PRÁCTICAS DOCENTES Y ERRORES DE LOS ALUMNOS

Patricia Có, Mónica del Sastre, Erica Panella
Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura. U.N.R. Argentina
co@fceia.unr.edu.ar, delsas@fceia.unr.edu.ar, panella@fceia.unr.edu.ar
Campo de investigación: Formación de profesores, Obstáculos para el aprendizaje Nivel: Superior

Resumen. *La participación como coordinadoras del "Taller de Resolución de Problemas" correspondiente a un Postítulo de Formación Universitaria en Matemática y Estadística, nos dio la oportunidad de revisar Propuestas de Clase escritas presentadas por los docentes – alumnos. Deteniéndonos en las situaciones problemáticas expuestas en dichas propuestas pudimos observar cómo los errores que detectamos en nuestros alumnos de primer año de la universidad, eran "enseñados" por algunos docentes.*

En este trabajo mostramos ejemplos de esta situación, transcribiendo fragmentos de las propuestas docentes e intentando un análisis de los errores allí presentes. Nuestro interés en estudiar el tema está dirigido al diseño de estrategias de enseñanza que ayuden a nuestros alumnos a sortear los obstáculos quizá generados por estos errores didácticos.

Palabras clave: prácticas docentes, obstáculos, errores

Introducción

Como docentes de las carreras de Ingeniería de la Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura (UNR), sabemos que nuestros alumnos presentan dificultades en el aprendizaje de algunos contenidos específicos de Matemática.

Centramos nuestro interés en las asignaturas de Matemática Básica correspondientes al primer cuatrimestre del primer año de estas carreras, en las que se desarrollan temas fundamentales para la formación del estudiante y cuya aplicación resulta indispensable para la comprensión de conceptos en el resto de las asignaturas.

A través de nuestra experiencia, podemos reconocer que estos alumnos presentan en su mayoría, dificultades para llevar a cabo actividades que le permitan la interpretación de las distintas representaciones, registros de representación, tratamientos y conversiones (Duval, 1993).

Estas dificultades se constituyen en verdaderos obstáculos cognitivos, haciéndose evidentes en los errores cometidos por los estudiantes.

Esta realidad presenta un panorama bastante desalentador ya que hemos podido comprobar que esta situación tiende a empeorar año a año y pareciera quedar instalada como algo natural y esperable, y frecuentemente entendida y aceptada como una consecuencia de las deficiencias de los aprendizajes anteriores.

Pudiendo abordar esta problemática desde distintas perspectivas nos pareció interesante indagar acerca de las causas de aquellos obstáculos relacionados con la adquisición de los conceptos matemáticos en los cuales detectamos la mayor cantidad de errores.

La participación como coordinadoras del “Taller de Resolución de Problemas” correspondiente al Postítulo de Formación Universitaria en Matemática y Estadística, destinado a docentes en ejercicio, nos dio la oportunidad de realizar el trabajo que presentamos. Un primer paso en nuestra investigación fue la revisión de Propuestas de Clase escritas, presentadas por los docentes – alumnos como requisito final para lograr la aprobación del taller. Deteniéndonos en las situaciones problemáticas expuestas en dichas propuestas pudimos observar cómo los errores que detectamos en nuestros alumnos eran “enseñados” por algunos docentes.

En este trabajo mostramos ejemplos de esta situación, transcribiendo fragmentos de las propuestas docentes e intentando un análisis de los errores allí presentes. Nuestro interés en estudiar el tema está dirigido al diseño de estrategias de enseñanza que ayuden a nuestros alumnos a sortear los obstáculos quizá generados por estos errores didácticos.

Dificultades, obstáculos y errores

Como afirma Socas (1997), las dificultades en el aprendizaje de la Matemática son debidas a múltiples situaciones que se entrelazan entre sí y que van desde una deficiente planificación curricular hasta la naturaleza propia de la Matemática que se manifiestan en sus simbolismos y en los procesos de pensamiento, pasando por el desarrollo cognitivo de los alumnos, así como por sus actitudes afectivas y emocionales. Estas dificultades se conectan y refuerzan en redes complejas que se concretan en la práctica en forma de obstáculo y se manifiestan en los alumnos en forma de errores.

No debe entenderse al error únicamente como resultado de la falta de un conocimiento o una distracción, sino que debe ser considerado como evidencia en el alumno de un esquema cognitivo inadecuado, aún cuando sus orígenes puedan ser diferentes.

Varios autores han elaborado clasificaciones de los errores en el aprendizaje de la Matemática, ya sea por su naturaleza, su posible origen o su forma de manifestarse. Entre ellos, Radatz (1980, c.p. Rico, 1995) expone la siguiente:

• *errores debidos a dificultades en el lenguaje*: se presentan en la utilización de conceptos, símbolos y vocabulario matemático, y al efectuar el pasaje del lenguaje corriente al lenguaje matemático.

• *errores debidos a dificultades para obtener información espacial:* aparecen en la representación espacial de una situación matemática o de un problema geométrico.

• *errores debidos a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos:* son los cometidos por deficiencias en el manejo de algoritmos, hechos básicos, procedimientos, símbolos y conceptos matemáticos.

• *errores debidos a asociaciones incorrectas o a rigidez del pensamiento:* son causados por la falta de flexibilidad en el pensamiento para adaptarse a situaciones nuevas; comprenden los errores por perseveración, los errores de asociación, los errores de interferencia, los errores de asimilación.

• *errores debidos a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes*: son producidos por aplicación de reglas o estrategias similares en contenidos diferentes.

El concepto de obstáculo fue introducido por primera vez por Bachelard en 1938, en el contexto de las ciencias experimentales y bajo la denominación de *obstáculo* *epistemológico.* Brousseau (1983) tomó las ideas de Bachelard y las desarrolló en el ámbito específico de la Didáctica de la Matemática.

En su trabajo distingue entre obstáculos de origen:

- *psicogenético u ontogénico*: sobrevienen del hecho de las limitaciones (neurofisiológicas, entre otras) del sujeto a un momento de su desarrollo: él desarrolla conocimientos apropiados a sus medios y a sus objetivos.
- *didáctico:* resultados de una opción o de un proyecto de sistema educativo, esto es, de las elecciones didácticas que se hacen para establecer la situación de enseñanza.
- *epistemológicos:* relacionados con la dificultad intrínseca del concepto que se aprende y que pueden ser rastreados a lo largo de la historia de la Matemática, en la génesis misma de los conceptos.

Análisis de las Propuestas

Transcribimos (en cursiva) algunos fragmentos de las Propuestas de Clase presentadas por los docentes que resultaron más significativos para nuestro análisis.

Propuesta 1: Introducción al tema Función Lineal (9º E.G.B)

En una primera clase se introdujo el tema con la siguiente situación problemática a fin de arribar a la fórmula de la Función Lineal:

Para ir al trabajo, todos los días, Juan toma un taxi. El taxista le cobra $ 1.80 por "bajada de bandera" y $0.90 por cada cuadra recorrida.

a) *Si recorre 2 cuadras, ¿cuál es el costo del viaje?.*
b) *Si tuviera que recorrer 5 cuadras 15 cuadras o 20 cuadras, ¿cuál sería el costo del viaje respectivamente?.*

Luego de que las docentes consideran que el problema ha sido resuelto satisfactoriamente por parte de los alumnos, les formulan la siguiente pregunta:

Si quiero presentar una expresión que me permita calcular el costo del recorrido para cualquier cantidad de cuadras, ¿cuál sería esa expresión?

Respuestas planteadas por los alumnos

1) *(cantidad de cuadras* x *0.90) + 1.80 =*
2) *0.90* x *X + 1.80 =*

Se les hizo notar que "cantidad de cuadras" es un dato que puede ir variando y que el costo del viaje es una incógnita que también irá variando y dependerá de la cantidad de cuadras recorridas.

Se realizó la generalización del problema como:

F(X)= 0.90 x *X + 1.80*

Luego se formalizó el concepto de Función Lineal:

Una función es lineal si se expresa de la forma F(x)= m x + b, donde m es la pendiente y b es la ordenada al origen

El nombre de función lineal proviene de que su gráfica es una recta.

Notamos que el problema seleccionado tiene que ver con una función cuya representación gráfica no es una recta, como se asegura en la propuesta. Además se define una función sólo por su ley, sin tener en cuenta su dominio. Esto podría llevar a suponer, entre otras cuestiones, que las gráficas son siempre continuas debido a que las situaciones presentadas a los estudiantes siempre tienen esta propiedad o bien, como en este caso, son mal interpretadas. Aquí cabe preguntarse si la misma enseñanza no es la que origina esta concepción parcial de la noción de función. Creemos que si bien en un principio se distingue una elección didáctica inadecuada en cuanto al problema seleccionado, los errores de tipo conceptual presentes en la solución del mismo y transmitidos, con la autoridad intelectual que tiene el docente, instalan en los estudiantes obstáculos cognitivos difíciles de sortear.

La propuesta continúa de la siguiente manera:

Se les presentó a los alumnos una serie de situaciones problemáticas sobre función lineal y su gráfica:

Una compañía de teléfonos celulares está equipada para equipar servicios 100000 usuarios. En 1995 tenía 70000, y su número crece alrededor de 4000 por año.

a) *Encontrar la fórmula de la función lineal que describa esta situación. Graficar la función.*
b) *Indicar, según ese modelo, a partir de qué año la empresa necesitará comprar más equipamiento.*

Volvemos a observar una mala elección del problema en cuanto a que la variable involucrada es discreta y a pesar de esto se solicita encontrar la fórmula de la función lineal que describe la situación, sin realizar ninguna aclaración acerca de la naturaleza de la variable.

Uno de los obstáculos más frecuentes que esto genera en nuestros alumnos se evidencia en la no distinción entre variable discreta y continua.

Propuesta 2: Ecuación y función cuadrática (2º Polimodal)

Se les presenta a los alumnos la siguiente situación problemática como cierre de la unidad didáctica: "Ecuación y función cuadrática".

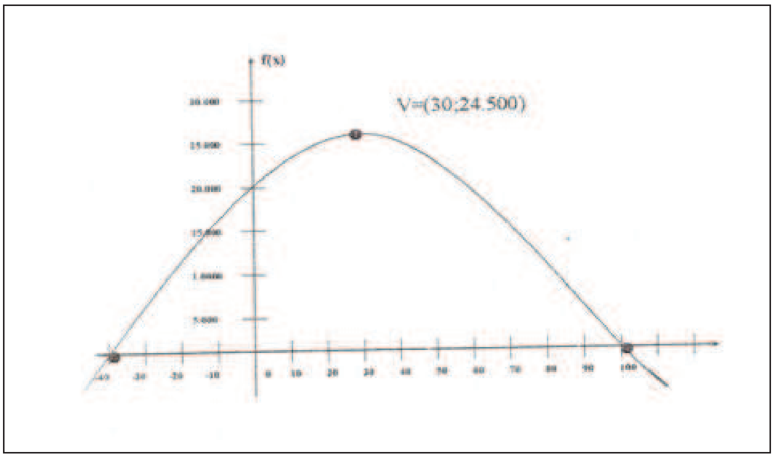
El rendimiento del cultivo de naranjas: Un productor tiene una plantación de una hectárea con 40 naranjos; cada uno de ellos produce 500 naranjas por año. Por cada planta que se incorpore, la producción de cada naranjo disminuirá en 5 unidades. ¿Con cuántas plantas incorporadas a la plantación se anularía el valor de la producción?. Determinar la cantidad de plantas que se deben agregar con el fin de maximizar el valor de producción, y el valor correspondiente de la misma?.

Planteo de la fórmula que describe la producción total de la chacra en función de la cantidad de naranjos que se agreguen: $P(X) = (40 + X)(500 – 5X)$.

Si bien se resuelve la situación planteada con distintas estrategias, en ningún caso se especifica el dominio de P y la naturaleza discreta de la variable: X = nº de árboles que se aumentan (indicada por las docentes).

A pesar de descartar “por absurdos” los valores negativos de la variable al brindar las respuestas, quedan registrados en cada una de las tablas y representaciones gráficas que se muestran. Por ejemplo:

X	F(X) = (40+ X) (500 – 5 X)	X	F(X) = (40+ X) (500 – 5 X)
-50	-7500	40	24500
-40	0	50	22500
-30	6500	60	20000
-20	12000	70	16500
-10	16500	80	12000
0	20000	90	6500
10	22500	100	0
20	24000	110	-7500



Más aún, una vez confeccionadas estas tablas y gráficas, se solicita a los alumnos: *dar respuestas al problema por medio de la observación de las mismas.*

Creemos que propuestas de este tipo inducen al alumno a pensar que el concepto de función se reduce, de algún modo, a la imagen visual que su curva genera, la que por otra parte se construye únicamente a partir de una tabla de "muchos" valores.

En este sentido coincidimos con Socas (1997) cuando afirma que para bastantes alumnos de secundaria las representaciones gráficas de las funciones parecen haber perdido su valor de representación de la función y son tomadas como si fueran a la vez significante y significado. Así, la función no sería para ellos una relación entre dos magnitudes x e y; una ordenada positiva f(x) ya no sería la longitud de un segmento que representara una magnitud y la expresión analítica y = f(x) serviría únicamente para designar a la curva.

Propuesta 3: Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. (9º E.G.B)

Se les propone a los alumnos el siguiente problema para formalizar el concepto de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas:

Dos grifos han llenado un depósito de 30 m^3 corriendo uno 7 horas y el otro 2 horas. Después llenan otro depósito de 27 m^3 corriendo uno 4 horas y el otro 3 horas. ¿Cuántos litros vierte por hora cada grifo?.

Se les sugiere a los alumnos plantear las ecuaciones correspondientes, siendo X = grifo 1 e Y = grifo 2.

Completa: $\begin{cases} \ldots X + \ldots Y = 30 \\ \ldots X + \ldots Y = 27 \end{cases}$.

Se les pide luego que grafiquen el sistema y encuentren su solución. Se les sugiere pensar lo siguiente: ¿se puede establecer exactamente la solución?

Se les propondrá a los alumnos que piensen en lo siguiente, observando la gráfica de un sistema compatible determinado:

- *¿cómo se expresa la componente y(x) del punto que es solución al problema en cada una de las ecuaciones de las rectas?.*

- *¿cómo es el valor de la componente y(x) en cada expresión?.*
- *¿cómo lo expresamos?.*

Principalmente notamos una importante falta de rigor en la forma escrita en que se comunica la propuesta, hecho que creemos origina diferentes conflictos asociados a la comprensión y comunicación de los objetos matemáticos. Ejemplos de esta situación son las "ecuaciones" *X = grifo 1 e Y = grifo 2,* o la pregunta *¿cómo se expresa la componente y(x) del punto que es solución al problema en cada una de las ecuaciones de las rectas?* (aunque no descartamos que al hablar de "punto solución" se esté evidenciando quizás un error conceptual).

Creemos que esta situación puede dificultar en los alumnos el comprender que el lenguaje de las matemáticas es más preciso que el lenguaje habitual, está sometido a reglas exactas, y no comunica su significado, salvo por la interpretación exacta de sus signos (Socas, 1997). Este conflicto involucrado en el uso del lenguaje ordinario, dentro del contexto matemático, es un conflicto de precisión que sin duda conlleva a la formación de obstáculos cognitivos.

Reflexiones finales

Como sabemos los errores en Matemática son la manifestación externa de un proceso complejo de enseñanza y de aprendizaje, donde intervienen muchas variables: profesor, alumno, currículo, contexto socio-cultural, etc.

La reflexión sobre los análisis realizados nos permitió clarificar algunos aspectos de este proceso, encontrando nuevas posibles causas para los errores que frecuentemente detectamos en nuestros alumnos de primer año de la Universidad.

A partir de este diagnóstico y reivindicando la necesidad de revalorizar la articulación entre Escuela Media y Universidad, creemos pertinente que la solución se busque en una instancia previa al cursado del año lectivo. En principio, trabajaremos junto con el Área

Ingreso de nuestra Facultad, orientando nuestra tarea a la revisión del material didáctico y la metodología de enseñanza impartidos durante los cursos de nivelación, con miras a mejorar la propuesta para el ingreso 2009.

Referencias bibliografícas

Bachelard, G. (1973). *Epistemología.* Barcelona, España: Anagrama.

Brousseau G (1983) *Les obstacles epistemologiques et les problemes en mathématiques*. Recherches en didactique des mathématiques*. 4.2* p.164-198

Duval, R. (1993). *Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento*. Investigaciones en Matemática Educativa II. México: Grupo Editorial Iberoamericana.

Radatz, H. (1980). *Student´s Errors in the Mathematics Learning Process: A Survey*. For the learning of Mathematics. (vol. 1).

Rico, L. (1995). *Errores en el aprendizaje de las matemáticas.* En Kilpatrick, J.; Rico, L. y Gómez, P. Educación Matemática. México: Grupo Editorial Iberoamericana.

Socas, M. (1997). *Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Secundaria.* En Rico, L. y otros. (cap. 5, pp. 125- 154. *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria*. Barcelona, España: Horsori.