

## EN BÚSQUEDA DE LA EXCLUSIÓN EN EL DISCURSO MATEMÁTICO ESCOLAR

Daniela Soto Soto; Daniela Reyes Gasperini

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN

(México)

dsoto@cinvestav.mx, dreyes@cinvestav.mx

**Resumen.** En este artículo reportamos la experiencia del taller “En búsqueda de la exclusión en el discurso matemático escolar” presentado en la Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa en su versión 24. En éste se reflexionó sobre el planteamiento reportado en la investigación teórica realizada por Soto (2010) desde una visión socioepistemológica, la cual plantea que: el discurso matemático escolar (dME) produce un tipo de exclusión hacia los actores del sistema didáctico a través de la imposición de significados, argumentaciones y procedimiento matemáticos. En este documento damos cuenta de esa exclusión, mostrando cómo los participantes del taller, a partir de ponerlos frente a una actividad específica, realizar un análisis del dME y reconocer otras argumentaciones que podrían dar pie para la resignificación del conocimiento en cuestión, perciben la exclusión de la cual han sido víctimas, producida por el dME. Esto hace evidente la concordancia entre dicha investigación teórica y los resultados obtenidos en el presente taller.

**Palabras clave:** exclusión, violencia simbólica, discurso matemático escolar

**Abstract.** In this article we report the experience of the workshop "In Search of exclusion in school mathematical discourse" presented at the Latin American Meeting of Mathematics Education in its 24 venue. In this workshop approach we reflected on the theoretical investigation reported by Soto (2010) from a socioepistemological vision, which states that: school mathematical discourse (dME) produces a type of exclusion within the educational system to its actors through the imposition of meanings, arguments and mathematical procedures. In this paper we explain that exclusion, showing how the workshop participants, when faced with a specific activity, such as analyzing the DME and recognizing other arguments that might give rise to the redefinition of knowledge in question, perceived the exclusion to which they have been subjected to, produced by the dME. This provides evidence that the correlation between theoretical research and the results obtained in this workshop.

**Key words:** exclusion, symbolic violence, school mathematical discourse

### Introducción

Concibiendo que la Matemática Educativa es una disciplina que se preocupa y ocupa de los fenómenos que ocurren en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, se ha estudiado el fenómeno de la “exclusión” desde diferentes perspectivas. Se pueden distinguir, principalmente, dos tipos de estudios: por un lado, aquellos enfocados en cómo las prácticas pedagógicas y el currículo de matemáticas no representan a algunos grupos sociales, por lo cual se produce una exclusión hacia esos sectores. Por el otro, los que se centran en que la sociedad excluye con la Matemática, porque sin saber Matemáticas, no podemos formar parte del breve porcentaje de personas privilegiadas (Knijnik, 2003; Gómez, 2007; Rivas, 2005). Sin embargo, es preciso aclarar que el taller consideró a la exclusión como un proceso que emerge de la propia matemática escolar (Soto, 2010). Entendiendo que el propio conocimiento

trastocado con fines didácticos, es el que impone significados y valida sólo un tipo de argumentación, con lo cual genera un tipo muy sutil de exclusión.

El taller, del cual presentaremos los resultados en este artículo, tuvo como primer objetivo demostrar empíricamente que existe una exclusión hacia los actores del sistema didáctico de la construcción del conocimiento matemático. Para ello nos propusimos evidenciar y que los participantes del taller experimentaran, la carencia de marcos de referencia para resignificar un conocimiento matemático específico -el teorema de l' Hospital- que de acuerdo a su formación conocen e incluso en muchos casos enseñan.

Nuestro segundo objetivo fue conformar, junto a los participantes del taller, una unidad de análisis del fenómeno de *exclusión*, a partir de la consideración de que la exclusión que produce el *dME* tiene como principal móvil la imposición de significados, argumentaciones y procedimientos matemáticos. Por tanto, la principal hipótesis del taller fue: existe un *sistema de razón* que fundamenta la *matemática escolar* y que produce un tipo de exclusión denominada *violencia simbólica* (Soto, 2010).

Considerando que un *sistema de razón* se caracteriza principalmente por crear mapas en los cuales se delinear las formas de actuar, razonar, dar significados y/o argumentar de los individuos, entre otras, lo que conlleva a que un modo alternativo quedará fuera de los límites, entendiéndose “extraño” o “anormal; nuestro tercer objetivo fue dibujar el *mapa* del *dME* de una noción específica de la matemática de nivel superior: el teorema de l' Hospital. Del análisis de los textos escolares (Stewart, 1999; L'Hospital, 1696, entre otros) y de las creencias y concepciones de los propios participantes emergieron las componentes de este *mapa*, entre ellas las identificadas por Soto (2010): la atomización de los objetos y procesos matemáticos, el carácter utilitario y no funcional del conocimiento, la concepción de que la Matemática es un saber acabado y continuo, la hegemonía del *dME* y la falta de marcos de referencia para su resignificación.

Por último, el análisis del *dME* del teorema de l'Hospital que nos llevó a la conformación del *mapa* del *sistema de razón*, nos evidenció la *violencia simbólica* que se ejerce a partir de la imposición de argumentaciones, significados y procedimientos sobre el humano y que no permite que se incluya en la construcción del conocimiento matemático (Cantoral y Soto, 2009).

Creemos relevante destacar que los participantes -docentes, investigadores e investigadores en formación- observaron cuán nocivo ha de ser el *dME* actual, lo cual nos permite: por un lado, dar cuenta la concordancia entre la investigación, que plantea que el *dME* es excluyente, y la

evidencia empírica, que demuestra la certeza de la hipótesis; por el otro, nos brinda un nuevo argumento que hace explícita nuestra convicción de la necesidad de un rediseño del *dME*.

### La exclusión que produce el *dME*

Como hemos señalado, nuestro taller considera a la perspectiva de *exclusión* adoptada por Soto (2010), la cual señala que la exclusión es producida por la propia matemática escolar, es decir, consideramos que existe un *sistema de razón* que fundamenta a la organización de la Matemática Escolar y que genera principios donde el quehacer de los individuos o de los grupos queda al margen de la construcción del conocimiento.

Ahora bien, ¿qué tipo de *exclusión* pretendemos evidenciar? Como hemos señalado, la comunidad preocupada de este fenómeno ha estudiado diferentes formas por las cuales se manifiesta la *exclusión*, sin embargo, en el presente trabajo, pretendemos mostrar cómo el *dME* genera *violencia simbólica*. Es decir, planteamos que es el propio conocimiento trastocado con fines didácticos, el cual impone significados y valida sólo un tipo de argumentaciones, con lo cual genera un tipo muy sutil de *exclusión*, donde los actores del sistema didáctico (estudiantes, profesores, padres, directivos, políticos, etc.) son “cómplices involuntarios” de este proceso, debido a la legitimidad de la cual goza el sistema que lo produce.

De esta forma nuestro taller combinó dos tipos de análisis de la *exclusión escolar*. Por una parte, intentamos explicitar las características del *sistema de razón -dME-* que fundamenta a la organización de la matemática escolar, el cual delimita lo que queda dentro de lo “normal” en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática; y, por otra, nos proponemos evidenciar cómo ese *sistema de razón* a partir de sus características y de la legitimidad social de la cual goza, impone significados, procedimientos y argumentaciones que los actores del sistema didáctico reconocen e interiorizan, reconociendo en ellas hegemonía y superioridad.

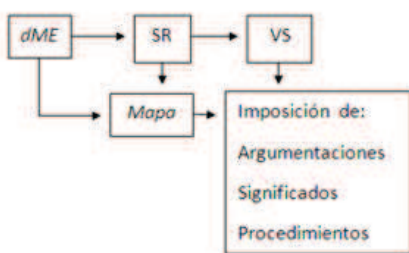


Figura 1. Modelo de exclusión

El modelo de exclusión que utilizamos como base teórica de nuestro taller y que se encuentra descrito con mayor profundidad en Soto (2010), queda reflejado en la *figura 1*. El *dME* es un *sistema de razón* que produce *violencia simbólica*, a partir de la imposición de argumentaciones, significados y procedimientos.

## El taller

Con el fin de generar en los participantes, profesores e investigadores de nivel superior, una confrontación directa con la violencia simbólica que produce el dME, en un primer momento, se les hizo entrega de la siguiente actividad para que resolvieran:

**¿Recuerdas este enunciado?**

Suponga que  $f(x)$  y  $g(x)$  son dos funciones derivables y que  $g'(a) \neq 0$ . Suponga también que:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 \quad \vee \quad \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$$

Entonces:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Dibuje dos gráficas  $f$  y  $g$  de manera que represente el enunciado anterior.

Figura 2: Actividad presentada a los participantes

La actividad se propuso con el fin de que los participantes reconozcan un contexto de significación usual y que la pregunta planteada los movilice a un escenario de construcción diferente, no sólo por el tipo de representación que se privilegia en el dME, sino por las argumentaciones que de la situación misma emergen. En ella, se retoma el Teorema de l'Hospital de la investigación realizada por Soto (2010), en donde, como se dijo anteriormente, se evidencia teóricamente que los significados, argumentaciones y procedimientos que fundamentaron la construcción del teorema, distan de ser los que en la práctica actual los individuos usan para reflexionar sobre él, resumiéndolos simplemente a lo que el dME impone.

Al momento de dar respuesta, la mayoría de los asistentes se vieron imposibilitados a dibujar las gráficas de manera tal que representaran dicho enunciado. A continuación mostraremos una de las producciones realizadas (Figura 3):

The image shows a student's handwritten work. On the left, a graph of a parabola  $f(x) = x(x-a)$  is shown with a tangent line at  $x=a$ . Below it, the student defines  $f(x) = x(x-a) = x^2 - ax$  and calculates  $f'(x) = 2x - a$ ,  $f'(a) = a$ . The limit calculation is  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{x(x-a)}{x(x-a)} = -1$ . On the right, a graph of a parabola  $g(x) = -x(x-a)$  is shown with a tangent line at  $x=a$ . Below it, the student defines  $g(x) = -x(x-a) = -x^2 + ax$  and calculates  $g'(x) = -2x + a$ ,  $g'(a) = -2a + a = -a$ . The limit calculation is  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{2x-a}{-2x+a} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{-1(-2x+a)}{1(-2x+a)} = -1$ .

Figura 3. Producción de una participante del taller

En ella, se puede observar que la hipótesis planteada en el teorema, es comprendida y graficada por la asistente -quien reflexionó en conjunto con otros colegas- sin embargo, no ha podido afrontar la situación de graficar la tesis del teorema, recurriendo, en cambio, a procedimientos algebraicos, que igualmente no la ayudan a resolver la situación.

Posterior a este momento, luego de reflexionar acerca de la situación y las posibilidades de respuestas de los quince participantes, las cuales fueron: parecidas a la anterior, nulas, o bien, en dos casos lograron realizar la gráfica; se presentaron los fundamentos teóricos que sustenta la posición con respecto al tipo de exclusión que se analizó en el dME.

A continuación, se analizan dos textos de estudio del nivel superior que presentan al teorema de l'Hospital, en la siguiente figura se muestra la presentación de uno de ellos:

**Regla de l'Hospital:** Supóngase que  $f$  y  $g$  son derivables y que  $g'(x) \neq 0$  cerca de  $a$  (excepto quizás en  $a$ ). Supóngase que

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$  y  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$

O que  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm\infty$  y  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = \pm\infty$

(En otras palabras, tenemos una forma indeterminada del tipo  $\frac{0}{0}$  o del  $\frac{\infty}{\infty}$ )

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Si el límite del segundo miembro existe (o es  $\infty$  o es  $-\infty$ )

Figura 4. Presentación del teorema de l'Hospital en Stewart (1999)

Ante la lectura de estos textos se reflexionó sobre las características del dME que lo hacen ser excluyente. Ésta se llevó a cabo ya sea mediante las argumentaciones utilizadas por los propios asistentes, como así también por los significados, argumentaciones y procedimientos que brindan los textos. Por ejemplo, los asistentes comentaron: "...no se dice ni para qué, ni por qué nos interesa esa herramienta", "...en las explicaciones se abandona el contexto geométrico", o bien, "La concepción de la matemática es la misma (...) la concepción de la tarea docente es la misma, el docente es el que representa un conocimiento que ya está (...)". En estas intervenciones, se reconocen elementos para la conformación de un mapa que se llevó a cabo de manera grupal, los cuales quedan explícitos en el sustento teórico del taller, estas son: el carácter utilitario, la falta de marcos de referencia y la concepción de que la matemática es un conocimiento acabado, respectivamente.

Después de llevar a cabo la discusión con los participantes del taller acerca de los elementos que constituyen al dME del teorema en cuestión, se analizó la obra del Marquez de l'Hospital

(1696), “Analyse des infiniment petits pour l’intelligence des lignes courbes”. Donde el teorema se presenta como un problema, de la siguiente forma:

Sea AMD una línea curva ( $AP=x$ ,  $PM=y$ ,  $AB=a$ ) tal que el valor de la ordenada y esté expresado por una fracción, en el cual el numerador y el denominador se vuelvan cada uno cero cuando  $x=a$ , es decir, cuando el punto P caiga sobre el punto dado B [fig.130]. Se pregunta cuál debe ser entonces el valor de la ordenada BD.

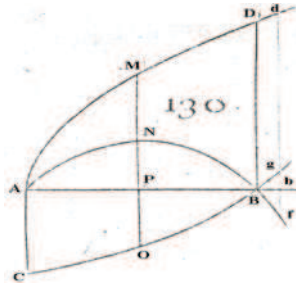


Figura 5. Traducción del problema (l’Hospital, 1998, p. 259)

La resolución del problema que plantea l’Hospital está fuertemente influenciada por el cálculo leibniano, los infinitesimales y de la noción de diferencial, y del análisis cartesiano, es decir, del estudio de las curvas mediante métodos algebraicos (Figura 6).

Siendo ANB y COB dos líneas curvas conocidas que tienen a la línea AB como eje común, tal que la aplicada PN, y tales que la ordenada PN exprese el numerador y la ordenada PO el denominador de la fracción general que conviene a todas las PM, de modo que  $PM=(AB*PN)/PO$ . Es claro que estas dos curvas se intersectarán en el punto B, dado que, por la suposición, PN y PO se vuelven cada una cero cuando el punto P cae en B. Planteado eso, si se concibe una ordenada bd infinitamente próxima a BD, y que intersecta a las líneas curvas ANB y COB en los puntos f y g, se tendrá  $bd=(AB*bf)/bg$ . la cual no difiere de BD. Entonces el problema consiste en encontrar la razón entre bg y bf. Ahora bien, es claro que al volverse AB la abscisa AP, las ordenadas PN y PO se vuelven nulas, y que al volverse Ab la abscisa AP, se vuelven bf y bg. De donde sigue que estas ordenadas, las mismas bf y bg hacen la diferencia de las ordenadas en B y b con relación a las curvas ANB y COB, y por lo tanto, si se toma la diferencia de numeradores y se divide entre la diferencia del denominador, después de haber hecho  $x=a=Ab= AB$ , se tendrá el valor buscado de la ordenada bd o BD. Lo cual se quería encontrar.

Figura 6. Solución del problema en la obra de l’Hospital (l’Hospital, 1998, pp. 259-260)

El análisis que se lleva a cabo con respecto a la obra de l’ Hospital es en relación a que existen otro tipo de argumentaciones para resignificar el teorema, es decir, que existen elementos en

otros marcos de referencia (en este caso la obra) para que un estudiante o un profesor haga emerger el teorema, los cuales no son considerados por *dME*.

En la segunda etapa del taller se reflexiono acerca de las características del *dME* que lo hacen ser excluyente, para ellos se presento

Habiendo concluido el trabajo práctico y llevadas a cabo las discusiones con los participantes, surgieron dos reflexiones importantes: la primera, en torno al rol del docente como autoridad pedagógica, quien en el aula, según uno de los asistentes: “el profesor es excluido... la exclusión que ejerce el excluido... la vive con mucha fuerza, entonces se mete al aula y hace una reproducción de esa exclusión”. Estas reflexiones, hicieron emerger cómo es que el docente durante su formación y su práctica, es víctima de esta exclusión de la construcción del conocimiento matemático (Reyes-Gasperini y Crespo Crespo, 2011). La segunda, a través de la experiencia en el taller, se da visibilidad a la concordancia entre la investigación teórica y los resultados obtenidos en una aplicación empírica, lo que fortalece la necesidad del rediseño del *dME*.

### Reflexiones finales

El taller nos ha permitido reflexionar sobre tres aspectos en particular: en primer lugar, se ha reconocido por parte de los participantes que el *dME* los ha excluido, ya que no encontraron otros marcos de referencia para resignificar un conocimiento que ya “dominan”. Los participantes reconocieron la linealidad y la presentación del teorema como un conocimiento acabado, característica del discurso que no permite que el conocimiento sea trastocado, por tanto, no permite la participación del sujeto en su construcción. En segundo lugar, nos permitió reflexionar sobre el rol del profesor como agente del sistema que también es víctima de la exclusión producida por el *dME*, transformándose, inconscientemente en un reproductor de ella, ya que al reconocer una legitimidad en el *dME*, el fenómeno se hace invisible. Esto da lugar a la apertura de la discusión e investigación respecto a la exclusión producida durante la formación docente. En tercer y último lugar, las discusiones generadas por el trabajo desarrollado, han permitido fortalecer la evidente necesidad de un diseño bajo perspectivas que consideren al humano como constructor de conocimiento matemático.

En síntesis, los resultados obtenidos del taller permitieron ver empíricamente el fenómeno de la exclusión que ha sido teorizado en Soto (2010), generando el reconocimiento por parte de la comunidad de la existencia de un fenómeno típicamente social y reproducido en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas; la necesidad de continuar investigando sobre este fenómeno tomando como población particular a los docentes; y, por último, brinda un nuevo argumento que avala el rediseño del *dME*.

## Referencias bibliográficas

- Bourdieu, J. y Passeron, J-C. (2005). *La reproducción; elementos para una teoría del sistema de enseñanza*. (Trad. J. Melendres y M. Subirat). México: edición Fontamara (original en Francés, 1970).
- Soto S., D. y Cantoral, R. (2010). ¿Fracaso o exclusión en el campo de la Matemática? En P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 23, 839-848. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Gimenez, J.; Díez- Palomar, J. y Civil, M.(2007). *Exclusión y Matemáticas*. En J. Giménez; J. Díez-Palomar y M. Civil (coord.). *Educación matemática*, 9-44. España: Graó
- Knijnik, G. (2007). Diversidad cultural, matemáticas y exclusión: oralidad y escritura en la educación matemática campesina del sur del Brasil. En J. Giménez; J. Díez-Palomar y M. Civil (coord.). *Educación matemática*, 63-82. España: Graó
- Littlewood, P., Herkommer, S. y Koch, M (2005b). El discurso de la Exclusión social: un análisis crítico sobre conceptos y modelos de interpretación. En J. Luengo (Comp.). *Paradigmas de gobernación y de exclusión social en la educación*, 19-42. España: Pomaires.
- L'Hospital, A. (1696). *Analyse des infiniment petits pour l'intelligence de lignes courbe*. Paris, Francia: ACL-Editions. [Reimpresión, 1988]
- L'Hospital, A. (1998). *Análisis de los infinitamente pequeños para el estudio de las líneas curvas*. (Trad. R. Cambray). México: Servicios editoriales de la Facultad de Ciencias, UNAM. (Original en Francés, 1696)
- Popkewitz, T. y Lindblad, S. (2005). Gobernación educativa e inclusión y exclusión social: dificultades conceptuales y problemáticas en la política y en la investigación. En Julian J. Luengo (Comp.). *Paradigmas de gobernación y de exclusión social en la educación*, 116-165. España: Pomaires.
- Reyes-Gasperini, D. y Crespo Crespo, C. (2011). Un estudio acerca del fenómeno de exclusión a nivel superior en la carrera del profesorado de Matemática. En P. Lestón (Ed.) *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 24. (En prensa)
- Rivas, P. (2005). La Matemática como factor de deserción escolar y de exclusión social [Versión electrónica]. *La Revista Venezolana de Educación (Educere)* 9 (29), 175-170.
- Soto, D. (2010). *El Discurso Matemático Escolar y la exclusión. Una visión socioepistemológica*. Tesis de Maestría no publicada, Cinvestav, México.
- Stewart, J. (1999). *Cálculo: conceptos y contextos*. México: Thomson.