

## SIGNIFICADOS PERSONALES DEL PARALELISMO Y GEOMETRÍA DE LOS CUADRILÁTEROS EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICA

Mary Arrieche, Mario Arrieche, Belén Arrieche

Universidad Pedagógica Libertador- Maracay

maryarrieche@hotmail.com, marioarrieche@hotmail.com

Venezuela

Campo de investigación: Formación de profesores, pensamiento geométrico

Nivel: Superior

**Resumen.** *El presente trabajo está centrado en la caracterización de los significados personales del paralelismo y la geometría de los cuadriláteros, consistente en un estudio cognitivo realizado a un grupo de profesores de matemática en formación inicial, de la Universidad Pedagógica-Maracay-Venezuela, con la finalidad de explicar las interpretaciones personales, los errores cometidos y las dificultades de comprensión de los estudiantes en el estudio del tema en cuestión. Para tal fin, se adopta el enfoque onto-semiótico de la cognición e instrucción matemática (Godino y Batanero, 1994; Godino, 2003; Arrieche, 2002). La metodología empleada aborda un enfoque mixto de análisis cuantitativo y cualitativo. Los resultados obtenidos revelan que estos sujetos presentan una deficiente preparación del paralelismo y la geometría de los cuadriláteros al abordar su aprendizaje.*

**Palabras clave:** significado personal, paralelismo, geometría de los cuadriláteros, formación de profesores de matemática

### Introducción

En este trabajo presentamos algunos resultados de un estudio cognitivo realizado en un grupo de profesores de matemática en formación con la finalidad de caracterizar sus significados personales (interpretaciones personales, errores, dificultades de comprensión, etc.) con respecto al paralelismo y geometría de los cuadriláteros. Usamos la noción de significado en el sentido dado por Godino y Batanero (1994) como el sistema de prácticas (actuativas y discursivas) manifestadas por un sujeto ante una cierta clase de tareas. Estas manifestaciones indicarán los aprendizajes logrados, así como las respuestas erróneas, juzgadas desde el punto de vista institucional, y que son indicativas de las dificultades y conflictos cognitivos de los sujetos en el estudio del tema.

En uno de los estudios revisados se afirma: *“Un conocimiento de los errores básicos es importante para el profesor porque le provee de información sobre la forma en que los*

*alumnos interpretan los problemas y utilizan los diferentes procedimientos para alcanzar una buena meta”* (Socas, 1997, p. 143). En nuestro caso las tareas que vamos a proponer involucran las nociones de rectas paralelas, rectas alabeadas, rectas secantes, paralelogramo, cuadrilátero, trapecio y rectángulo. Es de hacer notar que en este informe se describen de una manera sucinta el planteamiento del problema, la metodología, la población y la muestra, los instrumentos de evaluación, análisis e interpretación de los datos, las conclusiones y las referencias bibliográficas

### **Planteamiento del problema**

Actualmente Venezuela está confrontando una de la crisis social y política que está afectando gravemente nuestro sistema educativo. Esta problemática se observa con mayor intensidad en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática en todos los niveles educativos existentes, muy especialmente en la educación básica, media, diversificada y profesional. Uno de los ejemplos más resaltantes donde se muestra éste fenómeno, se encuentra en los estudiantes que ingresan a la educación diversificada, profesional y superior (González, 1990; Arrieche, 1996) con una alta deficiencia en los conocimientos matemáticos básicos requeridos para estudiar los temas propuestos en el programa de matemática en estos niveles educativos.

El Departamento de Matemática de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador núcleo Maracay (UPEL-Maracay), Institución formadora de profesores de Matemática, no se escapa de los efectos negativos de esta problemática, ya que la mayoría de sus estudiantes que ingresan al primer semestre confrontan serias dificultades para aprobar la asignatura Geometría I, probablemente por poseer deficiencias en los contenidos de matemática de los años anteriores. Es así como surge la inquietud de proponer un tema de investigación que estudie la comprensión de los conocimientos matemáticos básicos de los estudiantes de Geometría II de la UPEL-Maracay de tal manera que sus resultados puedan dar algún aporte a la institución, que vaya en vía de mejora el proceso de

enseñanza y aprendizaje de ésta asignatura.

Como esta problemática es muy amplia se centrará el estudio en el tema del Paralelismo y la Geometría de los Cuadriláteros, debido a que este contenido se ha estudiado prácticamente en todos los niveles de educación básica y está involucrado implícita o explícitamente en todos los temas básicos de Geometría I y II. La pregunta inicial que motivó esta investigación fue: ¿Cuáles son los significados que los profesores de matemática en formación inicial le atribuyen al Paralelismo y la Geometría de los Cuadriláteros? En general la problemática de la enseñanza y aprendizaje del paralelismo y la geometría de los cuadriláteros se orienta hacia la comprensión de los diferentes significados que se le atribuyen. Así surge la necesidad de dar respuesta fundada a las interrogantes que describimos a continuación y que clasificamos en dos categorías, (Godino 1999; Arrieche 2002).

#### **Problemática Cognitiva:**

- 1) ¿Qué dificultades de comprensión tienen para los estudiantes de Geometría II de la UPEL-Maracay los distintos aspectos que conforman el paralelismo y la geometría de los cuadriláteros?
- 2) ¿Cuáles son los errores más comunes cometidos por estos estudiantes?

#### **Problemática Instruccional:**

- 1) ¿Como se enseña el paralelismo y la geometría de los cuadriláteros en el nivel y contexto institucional fijado?
- 2) ¿Los profesores de matemática donde se enseña paralelismo y geometría de los cuadriláteros están acorde con la manera en que se debería impartir ese conocimiento?

## **Metodología**

### **Enfoque metodológico**

Para investigar los significados personales de los futuros profesores de matemática con respecto al paralelismo y geometría de los cuadriláteros utilizamos principalmente el enfoque cuantitativo, determinando los porcentajes de respuestas correctas, parcialmente correctas e incorrectas a las preguntas de un cuestionario. Por otro lado, y puesto que el enfoque cuantitativo nos indica las tendencias existentes en la población, pero no muestra toda la riqueza de la variabilidad individual, ni explica el por qué de la misma, vamos a complementar el estudio mediante técnicas de tipo cualitativo. Este estudio incluye el análisis de los errores de las respuestas al cuestionario y un estudio de casos mediante entrevista clínica, que nos va a permitir caracterizar con más rigor las dificultades y grado de comprensión logrado por los estudiantes de nuestra muestra.

### **Población y muestra**

La población objeto de estudio, han sido los estudiantes de segundo año del programa formación de profesores de matemática. La muestra ha sido tomada del Instituto Pedagógico de Maracay de la Universidad pedagógica Experimental Libertador-Venezuela. El estudio se realizó con un grupo de estudiantes de la asignatura Geometría II formado aproximadamente por 40 alumnos del mencionado programa.

### **Instrumentos de evaluación**

Los instrumentos utilizados para recolectar los datos utilizados en esta investigación fueron el cuestionario y un guión de entrevista clínica. El cuestionario estaba conformado por 3 ítems, conteniendo un total de 16 subítems, con la finalidad de determinar los errores y las dificultades presentadas por los estudiantes en las respuestas de las preguntas propuestas. Cabe destacar que, entre los contenidos considerados se

mencionan: definición de rectas paralelas, definición de cuadriláteros, tipos de cuadriláteros, características principales para reconocerlas. Por otro lado, la entrevista fue realizada a un profesor que dicta la asignatura de Geometría II en la UPEL-Maracay con la finalidad de profundizar en los problemas observados por éste y que son presentados por los estudiantes al ingresar a esta casa de estudio.

### **Análisis e interpretación de los datos**

Hemos clasificado las respuestas elaboradas en correctas, parcialmente correctas, incorrectas y respuestas en blanco (cuando el alumno no responde o su respuesta es insuficiente para entender su significado). Presentamos los propósitos y el análisis de contenido de cada ítem del cuestionario considerando los tipos de respuesta correcta, parcialmente correctas e incorrectas. A manera de ilustración en este trabajo sólo describiremos el análisis realizado al ítem N° 1. Sin embargo, en Rodríguez y Arrieche (2006) se puede ver el tratamiento completo que se le hace a cada uno de los ítems del cuestionario.

#### **Ítem N° 1**

*Defina las siguientes nociones: a) Rectas Paralelas; b) Rectas Alabeadas, c) Rectas Secantes, d) Paralelogramo, e) Cuadrilátero, f) Trapecio, h) Rectángulo.*

El propósito de este ítem es evaluar en el alumno, el significado que atribuyen a los conceptos de: Rectas paralelas, rectas alabeadas, rectas secantes, paralelogramo, cuadrilátero, trapecio y rectángulo. Consideramos que la respuesta es correcta cuando el estudiante utiliza adecuadamente, al menos los términos claves del concepto correspondiente. La respuesta parcialmente correcta cuando el estudiante utiliza un término inadecuado o escribe enunciados incompletos, como en el siguiente ejemplo:

Alumno 6 (ítem 1.a) Rectas paralelas *“Son aquellas que no se intersecan”*. Es parcialmente correcta porque las rectas paralelas no se intersecan y están en un mismo plano.

Las respuestas incorrectas se producen cuando se presenta errores conceptuales, es decir los estudiantes muestran total desconocimiento del concepto de la noción que están definiendo. Como por ejemplo:

Alumno 7 (ítem 1.b) Rectas alabeadas: *“Es la recta perpendicular o una recta paralela a un punto”* Es incorrecta porque, ya que el estudiante no tiene ni idea del concepto de esta noción.

Entre algunos de los resultados en este ítem se tienen:

En el ítem **1a** sólo un 25 % de los estudiantes respondieron en forma correcta, aunque hay un 58,33% que respondieron de manera parcialmente correcta, es decir, que conceptualmente su respuesta es correcta pero se expresan incorrectamente. También es notorio que el 16,67% respondieron en forma incorrecta. Esto parece demostrar la dificultad de los sujetos para describir adecuadamente el concepto de rectas paralelas.

En el ítem **1b** se refleja una grave situación ya que el índice de preguntas sin respuestas representa un 66.67%, las repuestas incorrectas representan un 25%, las repuestas correctas representa un 8.33%, y 0% las parcialmente correctas, esto quiere decir que de 12 estudiantes evaluados 8 no respondieron.

En el ítem **1c** ningún estudiante respondió correctamente y sólo 4 estudiantes respondieron parcialmente correctas representando un 33.33%. Sin embargo la situación sigue siendo grave ya que 8 estudiantes tuvieron las respuestas incorrectas lo que corresponde al 66.67% de la muestra y un 16.67% no contestó. Comportamiento muy similar presentó el ítem **1e** donde ningún estudiante respondió correctamente y

solamente 1 respondió parcialmente correcta representando un 8.33%, pero el restante de los evaluados (8) presentaron errores conceptuales representando un 66.67% y 3 de los evaluados no respondió representando un 25%.

## Conclusiones

En este apartado presentamos los resultados más relevantes obtenidos en el cuestionario y en la entrevista personal realizada a un profesor, y las principales conclusiones del estudio.

La prueba en general ha sido difícil para los alumnos, ya que en algunos ítems ninguno de los 12 sujetos que presentaron respondió correctamente. Las mayores dificultades se han presentado en las definiciones de los conceptos y en la demostración. El mayor número de errores conceptuales están en la definición de rectas alabeadas y paralelogramo.

Ha sido en general bastante difícil para los alumnos resolver la demostración planteada y el dominio de distinguir la veracidad o falsedad de un enunciado o teorema.

Entre los principales errores detectados mencionamos los siguientes:

- a. Imprecisión de las definiciones de los conceptos, que indican una comprensión insuficiente.
- b. Confusión entre conceptos, como por ejemplo entre paralelogramo y cuadrilátero.
- c. Aplicación incorrecta de los teoremas para resolver la demostración.

En relación a la entrevista realizada al profesor podemos concluir que esta problemática es muy amplia, ya que es una situación que pasa de unos a otros. Es algo que se tiene que tratar principalmente en las personas que se están preparando como docentes de matemática puesto que de estos estudiantes depende la buena o mala formación de los futuros bachilleres del país.

Como principales aportes destacamos:

El modelo teórico adoptado para la realización de nuestra investigación nos lleva a distinguir como constituyentes esenciales de cualquier contenido matemático y en particular el del paralelismo y la geometría de los cuadriláteros una componente práctica y una teórica. Es decir, en todo proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática, en los niveles educativos existentes, se deben tener en cuenta las notaciones, los tipos de problemas, los procedimientos, las operaciones, las definiciones, propiedades y argumentaciones.

La descripción sistemática de los errores y dificultades que manifestaron los estudiantes de geometría II al resolver el cuestionario sobre el paralelismo y geometría de los cuadriláteros. Esta faceta de la investigación nos ha aportado información sobre los aspectos que requieren una mayor atención por parte del docente y de los docentes en el proceso de enseñanza y aprendizaje de estos contenidos.

### Referencias bibliográficas

Arrieche, M. (1996, julio): *Reflexiones sobre algunos factores que afectan el rendimiento académico de los estudiantes de matemática de la UPEL-Maracay en los primeros cursos de la Especialidad*. Ponencia presentada las terceras Jornadas de Enseñanza de la matemática en la región central, organizada por la Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Maracay.

Arrieche, M. (2002): *La teoría de Conjuntos en la formación de Maestros. Facetas y Factores Condicionantes en el Estudio de una Teoría Matemática*. Tesis Doctoral. Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, España.

Godino, J. (1999, septiembre): *Implicaciones Metodológicas de un Enfoque Semiótico-Antropológico para la investigación en Didáctica de la Matemática*. Ponencia presentada en el Seminario sobre Marcos Teóricos y Metodológicos para la Investigación en

Educación Matemática en el Tercer Simposio de la SEIEM, Valladolid.

Godino, J.D. (2003). *Teoría de funciones semióticas: Un enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática*. Departamento de Didáctica de la matemática de la Universidad de Granada.

Godino, J. y Batanero, C. (1994): *Significado Institucional y Personal de los Objetos Matemáticos*. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3) , 325-355.

González, F. (1990, octubre): *El rendimiento académico de los estudiantes Universitarios y la preparación Matemática que ellos reciben a nivel de educación secundaria*. Ponencia presentada en las primeras jornadas de enseñanza y aprendizaje de la matemática en la región central, organizadas por la universidad de Carabobo, Valencia.

Rodríguez, S. y Arrieche, M. (2006). *Significados personales de los paralelogramos y la geometría de los cuadriláteros de estudiantes de matemática de la UPEL-Maracay*. Ponencia presentada en la décima primera jornada Institucional de Investigación de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Maracay.

Socas, M. (1997). *Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria*. En L. Rico (Coord.), *La Educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 125-154). Barcelona: ICE Universidad de Barcelona y Horsori.