

## UNA ACTIVIDAD PARA EL APRENDIZAJE DE LA PROBABILIDAD, DISEÑADA CON EL MÉTODO HISTÓRICO CULTURAL DE VYGOTSKI Y LA TEORÍA DE LA ACTIVIDAD DE LEONTIEV

Jorge Gómez Arias

Escuela Superior de Física y Matemáticas del IPN

jgomez@esfm.ipn.mx

Campo de investigación: Pensamiento relacionado con probabilidad, estadística

México

Nivel: Medio y Superior

**Resumen.** *Se comienza viendo qué es la Zona de Desarrollo Próximo y qué convierte un material didáctico y tecnológico en una herramienta semiótica, aclarándose la íntima conexión del pensamiento de Vygotski con el de Leontiev. Luego se describe la estructura, aplicación y resultados de un examen-diagnóstico, usado como herramienta semiótica para introducir el tema de la probabilidad: su dialéctica con el azar y la incertidumbre, sus modalidades metodológicas y problemas básicos de modelación matemática, sus definiciones informales. Los resultados, puede apreciarse, fueron muy significativos.*

**Palabras clave:** Zona de Desarrollo Próximo, herramientas semióticas, probabilidad, actividad, examen-diagnóstico

### Introducción

En los últimos decenios han surgido nuevas propuestas para la enseñanza de las matemáticas, como las basadas en la tecnología educativa o las constructivistas. Desde su respectivo enfoque metodológico han mejorado las posibilidades de la práctica docente pero ninguna ha superado satisfactoriamente los problemas del aprendizaje. Los factores sociales (económicos, familiares, condiciones de las escuelas públicas) pesan demasiado en el rendimiento de los alumnos. Por eso, es importante comenzar este reporte planteando que la propuesta didáctica de Vygotski y Leontiev constituye una herramienta teórica muy adecuada para las condiciones en que trabajamos en nuestro medio. Dentro de la estructura psicológica de la actividad, son las interacciones de los alumnos con los profesores, con sus compañeros, consigo mismos (su lenguaje interno), siempre usando las herramientas semióticas, el factor principal en esta concepción, y es Leontiev quien proporciona una teoría consistente y viable de la actividad escolar.

416

En este caso, la meta inicial es que el alumno construya una caracterización adecuada del concepto central de la disciplina que es el objeto de aprendizaje: la probabilidad. Así que la primera actividad del curso está enfocada a esa construcción, para lo cual se emplea una herramienta semiótica denominada “Examen-Diagnóstico” (E-D). Se trata de que los alumnos reconozcan varios de los aspectos más característicos de la probabilidad, su objeto de estudio y su metodología,

### Antecedentes teóricos

La Zona de Desarrollo Próximo (ZDP) se define por la divergencia entre el nivel requerido para la solución de las tareas que son accesibles al niño con ayuda de los adultos o para el joven con ayuda de los profesores o expertos (nivel potencial NP) y el nivel de solución de las tareas que puede resolver en su actividad autónoma (nivel actual NA). *“Lo que hoy el niño hace con ayuda de los adultos mañana lo podrá hacer en forma autónoma”* (Vygotski (1989) p. 217). Por ello, *“sólo es buena aquella enseñanza que se adelanta al desarrollo”* (Idem. p. 218). La enseñanza *“es el momento interno necesario y universal en el proceso del desarrollo infantil (o en cualquier otra edad de la persona) pero no de las capacidades naturales sino de las capacidades históricas del hombre”* (Idem., p. 219).

El profesor tiene que optimizar la peculiaridad esencial de la instrucción escolar, aquella que la convierte en una ZDP, su carácter social. El potencial de la ZDP depende del nivel potencial de desarrollo psicológico del alumno, de su capacidad de llegar a grados de generalidad todavía no maduros pero ya posibles en él y a capacidades superiores de ligar lo general con lo particular. Para que la actividad sea capaz de aprovechar al máximo ese potencial es preciso que la actividad esté estructurada de acuerdo con las leyes generales de la psicología evolutiva.

Leontiev retoma varios conceptos esenciales del método histórico-cultural vygotskiano:

- El reconocimiento de la actividad organizada en el ámbito escolar como el mecanismo idóneo para que los alumnos aproximen sus sentidos personales (NA) - vinculados a sus experiencias prácticas, a sus conocimientos ya dominados o a su intuición personal- de los conceptos y operaciones que son objeto del aprendizaje a los significados objetivos, teóricos, de dichos conceptos y operaciones (NP).
- Para ello, el ámbito escolar facilita el empleo de herramientas semióticas en forma de materiales de apoyo.
- Asimismo, la escuela proporciona la oportunidad de crear una Zona de Desarrollo Próximo (ZDP).

El propósito central es ir recorriendo cada vez más hacia “arriba”, hacia niveles cada vez más altos de habilidades intelectuales, el intervalo de la ZDP, lo cual significa que no debemos subestimar las potencialidades del estudiante, como suelen hacerlo bastantes maestros que no se atreven a ir mucho más allá de tópicos básicos elementales, pero tampoco demandarles más allá de lo razonable, como pretenden hacerlo los profesores empeñados en ver los temas matemáticos en un nivel rigurosamente formal. La enseñanza no sólo exige una o varias metodologías didácticas con una buena base científica y tecnológica... todo profesor con experiencia sabe que educar es también un arte, que precisa cierto “toque” y sensibilidad del docente para saber aplicar en cada caso específico el grado de dificultad y de problematización requerido por las condiciones de cada grupo específico.

Leontiev crea su modelo psicológico de la actividad, con el cual es posible estructurar con un criterio sistémico las actividades escolares en el momento de diseñarlas, para que los postulados vygotskianos ya enunciados sean puestos en práctica.

Debe subrayarse la gran importancia que se reconoce en este modelo al profesor como diseñador y orientador de las actividades (en vez de transmitir información como en las lecciones tradicionales), el profesor *va sugiriendo* en lo posible objetivos particulares y

procedimientos para que los alumnos no se desvíen y se aproximen a los significados objetivos de un tema dado); en segundo lugar, Leontiev utilizó su modelo para ir construyendo sistemas de motivos más complejos y elevados. En este trabajo –y sin dejar de reconocer la importancia fundamental de los motivos- nos centraremos en la estructura psicológica de la actividad de Leontiev como fundamento del diseño de los cursos.

La actividad, en cuanto estructura psicológica basada en la evolución de las capacidades cognoscitivas de los jóvenes alumnos, es un proceso compuesto por una serie de acciones, cada una con sus propios motivos, operaciones y fines parciales, proceso unificado en torno a uno o varios fines generales compartidos por el conjunto de acciones. Su diseño debe incluir el tipo de motivos que se busca producir en los estudiantes, las condiciones de trabajo (que incluyen la selección o elaboración de herramientas semióticas); su ejecución debe haber previsto los mecanismos y los lineamientos generales para que el profesor vaya orientando constante y sistemáticamente el trabajo de los jóvenes para que en vez de resolver por ellos los problemas les dé pistas para que ellos busquen sus propias soluciones y no se desvíen demasiado de los temas. La actividad sólo adquiere todo su sentido para el estudiante cuando éste descubre la relación entre los motivos y los fines de la misma actividad (no como una vivencia de sus necesidades sino como una toma de conciencia de su objeto).

Es clave en esta concepción la noción de significado: los *significados* son los formadores primordiales de la conciencia; tras ellos están los modos de acción socialmente elaborados u operaciones -que tienen siempre un valor cognoscitivo-. El *significado* es la conceptualización de los procesos operativos debidamente insertados en una actividad bien orientada. Ese significado sólo puede ser estudiado dentro del contexto de la actividad a partir de la creación de los fines y motivos que han generado la actividad misma. Los significados se convierten en conocimiento sólo cuando sistematizan las acciones de la actividad como resultado de la sistematización de los conceptos. El

*pensamiento* consiste en usar los significados para obtener nuevos conocimientos y resolver nuevos problemas.

### **Diseño de la actividad**

Para que los alumnos lleguen a la doble caracterización de la probabilidad en cuanto “medida de la ocurrencia de un evento” (alusiva al aspecto objetivo de la probabilidad) y “medida de la incertidumbre sobre la ocurrencia de un evento” (correspondiente al aspecto subjetivo) el objetivo inicial de la actividad debe ser que los alumnos empiecen por reconocer el objeto de estudio de la probabilidad, o sea el carácter aleatorio de cierto tipo de sucesos, naturales o sociales, para luego ir reconociendo las diversas maneras en que puede ser medida la probabilidad, según las características de las situaciones planteadas.

Con estos elementos, y con la adecuada orientación del profesor que debe pedirles ejemplos de aplicaciones de la probabilidad con las cuales se topan a diario en su vida personal, la actividad se iniciará con un examen diagnóstico (E-D) para reconocer los sentidos personales que los alumnos poseen de la probabilidad y sus diversas modalidades en el momento de iniciar el curso.

Pero las funciones del E-D deben ir más allá de las tradicionales, debido a su carácter de herramienta semiótica con que se debe diseñar, permitiendo que los alumnos tomen conciencia de:

- Los diversos modos existentes para asignar probabilidad a un evento dado.
- La necesidad de un razonamiento lógico preciso para determinar las posibilidades de ocurrencia en un determinado suceso y si hay o no equiprobabilidad entre ellas para la asignación de la probabilidad.
- Modelos matemáticos diferentes en la modelación de un mismo suceso y viceversa, sucesos diferentes modelados con un mismo modelo probabilístico.

- La necesidad de analizar las situaciones para diferenciar el carácter objetivo y subjetivo, así como diferenciar lo empírico y lo teórico de los métodos.
- Determinar mediante un análisis subjetivo, con el tratamiento descriptivo de la información, cuál de las simulaciones (en relación al número de repeticiones) tiene una mejor aproximación con lo teórico.
- Construir una medida de la discrepancia entre lo empírico y lo teórico para la toma de decisiones objetiva.

La peculiaridad epistemológica de las nociones de probabilidad implica situaciones donde el lenguaje (lleno de términos empíricos) y las condiciones (también empíricas, debido a la génesis histórica de la probabilidad) no son las que tradicionalmente se dan en las matemáticas. Por esto, cuando la enseñanza-aprendizaje de esta disciplina es puramente algorítmica y operativista, omitiendo ver los aspectos conceptuales de lo probable, entonces *suele tener malos resultados para el alumno cuando éste se ve obligado a resolver problemas distintos a los vistos en clase*. Por supuesto, hay que memorizar fórmulas y definiciones pero usando una memoria lógica (a la que Vygotski basa en la comprensión, no en la sustitución, del significado de los conceptos), no una memoria mecánica

### **Desarrollo y aplicación de la actividad**

El E-D es una herramienta semiótica porque conecta el código intuitivo de los alumnos con el teórico-operativo de la probabilidad, haciéndolo de manera sistemática al insertarlo en el desarrollo de una actividad didáctica. Con los sentidos personales del alumno integra la lógica de la psicología del aprendizaje con la lógica de la disciplina, compuesta por los significados teóricos.

El E-D está estructurado así: las preguntas iniciales aluden a situaciones de certeza absoluta, por tratarse de un evento imposible y de un evento seguro. Las preguntas tres a

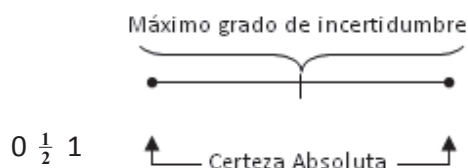
siete se refieren a situaciones donde se emplea la probabilidad clásica en diversas modalidades; la pregunta tres aborda la situación opuesta a la de las preguntas anteriores, la de máxima incertidumbre, donde la probabilidad tiene un valor igual a 0.5. Las preguntas cuatro y cinco plantean la situación en la que se reduce el grado de incertidumbre aumentando el de certeza, lo que permite observar el carácter dialéctico de la incertidumbre y la certeza. La seis requiere de una argumentación correcta en la construcción del espacio muestral y la séptima, la más compleja de esta batería, exige la utilización de todo lo anterior, además de combinar lógicamente los elementos del espacio muestral para construir el espacio muestral de una transformación que se aplica a los resultados del suceso. Las preguntas ocho a diez tratan lo referente a la probabilidad frecuencial, la diez es complicada porque requiere del concepto de independencia y de la ley del complemento de la probabilidad; la once y la doce llevan al estudiante a la probabilidad subjetiva y se finaliza pidiendo al estudiante que dé su primer acercamiento a un significado lógico del concepto “probabilidad”.

Así, se pasa a la acción de aplicación del E-D a los estudiantes. Después sigue la acción del análisis de las respuestas y sus respectivas argumentaciones, esto se hace mediante el diálogo grupal dirigido por el profesor. De dicho análisis resultó que:

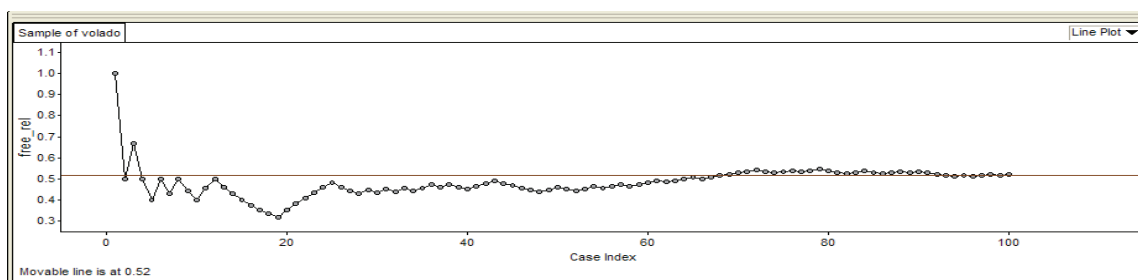
Los errores más comunes en las respuestas fueron:

- No reconocer la equiprobabilidad en la asignación clásica de la probabilidad.
- Asignar probabilidad de 0.5 a eventos que guardan simetría sin ser exhaustivos.
- Argumentos ilógicos fuera de contexto en relación al suceso y evento involucrado.

Se desarrolla el concepto de lo determinístico y lo aleatorio con los significados de “certeza absoluta” y “máximo grado de incertidumbre”. El análisis de las preguntas uno a tres se sintetiza en el siguiente esquema:



En las preguntas cuatro y cinco se ve que disminuye la incertidumbre y aumenta la certeza en ambas direcciones (hacia lo imposible y hacia lo seguro), así se llega a la reciprocidad dialéctica de estas categorías. Con la sexta se hace explícita la presuposición de la equiprobabilidad y en la modelación del suceso se calcula la probabilidad con dos modelos probabilísticos diferentes. Además se inicia la acción de realizar y simular el suceso dando estimaciones de la probabilidad para diferentes repeticiones y para que con esto el alumno pueda valorar el grado de confianza en sus estimaciones de la probabilidad con base en la regularidad estadística mostrada en gráficas como la siguiente:



La séptima es una generalización de la sexta, lo que permite elevar el grado de objetividad en las estimaciones de la probabilidad frecuencial debido a que se construye una medida de la discrepancia entre la probabilidad frecuencial y la clásica, llegando así a un nivel más alto de abstracción, puesto que se eleva considerablemente su nivel de pensamiento y de lenguaje probabilístico, *que es lo esencial: por encima del aprendizaje de la disciplina está la evolución de las capacidades cognoscitivas de los jóvenes alumnos.*

La octava y la novena refuerzan la importancia de la definición frecuencial al no ser aplicable la definición clásica, y la décima es una generalización de la novena en donde la



forma natural de calcular la probabilidad es conjugando la definición frecuencial y las leyes de la teoría de la probabilidad, así en este ejemplo la única forma de asignar una probabilidad a estas alturas del curso es simulando el suceso.

Las preguntas once y doce son para que el alumno tome conciencia de que hay sucesos en los cuales la única forma de asignar una probabilidad a un evento es empleando el criterio personal y que si esto se va a hacer para toma de decisiones dicha asignación debe ser efectuada por personas expertas en la disciplina a la que pertenece el suceso.

Con la última pregunta se llega a uno de los objetivos principales de la actividad: el estudio de los dos aspectos epistemológicos de la probabilidad: el objetivo “medida de la ocurrencia de un evento” y el subjetivo “medida de la incertidumbre sobre la ocurrencia de un evento”.

En suma, el E-D desarrolla en forma de introducción general los significados básicos del tema, que luego serán vistos de manera más detallada, para que los alumnos no entren “en frío” (como suelen hacerlo) a las propiedades de la probabilidad, a sus aplicaciones conjuntivistas y a sus modalidades teóricas (con leyes o axiomas). Los aspectos filosóficos les permiten además enriquecer sus experiencias probabilísticas y sobre todo conectan los dos códigos, el empírico-intuitivo y el teórico, implicados en el E-D.

## Resultados

Aparte de que los niveles de participación en clase se elevaron sustancialmente porque apareció un nuevo motivo en los alumnos -cotejar sus propias respuestas y argumentaciones con los resultados correctos-, sus habilidades para modelar situaciones aleatorias (o probabilísticas) mejoraron de manera sistemática, y al aumentar el trabajo extraclase se hizo evidente que empezó a generarse un sistema de motivos, como lo establece la estructura psicológica de la actividad de Leontiev, dichos motivos fueron la necesidad de manejar un razonamiento lógico preciso para el cálculo de probabilidades

clásicas y el uso de la computadora para asignar probabilidades en forma simultánea fue el aspecto detonante.

Al estar atento a trabajar continuamente en la parte “alta” de la ZDP y pendiente de que el logro de los fines parciales de las acciones se convirtieran en operaciones como lo estipula la estructura psicológica de la actividad de Leontiev, se generó un proceso continuo de evaluación del estudiante. Se concluyó el estudio de la unidad de probabilidad con una evaluación sumaria constituida por dos exámenes: el primero fue de nuevo el propio E-D y el segundo fue relativo al aprendizaje de la significación y a la aplicación de la teoría de la probabilidad que conforma la segunda parte de la unidad de estudio.

Con esta segunda aplicación del E-D se observó en casi todos los alumnos, en los grupos en donde se llevó a cabo esta metodología didáctica, un gran avance tanto en el cálculo de las probabilidades como en el lenguaje utilizado en sus argumentaciones.

El reporte de la investigación acerca de la segunda parte de la unidad de probabilidad y de sus resultados es motivo de un segundo trabajo que dé continuidad al presente.

### Referencias bibliográficas

Castillo Padilla, J. y Gómez Arias, J. (1998). *Estadística inferencial básica*. México, Iberoamérica.

Díaz Godino, Juan, Batanero Bernabeu, Ma. del C. y Cañizares Castellanos, Ma. de Jesús. (1987). *Azar y probabilidad. (Fundamentos didácticos y propuestas curriculares)*. Madrid, Síntesis.

Hacking, Ian. (1991) *La domesticación del azar*. Madrid, Gedisa.

Leontiev, A.N. (1978) *Actividad, conciencia y personalidad*. Buenos Aires, Ciencias del Hombre.

Petrovski, A. V. (1985) *Psicología evolutiva y pedagógica*. México, Cartago Argentina y Letras México.

Vygotski, L. S. (1993). *Obras escogidas* (cuatro vols.) Madrid, Visor.

Vygotski, L. Leontiev A. y Luria A. (1989) *El proceso de formación de la psicología marxista*. Moscú, Progreso.