

MOSTRANDO LOS CONCEPTOS DIDÁCTICOS EN UNA CLASE DE ANÁLISIS MATEMÁTICO

Ana Elisa Ibañez

Facultad Regional Tucumán de la Universidad Tecnológica Nacional Argentina

anaibanez@arnet.com.ar

Campo de investigación: Pensamiento variacional

Nivel: Superior

Resumen. *Este trabajo tiene como objetivo mostrar algunas estrategias de enseñanza que pueden utilizar los docentes en el desarrollo de sus clases. Las mismas están dirigidas a ayudar a los alumnos a aprender a aprender y con la finalidad de lograr aprendizajes significativos; ya que, lo que necesitan en forma urgente los alumnos no es tanto más información, sino capacidad para organizarla, interpretarla y darle sentido. Al decir de Edgar Morin, lograr en los alumnos una cabeza bien puesta y no una cabeza repleta.*

Las estrategias que se muestran a través de la clase sobre el tema “Recta Tangente y recta normal a una curva”, se basan en una concepción constructivista del aprendizaje y la intervención educativa como convergencia de diversas corrientes psicopedagógicas.

Palabras Clave: educación continua, estrategias de enseñanza, aprendizaje significativo, corrientes psicológicas, técnica de la rejilla

Introducción

En este trabajo nos abocaremos a presentar las estrategias de enseñanza como aporte de la concepción constructivista al proceso enseñanza-aprendizaje, asumiendo ésta como la convergencia de diversas corrientes psicológicas, tales como:

- La psicología cognoscitiva.
- El enfoque psicogenético piagetiano.
- La teoría Ausebeliana de la asimilación y el aprendizaje significativo.
- El enfoque histórico-cultural Vigostkiano.
- La teoría de la actividad de Aleksei N Leóntiev
- Aunque estos enfoques se sitúan en concepciones teóricas diferentes, comparten el principio de la *importancia de la actividad constructiva del alumno.*

“La finalidad de la educación sustentada en la educación constructivista del aprendizaje en el salón de clase es promover los procesos de crecimiento personal del alumno en el marco de la cultura del grupo al que pertenece” (Frida Díaz Barriga, 2003)

“...estos aprendizajes no se producirán con éxito, a no ser que se suministre una ayuda específica a través de la participación del alumno en actividades intencionales, planificadas y sistemáticas que logren propiciar en éste una actividad mental constructiva” (César Coll, 2002).

Estas actividades deberán ser diseñadas por el docente, el cual deberá tener en cuenta las diferentes estrategias de enseñanza a aplicar para que el alumno se apropie significativamente de la nueva información, al mismo tiempo que selecciona las estrategias de aprendizaje que deberá desarrollar en el alumno.

Objetivo: Presentar, a través del tema *“Recta Tangente y recta normal a una curva”*, cómo se tienen en cuenta las estrategias de enseñanza en la planificación de una clase.

Marco Teórico: Se podría definir a las estrategias de enseñanza como “los procedimientos o recursos utilizados por el agente instruccional, el docente para este caso, para facilitar de forma intencionales procesamiento más profundo de la información nueva, para promover aprendizajes significativos” (Farmer & Wolf, 1991).

Existen variadas clasificaciones de estrategias instruccionales. La que se adopta en el presente trabajo es la que toma como punto de partida los procesos cognitivos en los que incide la estrategia.

El siguiente cuadro muestra la relación entre los tipos de estrategias y los procesos cognitivos en los que ellas inciden:

Tipos de estrategias de enseñanza	Incide en los procesos cognitivos siguientes
Objetivos o propósitos Preinterrogantes Actividad generadora de información previa	Activación de los conocimientos previos Generación de expectativas apropiadas
Organizadores previos Analogías	Para potenciar el enlace entre conocimientos previos y la información a aprender
Mapas conceptuales Redes semánticas Resúmenes	Promover una organización más adecuada de la información a aprender
Uso de estructuras textuales	Contribuye en la comprensión y recuerdo de la nueva información
Preguntas insertadas Ilustraciones Pistas o Claves Tipográficas o Discursivas	Orientan y mantienen la atención

Finalmente, el método de enseñanza utilizado en la clase práctica es el que permite el trabajo independiente de los alumnos, que tiene lugar cuando ellos emplean los conocimientos y capacidades que poseen y resuelven las tareas propuestas sin necesidad de que el profesor intervenga directamente para orientar cada detalle del trabajo, pero si, jugando siempre el papel de dirigente. Dentro de esta tendencia se desarrollan los llamados métodos activos, productivos, problemáticos y diversas técnicas de trabajo en grupos, de dinámica grupal. El empleo de estos métodos resulta imprescindible en un sistema educativo que se sustente en el enfoque histórico-cultural, la teoría de la actividad y tome presupuestos teóricos y metodológicos de la psicología cognoscitiva. Es por ello que se eligió la técnica de la rejilla para ser aplicada en el desarrollo de la clase práctica.

Ejemplo: Para el desarrollo del tema se requiere que el docente previamente reflexione acerca de las actividades que son necesarias realizar, para que las mismas tengan un carácter constructivo, y el aprendizaje que se logre sea significativo en el contexto particular de su aula. Se debe tener también en cuenta como elementos de análisis

aspectos tales como: características de los alumnos y del grupo, textos, materiales a emplear, organización del tema y su propia labor como docente.

En el desarrollo del ejemplo que se presenta se muestra como actúa un docente que tiene en cuenta lo antes señalado. También se destacan las estrategias de enseñanza que el docente puede utilizar.

El docente procede así:

Clase teórica

Tipo de clase: seminario de preguntas y respuestas

Tema: Recta tangente y recta normal a una curva

Recordar que cuando comenzamos la unidad titulada **Derivada**, les dije que este concepto tiene variadas aplicaciones. Una de esas aplicaciones la vamos a desarrollar en la clase de hoy.

Pero antes recordemos que en la 1ª clase vimos la definición de derivada:

- ¿Recuerdan cuál es?

-R

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = f'(x)$$

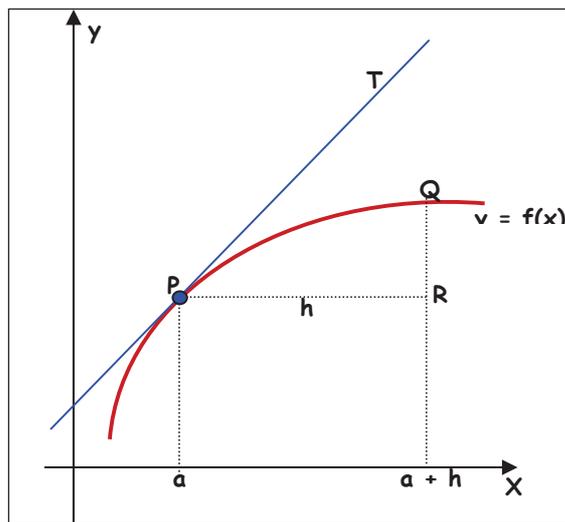
PI

Recordemos que luego de dar la definición de derivada de una función en un punto, vimos su interpretación geométrica. ¿Recuerdan cuál era?

Figura N° 1

$P(a, f(a))$
 $Q(a+h, f(a+h))$
 $QR = f(a+h) - f(a)$
 $y' = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$
 $y' = m_T$

PT



El valor de la derivada de una función en un punto es igual al valor que toma la pendiente de la recta tangente en ese punto.

También les dije en ese momento que luego de ver las reglas de derivación volveríamos sobre este tema para estudiar sus aplicaciones.

Hoy vamos a ver una de ellas; como el título lo indica, vamos a obtener las ecuaciones de la recta tangente y normal a una curva

Primero vamos a encontrar la ecuación de la recta tangente a la curva $y=f(x)$ en $x=a$ de acuerdo a la Fig. 1 y que designa con la letra T.

Observando la figura, vemos que:

$$f'(a)=m_T \text{ y que}$$

$P(a,f(a))$ es un punto de paso de T

Por lo tanto, ya tenemos las dos condiciones necesarias par escribir la ecuación de la recta T'. Para ello utilizaremos la ecuación $y - y_1 = m(x - x_1)$

Reemplazando nuestras dos condiciones resulta: $y - f(a) = f'(a) (x - a)$ que es la ecuación de la recta tangente a la curva $y = f(x)$ en $x = a$ } ET

Problema de aplicación } PT

a) Encontrar la ecuación de la tangente a la parábola $y = x^2 - 8x + 9$ en el punto (3,-6)

La ecuación a aplicar es:

$$y - f(a) = f'(a) (x-a) \text{ donde } a = 3; f(a) = -6 \text{ } f'(x) = 2x - 8; f'(3) = -2$$

por lo tanto la ecuación sería: $y = -2x$ } PT

Ahora debemos encontrar la ecuación de la recta normal a la curva en un punto. Les pregunto:

¿Cuál es la condición de perpendicularidad entre dos rectas?

R: Dadas dos rectas R_1 y R_2 son perpendiculares entre sí si se cumple que: } PI

$y' = m_T = f'(a)$

} PT

$m_1 \cdot m_2 = -1 \text{ o } m_1 = -1/m_2$

} PI

N es la recta normal a la curva $y = f(x)$ en $x=a$.

Sabemos que N es perpendicular a T, por lo tanto se cumple que; si la pendiente de N la designamos en m_N es:

$$m_N = -\frac{1}{m_T} = -\frac{1}{f'(a)} \quad \text{ET}$$

Como además N también pasa por el punto P, tenemos las dos condiciones para poder escribir su ecuación, la cual sería:

$$y - f(a) = -\frac{1}{f'(a)}(x - a) \quad \text{ET}$$

que es la **ecuación de la recta normal a la curva $y = f(x)$ en $x = a$** PT

Problema de aplicación

Al problema ya resuelto le agregamos:

Encontrar la ecuación de la recta normal a la misma curva y en el mismo punto. PD

La ecuación a aplicar es

$$y - f(a) = -\frac{1}{f'(a)}(x - a) \quad \text{ET}$$

reemplazo directamente los datos y obtengo:

$$y = \frac{1}{2}x - \frac{15}{2} \quad \text{PT}$$

Con este problema completamos la clase teórica.

En los últimos minutos hacemos una síntesis de los nuevos conceptos aprendidos. PD

- La ecuación de la recta tangente a la curva

$y = f(x)$ en $x = a$ es:

$$y - f(a) = f'(a)(x - a) \quad \text{ET}$$

- La ecuación de la recta normal a la curva

$y = f(x)$ en $x = a$ es:

$$y - f(a) = -\frac{1}{f'(a)}(x - a) \quad \text{ET}$$

- Las rectas tangentes y normal a la curva $y = f(x)$ en $x = a$ son perpendiculares

Res

entre si.

Clase Práctica

Tipo: Taller

Del material de trabajo 2006, abrimos en la página correspondiente al tema: *Recta tangente y recta normal a una curva*.

Para resolver estos ejercicios vamos a utilizar la “Técnica de la rejilla”

Como esta técnica ya la hemos utilizado en otras ocasiones, les recuerdo a grandes rasgos para qué sirve y en qué consiste.

Sirve para que ustedes manejen una gran cantidad de información en poco tiempo, que la analicen y sinteticen en equipo.

Consiste en formar equipos, cada uno de los cuales tendrá a su cargo la resolución de un ejercicio, en nuestro caso del 1 al 5. Les voy a dar para ello un determinado tiempo que será de 20 minutos.

Como son 5 los ejercicios a resolver, vamos a formar 5 equipos. Para ello van a numerarse por fila, así como están sentados, para luego escribir la grilla con los integrantes de cada uno de los equipos en el pizarrón. Comiencen.

Vemos que llegamos hasta el número 35, por lo que los equipos quedarían integrados de la siguiente manera:

	Equipo 1	Equipo 2	Equipo 3	Equipo 4	Equipo 5
Eq I	1;26;31	2	3	4	5
Eq II	6	7;27;32	8	9	10
Eq III	11	12	13;28;33	14	15
Eq IV	16	17	18	19;29;34	20
Eq V	21	22	23	24	25;30;35
	Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4	Ejercicio 5

De acuerdo al cuadro escrito en el pizarrón forman los equipos de trabajo. Recuerden que tienen 20 minutos para resolver el ejercicio asignado. Los equipos comienzan a trabajar; pueden consultar sus apuntes de clase y también al profesor para evacuar las dudas que le surgen en la resolución del ejercicio. Todos tratan de resolver en el tiempo estipulado, pero casi siempre es necesario concederles unos minutos más. Cuando todos los equipos han concluido, se pasa a la segunda fase de la técnica aplicada.

Para la segunda fase, vamos a hacer una reestructuración de los equipos: vamos a leer los equipos por fila, como se lo estoy marcando ahora en el pizarrón: EqI, EqII, EqIII, EqIV, EqV.

Como ejemplo vemos que el EqI está formado por los alumnos 1, 26, 31, 2, 3, 4, 5.

Esos nuevos equipos tienen la particularidad que cada uno de sus integrantes ha resuelto un ejercicio diferente. Volviendo al EqI, vemos que:

- los alumnos 1, 26 y 31 resolvieron el Ejercicio 1
- el alumno 2 resolvió el Ejercicio 2
- el alumno 3 resolvió el Ejercicio 3
- el alumno 4 resolvió el Ejercicio 4
- el alumno 5 resolvió el Ejercicio 5

Se inicia aquí una nueva etapa de la técnica de la rejilla, donde cada alumno explica al resto del equipo el ejercicio que él resolvió. Les voy a dar para esta etapa 20 minutos. Suele ocurrir que la explicación del alumno no es suficiente para que el resto entienda el ejercicio y debe intervenir el docente para dejar claro los puntos más complicados.

Cumplido el tiempo, pasamos ahora a realizar el plenario. Para ello necesitamos elegir cual de los cinco equipos explicará los ejercicios en el pizarrón.

Para realizar esta selección, tengo aquí un sobre que contiene 5 papelitos doblados en cuatro. Cuatro de ellos están vacíos y hay uno solo que dice **“Su equipo expone”**. Pase un integrante de cada equipo y saque un papelito.

Pasan los alumnos nº 26, 8, 15, 17 y 24. ¿A quién le tocó el papelito con la frase? Al nº15; por lo tanto explica los ejercicios el equipo EqIII

Para seleccionar al integrante del equipo que va a explicar cada uno de los ejercicios voy a poner ahora en el sobre 7 papelitos, cada uno con un número perteneciente a un integrante del equipo.

En este caso los papelitos contendrán los nº 11, 12, 13, 28, 33, 14 y 15.

Va a pasar un alumno de otro equipo y va a ir sacando papelitos, hasta obtener el quinto. Esos serán los que expongan y en el orden en que salieron. Los números extraídos, por orden, son: 28, 12, 15, 11 y 14. Por lo tanto pasa el alumno nº 28 a explicar el ejercicio nº 1, cuyo enunciado es el siguiente:

Ejercicio Nº 1 : Halle las ecuaciones de la recta tangente y normal a la siguiente curva, en el punto indicado: $y = x - 2$ $P(-2, .)$ $x+3$

El alumno comienza a desarrollar paso a paso el ejercicio en el pizarrón. Por lo general resuelve sin ayuda el ejercicio explicando cada uno de los pasos que realiza, ya que las dudas fueron evacuadas en las instancias anteriores. No obstante, al finalizar, y antes de pasar al segundo ejercicio, el profesor pregunta si está todo entendido. Si hay alguien que necesita una aclaración, la realiza el profesor.

En forma análoga, el profesor hace pasar al alumno que resolverá el 2º ejercicio y así sucesivamente hasta tener resuelto el 5º ejercicio.

Al finalizar la actividad el profesor insiste en aquellos aspectos más importantes del tema tratado y también pide la opinión de los alumnos sobre la técnica utilizada.

Referencia bibliográfica

Ander-Egg, E. (1999). *Interdisciplinariedad en educación*. Argentina: Magisterio del Río de la Plata.

Hannan, A. Silver, H. (2005). *La innovación en la Enseñanza Superior*. Madrid, España: Narcea.

Menin, O. (2002). *Pedagogía y Universidad*. Rosario, Argentina: Homo Sapiens Ediciones

Pérez Pantaleón, G. (2006). *Compilación de materiales para los cursos de pedagogía universitaria y didáctica*. Universidad Nacional de Tucumán, Argentina.

Polya, G. (1965). *Como plantear y resolver problemas*. México: Trillas.

Morin, E. (1999). *La cabeza bien puesta*. Argentina: Nueva Visión.

Baquero, R. (1999). *Vigotsky y el aprendizaje escolar*. Buenos Aires, Argentina: Aique.

Baquero, R. Luque, M. (2001). *Introducción a la psicología del aprendizaje escolar*. Buenos Aires, Argentina: Universidad Nacional de Quilmes Ediciones.

Pozo Municio, J. (1999). *Aprendices y maestros*. Madrid, España: Alianza Psicología Minor.

Referencia abreviaturas

 Organizadores Previos	 Estructura Textual	 Pista Tipográfica
 Analogías	 Pregunta Intercalada	
 Resumen	 Evaluación Diagnóstica	 Pista Discursiva