferencia?

2.- Observa las siguientes figuras.



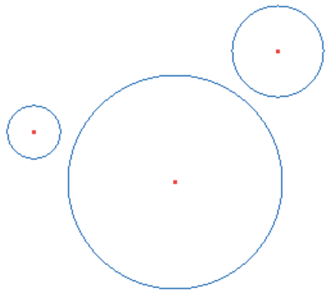
¿Encuentras semejanzas entre ellas? ________________________

Si la respuesta es afirmativa, ¿en qué consisten esas semejanzas?

¿Encuentras diferencias entre ellas? ________________________

Si la respuesta es afirmativa, ¿en qué consisten esas diferencias?

3.- Observa las siguientes figuras:



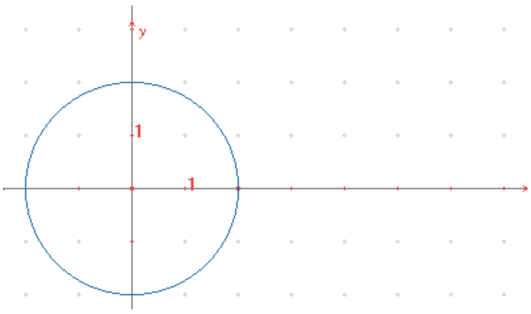
¿Encuentras semejanzas entre ellas? ________________________

Si la respuesta es afirmativa, ¿en qué consisten esas semejanzas?

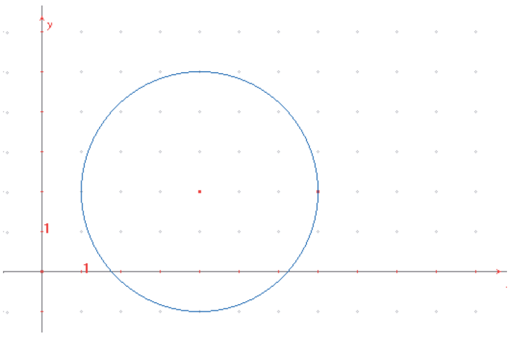
¿Encuentras diferencias entre ellas? ________________________

Si la respuesta es afirmativa, ¿en qué consisten esas diferencias?

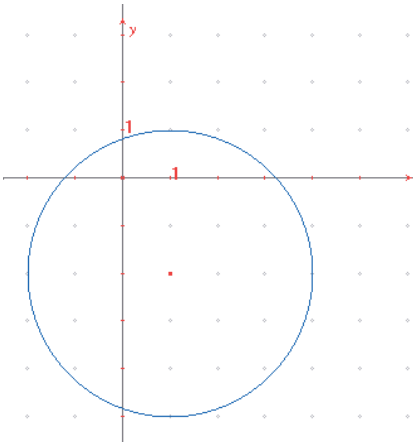
4.- Observa la siguiente figura y descríbela.



5.- Observa la siguiente figura y descríbela.



6.- La ecuación de la circunferencia es de la forma $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$, donde (h,k) son las coordenadas del centro y r es su radio. ¿Cuál de las ecuaciones dadas corresponde a la circunferencia mostrada en la siguiente figura?



a) $(x+1)^2+(y-2)^2=3$

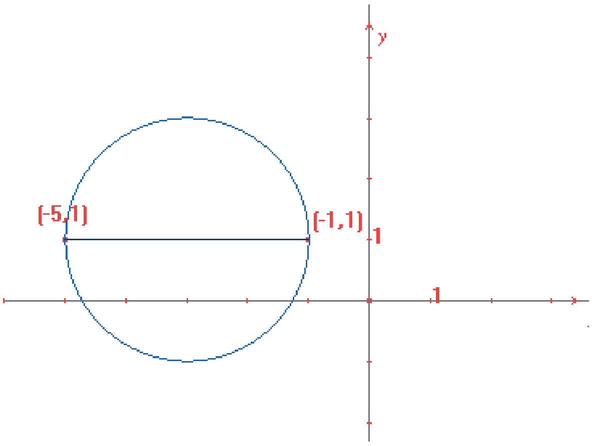
b) $(x+1)^2+(y-2)^2=9$

c) $(x-1)^2+(y+2)^2=3$

d) $(x-1)^2+(y+2)^2=9$

¿Por qué? ___________________

7.- Determina la ecuación de la siguiente circunferencia si el segmento mostrado es uno de sus diámetros:



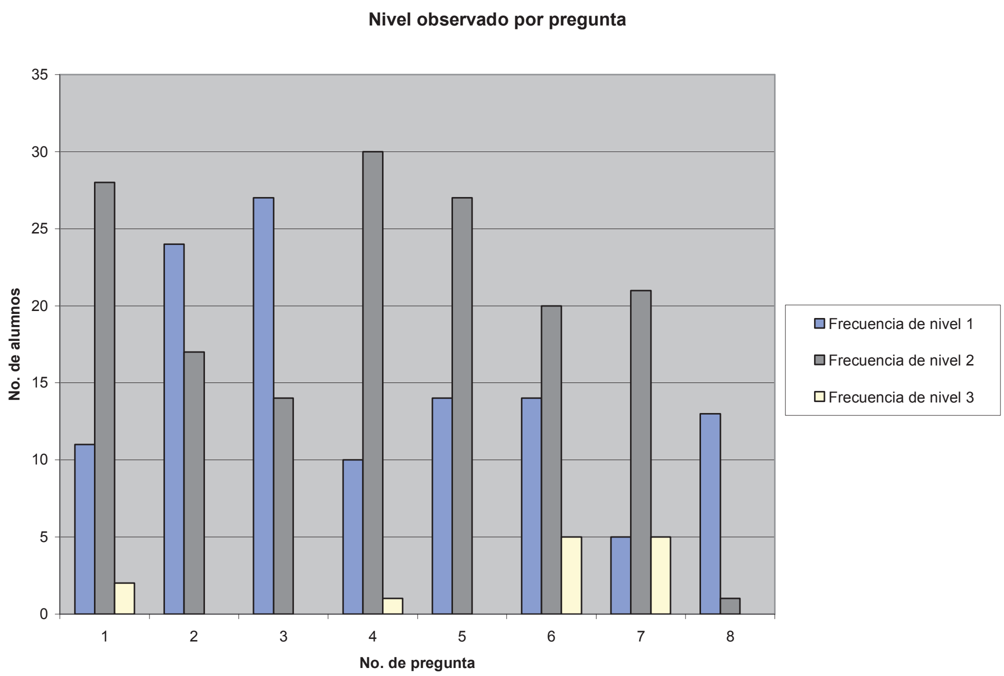
8.- ¿De qué manera se deduce la ecuación de la circunferencia $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$?

Los resultados que se obtuvieron son los siguientes

1.- El 39% de los alumnos (16 alumnos) muestra un nivel de razonamiento predominante en sus respuestas igual a 1 y el 61% restante (25 estudiantes) nivel 2. En el grupo ningún alumno dio respuestas en las que se observara nivel predominante de 3 ó 4, lo cual era lo esperado con base a nuestra experiencia con alumnos de este nivel en semestres anteriores.

Esto puede observarse en la gráfica siguiente

2.- Los niveles de razonamiento que predominaron en el grupo para cada pregunta fueron variables, como se observa en la siguiente gráfica:



Para las preguntas 2 y 3, en las cuales los estudiantes debían describir las semejanzas y diferencias entre algunas circunferencias, la mayor parte del grupo mostró nivel de razonamiento 1; lo cual es contrario a lo esperado ya que, habiendo llevado un curso previo sobre la circunferencia y siendo 892 estudiantes de bachillerato, en sus explicaciones utilizaban únicamente términos generales, como: tienen distinto tamaño, tienen la misma forma, etc., sin hacer mención de propiedades específicas como centro, radio o diámetro.

3.- En las preguntas 6 y 7 es donde se observó un mayor número de estudiantes con nivel de razonamiento 3. En ninguna de ellas se pide al alumno hacer descripciones o diferenciaciones, sino reconocer propiedades cuantitativas a partir de las figuras (y posteriormente utilizarlas para establecer su ecuación). Probablemente esto se deba al trabajo más arduo que se hizo en este sentido durante el curso previo que ellos llevaron.

4.- En algunos casos aislados se pudo observar lo siguiente:

A las ecuaciones que son opciones de respuesta para la pregunta 6, algunos estudiantes les llaman fórmulas.

Para argumentar su respuesta a esta misma pregunta, algunos alumnos describen relaciones entre los datos observados que en realidad no existen

Ante la pregunta 8, algunos alumnos mencionan que la pregunta no es clara, es decir, que el término deducir no tiene significado para ellos.

Conclusiones

De acuerdo a los programas de estudio los alumnos deben lograr ciertos objetivos dentro de la geometría, sin embargo la hipótesis de que su nivel de razonamiento geométrico no les permite lograr dichos objetivos fue corroborada.

Después de realizar la aplicación de un cuestionario de ocho preguntas de diverso índole, el análisis de las respuestas de los alumnos nos mostró que aunque los estudiantes hayan cursado temas de geometría su manejo de conceptos y terminología referentes a la geometría está por debajo del nivel de razonamiento que cabría esperar de ellos.

Hasta el momento se ha continuado la investigación mediante la selección de un subgrupo de cinco alumnos con los cuales se ha trabajado una actividad cuyo diseño se basó en van Hiele. El análisis y conclusiones de esa actividad conforman el bloque principal de la tesis de maestría de la profesora Carla Kerlegand, alumna de Maestría de Matemática Educativa del Programa de

Matemática Educativa de CICATA-IPN, algunos resultados aparecen en el trabajo (Rosas, A. y Kerlegand, C., 2009).

Referencias bibliográficas:

Braga, G. (1991). Apuntes para la enseñanza de la geometría. El modelo de enseñanza- aprendizaje de van Hiele. *Signos, Teorías y Prácticas de la educación, 4*, 52-57.

Borba, M. y Villarreal, M. (2005). Visualization, mathematics education and computer environments. En M. C. Borba y M. C. Villarreal (Eds.), *Humans-with-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking. Information and Communication Technologies, Modeling, Visualization and Experimentation* (pp. 79 - 99). U.S.A.: Springer.

Fouz, F. y Donosti, B. (s.f.). *Modelo de Van Hiele para la didáctica de la geometría*. Extraído el 23 de abril de 2007 desde www.divulgamat.net/weborriak/TestuakOnLine/04-05/PG-04-05-fouz.pdf

Rosas, A. y Kerlegand, C. (2009). Resultados de una investigación utilizando el modelo de van Hiele en el estudio de dos propiedades de la circunferencia aplicando Cabri. *Memorias del VI Congreso Iberoamericano de Educación Matemática 1* (pp. 1616-1621). Puerto Montt, Chile.

Stylianides, G. y Stylianides, A. (2005). Validation of Solutions of Construction Problems in Dynamic Geometry Environments. *International Journal of Computers for Mathematical Learning 10*, 31-47.