¿SOBRE QUE NOS ENSEÑAN LOS ERRORES DE NUESTROS ALUMNOS?. 25 AÑOS DESPUES…

Mónica Caserio, Martha Guzmán, Ana María Vozzi
Universidad Nacional de Rosario, Facultad de Ciencias Exactas, Ing. y Agr. Argentina
amvozzi@fceia.unr.edu.ar; mbcaserio@yahoo.com.ar; guzmartha@yahoo.com
Campo de investigación: Pensamiento algebraico Nivel: Superior

Resumen. *Quienes presentamos el trabajo integramos un proyecto de investigación "Dificultades en el aprendizaje de la matemática básica en carreras de ingeniería" (Faculta de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, Universidad Nacional de Rosario) que tiene entre sus objetivos diseñar e implementar estrategias didácticas que contribuyan a: Acortar distancias entre niveles educativos, Corregir errores arraigados, Retener a los ingresantes a la Facultad, Comprometer al estudiante en su formación, incentivando su independencia y creatividad, Comprometer a los docentes en el abordaje e implementación de alternativas didácticas más eficaces*.

Palabras Clave: errores; teoremas-alumno; automatismo

Introducción

Es así, que es preocupación fundamental indagar sobre las formas que los alumnos se desenvuelven en la matemática básica, en definitiva nos interesa averiguar como "aprenden". Cuestión esta, que remite en primer lugar al conocimiento (estudio) del aprendizaje y en particular de la matemática, en segundo lugar al análisis de sus manifestaciones, en términos del "sentido" que dan al aprendizaje y en tercer lugar a la búsqueda de alternativas de enseñanza para colaborar con ese aprendizaje.

El análisis realizado en este trabajo resulta "comparativo", dado que en las lecturas vinculadas con nuestra investigación encontramos, bajo el título "En nuestras aulas" un artículo de Alain Bouvier de la Universidad de Lyon, Francia del año 1982, en éste aparece bajo el concepto de "teorema-alumno" la referencia a aquellos conocimientos previos de los alumnos que son utilizados por ellos, sin cuestionamientos, en situaciones problemáticas y que si bien pueden resultar válidos en determinados contextos, no lo son en casos más generales, no obstante el alumno se resiste a sustituirlo. Todos los docentes de matemática conocemos numerosos "teoremas-alumnos". Ahora bien, ¿De dónde viene el Teorema-a utilizado? ¿Porqué es más económico para el alumno emplear su teorema-a que apropiarse de un teorema-profesor?

Otro emergente que surge de la indagación sobre el desempeño de nuestros alumnos en la matemática básica, son los *automatismos*, que se evidencian en respuestas relativamente rápidas sin el análisis previo elemental de la situación planteada. Nos surgen los interrogantes: ¿Porqué nuestros alumnos son autómatas?, en cuanto colaboramos nosotros, involuntariamente, a tales automatismos?

En el artículo citado de A. Bouvier se publica una evaluación de sus alumnos a través de cuestionarios de elección múltiple y preguntas abiertas, que 25 años después hemos repetido, ahora con nuestros alumnos ingresantes de la FCEIA, de la Universidad Nacional de Rosario, con el fin de comparar las respuestas obtenidas, elaborar estrategias que contemplen estos escenarios, nos alerten y estimulen hacia *elecciones didácticas* que favorezcan el aprendizaje significativo.

Basamos el estudio que presentamos en el convencimiento de que el conocimiento de los errores que cometen los alumnos muestra sus formas de aprender, el sentido que atribuyen a la actividad matemática y se convierte en valioso auxiliar para las elecciones didácticas. Así como también, puede mostrarnos como contribuyen nuestras propias estrategias didácticas, favoreciendo (sin intención) la aparición de errores.

Centramos la temática del trabajo en el análisis de los modelos de respuestas de los alumnos manifiestos en los errores que, con distinta significación presentan de manera casi previsible, sistemática y persistente en situaciones análogas, afectando de manera similar a estudiantes de diferentes ámbitos y niveles.

Si los errores son elementos usuales en nuestro camino hacia el conocimiento, opinamos que en ese proceso de construcción de los conocimientos matemáticos aparecen algunas secuencias de errores y por ende el mencionado proceso de construcción deberá incluir su diagnóstico, detección y superación.

Es posible advertir, en numerosas ocasiones, que ante un problema, los conocimientos previos (en el estudiante) adquieren la forma de "reglas" o "fórmulas" a aplicar y en el intento por resolverlo pone en juego un conjunto de técnicas de extrapolación que actúan de nexo entre las reglas conocidas y los problemas nuevos.

Denominamos automatismos a la aplicación, sin reflexión previa, de reglas o fórmulas aprendidas, para resolver problemas o cuestiones que muestren "a simple vista" algún parecido con situaciones conocidas.

Bajo el nombre de Teorema – alumno, hablamos de aquellas afirmaciones y/o negaciones que se originan en supuestos falsos, incompletos o fuera de contexto, que si bien el alumno no es capaz de explicarlo, adquiere para él, el status de "teorema".

Elaboramos una secuencia de etapas a seguir con el objeto de constatar la presencia de automatismos y teoremas – alumnos y poder reflexionar sobre ello, así como sobre las "responsabilidades" que nos compete como docentes en este aspecto.

La prueba implementada consistió en un cuestionario de diez preguntas que realizamos a los alumnos del 1º cuatrimestre de las carreras de ingeniería y los del último curso del profesorado de matemática.

En el diseño de tal cuestionario tuvimos en cuenta el realizado por A. Bouvier (1982) y lo construimos con un mix de preguntas con y sin sentido (matemáticamente hablando)

CUESTIONARIO

Elija la respuesta correcta o responda:

1) El recíproco de 2 es:

   a) -2 b)½ c)-1/2 d)4

2) ¿Es siempre válido que: $\cos^2\alpha + sen^2\beta = 1$?

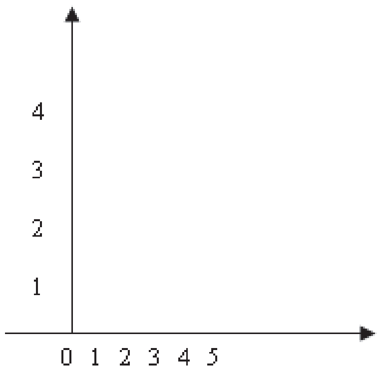
3) ¿Hacia qué tiende $\dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}$?

4) ¿La distancia entre el vector $\vec{v}=(1,1)$ y la recta $x+y-2=0$ es cero?

5) El conjunto imagen de la función $f(x)=-3sen\left(2x+\dfrac{\pi}{7}\right)$ es:

a) [-1,1] b)[0, π/2] c)[-3,3] d)[-π/7;π/7]

6) Trazar una función contínua derivable tal que: $f(0)=4; f(1)=2; f(2)=0; f(3)=2; f(4)=4$



7) Resolver: $|2x-16|=-8$

8) El valor de *n* que verifica $\dfrac{5n^2+3}{n^2-4}=23$ es

a) *n*= 1 b)*n*= 2 c)*n*=-1/2 d)*n*= 3

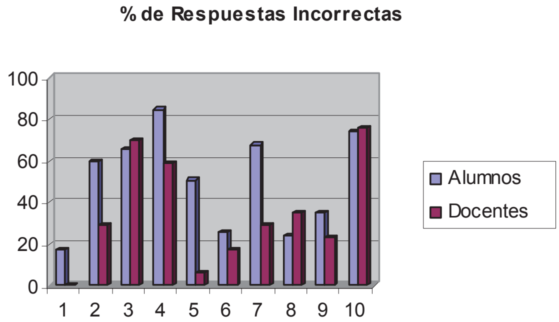
9) Resolver: $bx^2+cx+a=0$

10) La distancia entre los puntos A y B siempre es | B-A |

Este cuestionario fue propuesto a 66 alumnos de ingeniería de 1º semestre (en adelante alumnos) y 17 alumnos del último curso del profesorado de matemática (en adelante docentes). En ambas instancias constatamos que los participantes respondieron al cuestionario y a todas las preguntas en un alto porcentaje (+ 90%).

Del análisis de las respuestas obtenidas haremos algunas consideraciones generales y observaciones puntuales que creemos merecen nuestra atención:

	Alumnos	Docentes
1	17	0
2	60	29
3	66	70
4	85	59
5	51	6
6	26	17
7	68	29
8	24	35
9	35	23
10	74	76



Observaciones generales:

La mayoría de las preguntas realizadas eran absurdas, inexactas o incorrectas, no obstante, a pesar de que lo hayan detectado en alguna oportunidad, continuaron respondiendo mecánicamente a las siguientes en ambos grupos, como se puede observar en la tabla y el gráfico precedentes.

Observaciones puntuales:

Tomando algunas de las preguntas realizadas, nos encontramos ante la siguiente situación:

De un total de 83 participantes se obtuvieron los siguientes resultados globales

- A la pregunta $|2x-16|=-8$:

No responde: 4 Responde exactamente sin cálculo: 30 Responde exactamente con cálculo: 5 Responde erróneamente: 44

Entre quienes respondieron (79) sólo 30 le prestaron la debida atención al 2º miembro de la igualdad, ya que los que requirieron del cálculo no lo habían observado, y se dispusieron a resolver la ecuación planteada, sin ninguna reflexión previa. Se pone aquí de manifiesto un *automatismo* que observamos con demasiada frecuencia, es como si, ante una ecuación dada, la mente se preparara automáticamente para aplicar las reglas aprendidas en pos de su resolución, sin la evaluación previa de la pertinencia de la consigna.

- A la pregunta ¿La distancia del vector $\vec{v} = (1,1)$ a la recta $x + 2y - 2 = 0$ es cero?

No responde: 14 Responde exactamente sin cálculo: 13 Responde exactamente con cálculo: 4 Responde erróneamente: 52

Del total de respuestas emitidas (69), un porcentaje superior al 80% aplica el concepto de distancia entre un punto y una recta, sin atender el hecho de que la pregunta hace referencia clara a distancia entre "vector" y recta.

Podemos indicar que en esta circunstancia funcionó un *teorema-alumno*, cuya tesis sería "(distancia entre *algo* (m,n) y la recta $ax + by + c = 0$) = $\frac{|am + bn + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$"

Así como también se puso en evidencia que si bien varios "observaron" que se trataba de distancia entre "vector" y recta, intentaban "ajustar" el problema planteado al conocimiento que poseen sobre distancia entre puntos y lugares geométricos, sin considerar la posibilidad de lo inviable de tal cálculo.

- A la pregunta ¿hacia que tiende $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$?

No responde: 9 Responde correctamente: 27 Responde incorrectamente: 47

En este caso, la visualización del conocido cociente incremental, tan vinculado a la derivada de una función, llevó a demasiados participantes a responder erróneamente.

Otra vez, aparece la relación entre "*automatismo*" y la debida atención a la pregunta, como también, la retención de "parte" de una expresión que refiere a un concepto y no la clara comprensión de dicho concepto.

- A la pregunta : El valor de *n* que verifica $\frac{5n^2 + 3}{n^2 - 4} = 23$ es

a) *n*= 1 b) *n*= 2 c) *n*=-1/2 d) *n*= 3

No responde: 3 Responde correctamente: 61 Responde incorrectamente: 19

En esta oportunidad se observa que en las respuestas incorrectas predominó otro "*teorema-alumno*" que se podría enunciar:

"Si no se verifica para una cierta cantidad de valores, entonces no existen valores que verifiquen".

Aparece aquí, cierta tendencia a generalizaciones erróneas; esta característica se observa con mucha frecuencia.

- A la pregunta ¿Es siempre válido que: $\cos^2\alpha + sen^2\beta = 1$?

No responde: 0 Responde correctamente: 32 Responde incorrectamente: 45

Se pudo observar en este caso que todas las respuestas incorrectas tuvieron un denominador común atribuible al *automatismo* que deriva del "*teorema-alumno*": $\cos^2 + sen^2 = 1$ donde se omite el argumento como elemento indispensable para dotar de sentido a la expresión.

Respecto del análisis realizado sobre las respuestas al cuestionario, así como las entrevistas mantenidas con los participantes, hemos podido comprobar que son válidas muchas de las afirmaciones teóricas que se hacen en esta línea de investigación, a saber,

- Algunos errores se gestan en la comprensión o el procesamiento que hace el alumno de la información que dispone. Los alumnos recrean o inventan su propio método en base al método descripto por el profesor o por el texto.

El efecto que produce el tratar de repetir sistemáticamente los métodos empleados en la resolución de otros problemas o ejercicios parecidos, puede ocasionar una cierta merma en la capacidad de razonamiento, así como en la utilización de la imaginación por parte del alumno. Como consecuencia de esta limitación a la libertad de pensamiento, y acostumbrado a que su mente discurra casi siempre dentro de unos límites previamente fijados, el estudiante puede suponer, a veces, inconscientemente, que están impuestas determinadas condiciones que, no obstante, no figuran en el enunciado ni se deducen del mismo, y que reciben el nombre de supuestos implícitos

- Cuando los estudiantes advierten una contradicción en un texto, consigna, etc., suelen realizar una gran cantidad de procedimientos de adecuación para resolver el problema, utilizando metodologías erróneas, como:

- ignorar, en forma consciente, la dificultad o subsanarla de manera inapropiada mediante inferencias injustificables (Baker, 1994; Otero, 1998);
- usar pautas de pensamiento y razonamiento cotidiano en contextos científicos (Otero y Campanario, 1990), entre otras.

Baker (1994) propuso algunos criterios para interpretar correctamente una consigna, rescatamos, entre otros:

- Coherencia: Verifica que las ideas de la consigna sean verdaderas o compatibles con sus propios conocimientos.
- Cohesión estructural: Verifica que las ideas del párrafo sean temáticamente compatibles.
- Suficiencia informativa: Verifica que la consigna contenga toda la información necesaria para resolver el problema.

No es frecuente la utilización de estos criterios por parte de nuestros alumnos, hecho éste que se evidenció en las respuestas del cuestionario.

A modo de cierre:

Después de analizar las respuestas al cuestionario y los resultados de las entrevistas, y de discutir largamente sobre el tema, pudimos elaborar algunas reflexiones y muchos interrogantes.

Gran parte de los automatismos que nuestros alumnos utilizan, creemos, han sido promovidos a lo largo de las distintas etapas de formación, con actitudes que, entre otras:

- Priorizan la enseñanza programada, la pedagogía por objetivos, etc.
- Desconocen los modelos utilizados por los alumnos en la apropiación del conocimiento.
- Utilizan sistemáticamente algoritmos o técnicas rutinarias sin explicitar los fundamentos teóricos en la clase.

Nos preguntamos entonces:

¿sobre qué nos enseñan los errores de nuestros alumnos?

» ¿sobre el hecho de aprender?, ¿sobre los aprendizajes que ellos nos proponen?, ¿sobre la presencia de obstáculos de naturaleza didáctica?, ¿sobre lo implícito que reina entre los alumnos y nosotros?, ¿sobre la enseñanza de la matemática?

¿cómo tener en cuenta los errores de nuestros alumnos?

» ¿Cuáles errores nos presentan?, ¿dentro de que contexto?, ¿qué significan ellos?, ¿qué análisis nos inspiran?, ¿Qué consecuencias prácticas podemos extraer para nuestras clases?

¿Cómo seguir avanzando?

Referencias bibliográficas

Baker, L (1994) "Metacognición, lectura y educación científica" . En: Minnick Santa C. y Alvermann, D.E. (compiladores) Una didáctica de las ciencias, procesos y aplicaciones. Buenos Aires: Aique.

Bouvier, A .(1982).Dans nos classes. *Bulletin de L´association des professeurs de matehèmatiques de l`enseignement public. 335*, 657-670.

Brousseau, G. (1995).*L`einseignant dans la théorie des situations didactiques* ,en Noirfalise, R. y Perrin Glorian, M.J. (Comps.); Actes de l`ecole d`ete; IREM de Clermot-Ferrand 1996

Godino, J.D., Font, V., Contreras, A. y Wilhelmi, M.R. (2006) *Una vision de la didáctica francesa desde el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática.* RELIME, 9

Otero, J.C. (1998).*"Influence of Knowledge Activation and Context on Comprehension Monitoring of Science Texts"*. En: Hacker, D.J.; Dunlosky, J. y Graesser, A.C. *Metacognition in Educational Theory and Practice.* New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, publishers

Otero, J. y Campanario J.M. (1990). "Comprehension evaluation and regulation in learning from science texts". En: *Journal of Research in Science Teaching,* vol. 27, 5, 447-460.

Sierpinska, A.(1988). *Sur un programme de recherché liè à la notion d`obstacle èpistèmologique.* Actes du colloque: Construction des savoirs: obstacles et conflits. Montreal CIRADE.