SOCIOEPISTEMOLOGÍA Y MATEMÁTICAS

Ricardo Cantoral, Rosa María Farfán
Departamento de Matemática Educativa. Cinvestav. IPN. México
DME – Cinvestav, IPN; Dirección de Educación, Ciencia y Sociedad del ICyT DF. México
rcantor@cinvestav.mx, rfarfan@cinvestav.mx
Campo de investigación: Socioepistemología Nivel: Superior

Resumen. En esta ponencia se discutió el estado que guarda la investigación en Matemática Educativa en distintos planos y con el empleo de ejemplos, se puso especial énfasis en las Tesis de base de la teoría y en el papel que juega la noción de *práctica social* en la construcción y difusión institucional del conocimiento matemático. Ahora ampliamos esto con un par de ejemplos.[10]

Palabras clave: socioepistemología, práctica social, matemática

Introducción

En un sentido amplio, digamos que tradicional, la teoría del conocimiento ha considerado a la Representación como una imagen, una idea, una noción o más ampliamente, un pensamiento expresado, formado al nivel mental y que está presente de modo consciente. En este sentido la representación precisa de aquello que habrá de ser re-presentado – es decir, vuelto a presentar –, requiere por tanto de un Objeto con existencia previa cuya captación intelectual reproduzca mentalmente a través de traer al presente las situaciones vividas, o de anticipar eventos por venir que condensen la experiencia adquirida. Kant empleó el término *representación* para hacer referencia a un acto de experiencia mental de carácter epistemológico. En un sentido más radical, Platón asumió que los objetos matemáticos son anteriores a la experiencia humana pues existen en el mundo de las ideas.

Bajo este enfoque, la actividad semiótica no puede crear al objeto, pues sólo lo re-presenta, es por ello que algunos autores han señalado críticas a este enfoque. Radford, (2004),

[10] Artículo extraído del artículo: Cantoral, R., Farfán, R. M., Lezama, J., Martínez-Sierra, G. (2006). Socioepistemología y representación: algunos ejemplos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. Special Issue on Semiotics, Culture and Mathematical Thinking. L. Radford & D'Amore, B. (Guess Editors) 27 – 46.

citando a Peirce, decía que el signo no crea al objeto: aquél es solamente afectado por éste. En pocas palabras, en las diferentes escuelas de pensamiento que adoptan una perspectiva trascendental respecto a los objetos matemáticos (que sea el caso del idealismo o del realismo), los signos constituyen el puente de acceso a esos objetos conceptuales vistos como situados más allá de las peripecias de la acción humana y la cultura. Para Radford, es la actividad humana la que produce al objeto. El signo y la forma en que éste es usado (esto es, su sintaxis) – forma necesariamente cultural en tanto que inmersa en Sistemas Semióticos Culturales de significación– son considerados como constitutivos del objeto conceptual: éstos objetivan al objeto. (*op. Cit.*, p. 14).

El enfoque socioepistemológico comparte la tesis, de la semiótica cultural, que confiere a la actividad humana la función de producción del objeto, aunque el énfasis socioepistemológico no es puesto ni en el objeto – preexistente o construido, ni en su representación – producida o innata; sino más bien se interesa y se ocupa de modelar el papel de la práctica social en la producción de conocimiento con la intención de extraer de ello diseños para la intervención didáctica. Claramente ello exige de un posicionamiento sobre el sentido que adquiere la expresión: práctica social en este enfoque.

Se asume como tesis fundamental que existe una profunda diferencia entre "la realidad del objeto" – la llamada realidad implicada – y "la realidad descrita" que producen los seres humanos en su acción deliberada para construir su "realidad explicada". La socioepistemología ha tratado el problema de la representación de un modo singular, pues no busca discurrir teóricamente sobre la acción de representar al objeto mediante artefactos, herramientas o signos, sino que se ubica "a ras" de las *prácticas* y de la forma en que éstas se norman por *prácticas sociales*.

En primer término es importante distinguir la noción de *práctica* en un sentido llano, de aquella que usamos en este enfoque. La *práctica social* la entendemos como normativa de la actividad, más que como actividad humana reflexiva o reflexión sobre la práctica; o aun como se señala en (Radford, 2004) *"interiorización reflexiva de prácticas sociales históricamente constituidas"*. Ahí radica una de las principales distinciones teóricas de este enfoque: *"la práctica social no es lo que hace en sí el individuo o el grupo, sino aquello que les hace hacer lo que hacen"* (Covián, 2005). De este modo, se intenta explicar los procesos de construcción, adquisición y difusión del saber matemático con base en prácticas sociales. En sus investigaciones, los socioepistemólogos reportan más bien caracterizaciones del ejercicio de las prácticas que anteceden a la producción o construcción de conceptos y al desarrollo del saber.

Según este encuadre teórico, es preciso modificar el centro "pasar de los objetos a las prácticas". Los enfoques *reificacionistas* centrados en objetos, buscan explicar el proceso mediante el cual se llega a la construcción del objeto y minimizan el papel que desempeña la triada: herramientas, contextos y prácticas. El cambio de centración producirá un deslizamiento de orden mayor hacia explicaciones sistémicas, holísticas, complejas y transdisciplinarias, todo ello en virtud de que la acción cognitiva no busca la apropiación de objetos a través de sus partes, sino que asume que éstos no existen objetiva y previamente, "ahí afuera", previos a la experiencia, sino que –más bien– los objetos son "creados" en el ejercicio de prácticas normadas (tesis compartida con la semiótica cultural). En consecuencia, se cuestiona la idea de que la cognición se reduzca a la acción de recobrar los rasgos extrínsecos del entorno local a través de un proceso de representación. La cognición es entonces entendida como la capacidad de "hacer emerger" el significado a partir de realimentaciones sucesivas entre el humano y su medio ambiente próximo, tanto físico como cultural, a partir de una interacción "dialéctica" entre protagonistas. Esta interacción, es socialmente normada y en tal sentido, la práctica es de hecho, inevitablemente, una práctica social. El conocimiento entonces, como se ha señalado en (Varela et al., 1997) depende de las experiencias vividas que, a su vez, modifica las propias percepciones y creencias.

La socioepistemología

De partida habremos de señalar que la aproximación socioepistemológica a la investigación en matemática educativa busca construir una explicación sistémica de los fenómenos didácticos en el campo de las matemáticas, no sólo discute el asunto de la semiosis o el de la cognición de manera aislada, sino que busca intervenir en el sistema didáctico en un sentido amplio, al tratar a los fenómenos de producción, adquisición y de difusión del conocimiento matemático desde una perspectiva múltiple, que incorpore al estudio de la epistemología del conocimiento, su dimensión sociocultural, los procesos cognitivos asociados y los mecanismos de institucionalización vía la enseñanza (Cantoral, Farfán, 2003).

En este enfoque se enfatiza el hecho de que las aproximaciones epistemológicas tradicionales, han asumido que el conocimiento es el resultado de la adaptación de las explicaciones teóricas con las evidencias empíricas, ignorando, en algún sentido, el papel que los escenarios históricos, culturales e institucionales desempeñan en la actividad humana. La socioepistemología por su parte, se plantea el examen del conocimiento matemático, social, histórica y culturalmente situado, problematizándolo a la luz de las circunstancias de su construcción y difusión (Cantoral, Farfán, 2004).

La aproximación socioepistemológica a la investigación en matemática educativa se ocupa entonces, específicamente, del problema que plantea la construcción social del conocimiento matemático y de su difusión institucional. Dado que este conocimiento adquiere el estatus de saber sólo hasta que se haya constituido socialmente, en ámbitos no escolares, su difusión hacia y desde el sistema de enseñanza le obliga a una serie de modificaciones que afectan directamente su estructura y su funcionamiento, de manera que afectan también a las relaciones que se establecen entre los estudiantes y su profesor. Bajo este enfoque se han producido una gran cantidad de investigaciones empíricas y de las cuales citamos algunas (Alanís et al, 2000; Arrieta, 2003; Cantoral, 1990, 1997, 1999;

Cantoral y Farfán, 1998; Cordero, 2001; Covián, 2005; Lezama, 2003; López, 2005; Martínez – Sierra, G, 2003; Montiel, 2005).

En su intento por difundir estos saberes, la socioepistemología sostiene que se forman *discursos* que facilitan la representación en matemáticas alcanzando consensos entre los actores sociales. Nombramos a estos discursos con el término genérico de *discurso matemático escolar* (Cantoral, 1990). Cabe aclarar que su estructuración no se reduce a la organización de los contenidos temáticos, ni a su función declarativa en el aula (discurso escolar), sino que se extiende un tanto más allá, al llegar al establecimiento de bases de comunicación para la formación de consensos, la construcción de significados compartidos, en este sentido se trata más bien de una unidad cultural (Minguer, 2004).

Para mostrar lo anterior, considérese el siguiente hecho. El tratamiento didáctico de las distintas clases de funciones a través de sus representaciones gráficas enfrenta dificultades serias la momento de evaluar los logros al nivel de la comprensión por parte de los estudiantes. Si bien la mera clasificación visual de sus representaciones puede ser un elemento de partida para distinguirlas en una explicación didáctica, habrá que explorar más profundamente aquellos elementos que les permitan aproximarse a la naturaleza de las distintas clases de funciones. Veamos a continuación el escenario en que aparece por vez primera el empleo de la noción de práctica de referencia en el que las gráficas, las clases de funciones y la realidad física se articulan con base en la noción de práctica social.

Teoría analítica del calor

El ejemplo de la propagación del calor resulta útil para mostrar de que manera, antes que el objeto y su representación, está la *praxis*, y con esta la significación cultural. La propagación del calor resulta en si mismo un asunto desafiante, pues no trata de un *objeto* matemático como tal, sino de un *contexto* en que habrían de ejercer ciertas prácticas los científicos e ingenieros de una época y de una circunstancia específicas. Fue una cuestión a la que tanto la Mecánica Racional como el Análisis Matemático del siglo XVIII no dieron respuesta cabal, y de ello da cuenta la histórica controversia suscitada a raíz de la cuerda vibrante. Al lado de este desarrollo, encontramos el surgimiento de la ingeniería matemática sobre la práctica tradicional y el papel sustantivo que una institución de educación superior, la École Polytechnique, tuvo para su posterior consolidación. Así pues, el asunto matemático que estaremos ejemplificando, el del estudio de la convergencia de series infinitas se inscribe en el ambiente fenomenológico de la conducción del calor, en estrecha relación con la ingeniería, dio a luz, gracias a la conjunción de, por supuesto, innumerables variables, de entre las cuales destacamos como antecedentes al cálculo algebraico y al surgimiento de la ingeniería en el siglo XVIII. Es decir, una práctica social que normaba el quehacer de los científicos y tecnólogos de la época: Predecir el comportamiento de lo que fluye, fuese el calor, el movimiento o los flujos eléctricos, la intención última de este programa renovador era el de mostrar el papel del saber como la pieza clave de la vida futura de esa sociedad. Es importante ubicar que esto se da en el marco de la profesionalización de una *práctica de referencia*, la práctica de la ingeniería y por ende en el seno de la comunidad politécnica. La cuestión entonces no se reducía a conocer un objeto matemático, sino el mostrar que la práctica de la ingeniería podría ser científica. La función normativa de la práctica social haría su aparición en forma de discurso matemático y enseguida, casi al mismo tiempo, como una forma de discurso matemático escolar.

El surgimiento del concepto de convergencia, que data del siglo XIX se da en un ambiente fenomenológico de singular relevancia para la Ingeniería Matemática; la propagación del calor en donde la variación está presente y la ecuación en la que tal variación se significa, es:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{K}{CD}\left(\frac{d^2v}{dx^2} + \frac{d^2v}{dy^2} + \frac{d^2v}{dz^2}\right)$$

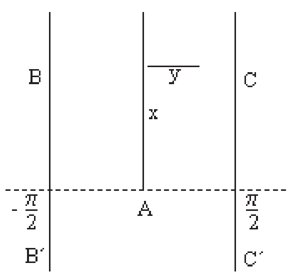
En los inicios del desarrollo de la humanidad, cuando las diversas experiencias se examinan por vez primera, se recurre de entrada a la intuición reinante del fenómeno, ya sea de lo calórico para el caso que nos ocupa, del ímpetu o del éter, en otros. De este modo, es con lo calórico que se realiza mejor la conducción, o con el ímpetu que se da el movimiento. Se precisó de una revolución del conocimiento científico para agrupar en una unidad fundamental al conocimiento y la manera de percibirlo.

Con la obra de Biot la experiencia se dirige hacia la medida y el cálculo desechando la explicación del fenómeno mediante el calórico, valiéndose de las indicaciones suministradas por termómetros, obteniéndose así la primera ecuación diferencial que rige al fenómeno. Sin embargo, los coeficientes constantes no fueron analizados, no se distinguió entre lo que es propio del cuerpo específico, de aquello que persiste independientemente. En especial, los parámetros de conductibilidad, de densidad, de calor específico, permanecen en un solo coeficiente empírico. La tarea constructiva culmina con la *Théorie Analytique de la Chaleur* (1822) de Fourier, en donde se analiza el problema de la propagación del calor en los sólidos, que consiste en describir el comportamiento del fenómeno de propagación buscando aquello estable y permanente, que se conserva inalterable con el fluir del tiempo. Esto es, la ecuación que gobierna el comportamiento del sistema.

Como Fourier llega finalmente a la ecuación diferencial de Biot, que ha recibido la sanción de la experiencia, se puede decir que el método de Fourier ha logrado la construcción matemática completa del fenómeno. De paso se rompen o, mejor aún, se niegan, los conceptos fundamentales del análisis matemático del siglo XVIII, como son: el de función, el papel del álgebra, el continuo real, así como la interpretación física de las soluciones, y se inicia el estudio de la convergencia de series infinitas, pilar fundamental del Análisis Matemático moderno. Salta a la vista la importancia singular de la obra de Fourier, tanto para la ingeniería como para el análisis matemático mismo. De suerte tal, que determinar el estado estacionario del sistema conduce, necesariamente, a un estudio de la convergencia de una serie trigonométrica infinita. La búsqueda de la predicción y la predicción como una práctica, antecede al proceso de significación y de representación de objetos. Es decir, son las prácticas y no sus representaciones las que forman el saber matemático.

En este ejemplo, ¿qué objeto matemático se representa?, no hay objeto preestablecido, ni preexistente, estos son construidos por los actores con el ejercicio de sus prácticas y normados por su búsqueda de la predicción. Se pasa del oficio a la profesión gracias al logro de la función normativa de la práctica social. El problema particular con el que Fourier inicia este estudio es el siguiente:

> *Suponemos que una masa sólida homogénea está contenida entre dos planos verticales B y C paralelos e infinitos, y que se ha dividido en dos partes por un plano A perpendicular a los otros dos (ver figura); consideraremos las temperaturas de la masa BAC comprendida entre los tres planos infinitos A, B, C. Se supone que la otra parte B'AC' del sólido infinito es una fuente constante de calor, es decir, que todos esos puntos permanecen con temperatura 1, la cual no puede llegar a ser jamás menor ni mayor. En cuanto a los dos sólidos laterales, uno comprendido entre el plano C y el plano A prolongado y el otro entre el plano B y el A prolongado, todos los puntos de ambos tienen una temperatura constante 0, y una causa exterior los conserva siempre a la misma temperatura; en fin, las moléculas del sólido comprendido entre A, B y C tienen la temperatura inicial 0. El calor pasará sucesivamente de la fuente A al sólido BAC; él se propagará en el sentido de la longitud infinita y, al mismo tiempo, se desviará hacia las masas frías B y C, quienes absorberán una gran cantidad. Las temperaturas del sólido BAC se elevarán más y más; pero ellas no podrán pasar ni aun alcanzar un máximo de temperatura, que es diferente para los distintos puntos de la masa. Tratamos de conocer el estado final y constante al cual se aproxima el estado variable.*



Temperatura constante = 1

> *Así, el problema consiste en determinar las temperaturas permanentes de un sólido rectangular infinito comprendido entre dos masas de hielo B y C y una masa de agua hirviendo A; la consideración de los problemas simples y primordiales es uno de los medios más seguros para el descubrimiento de leyes de fenómenos naturales, y nosotros vemos, por la historia de la ciencia, que todas las teorías se han formado siguiendo este método.*

Para el caso particular propuesto, la ecuación general se reduce a $\frac{\partial v}{\partial t}=\frac{K}{CD}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)$, pues se omite tanto la coordenada *z* como su correspondiente derivada parcial (el grosor se considera infinitesimal). Dado que se trata de determinar el estado estacionario, independiente del tiempo (es decir, constante respecto del tiempo), deberá tenerse que $\frac{\partial v}{\partial t}=0$.

Así que la ecuación por resolver es $\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}=0$. Si una función satisface la ecuación, deberá cumplir con las siguientes condiciones:

- Anularse en - $\pi/2$ ó $\pi/2$ en lugar de *y*, cualquiera que sea, por otro lado, el valor de *x*.
- Ser igual a la unidad si se supone *x*=0 y si se le atribuye a *y* un valor cualquiera comprendido entre - $\pi/2$ y +$\pi/2$.

Es necesario añadir que esta función debe llegar a ser extremadamente pequeña cuando se da a x un valor muy grande, ya que todo el calor surge de una sola fuente A. Condiciones que hoy nombramos de frontera. La solución la encuentra por un método de separación de variables, considerando que la temperatura *v* se puede expresar como el producto de una función de *x* por una función de *y*, $v = F(x)\, f(y)$

Sustituyendo en la ecuación anterior se tendrá: $\frac{F''(x)}{F(x)}+\frac{f''(y)}{f(y)}=0$ y suponiendo que el primer sumando es igual a m^2, donde *m* es constante, una solución es $F(x) = e^{-mx}$, $f(y) = \cos my$.

El valor para la constante *m* no puede ser negativo, pues se tendría que el valor e^{-mx} sería infinito cuando *x* es infinitamente grande, hecho que no concuerda con la situación física, ya que a medida que se aleje de la fuente de calor, la función disminuye. Para determinar el exponente *m* recordaremos que la función *v* se anula en - π/2 ó π/2. Luego como $e^{m\pi/2} \neq 0$, para cualquier *m*, debe tenerse que $\cos\left(-\frac{m\pi}{2}\right) = 0$ y, por tanto, $m = 2n + 1$, *n* natural.

Las soluciones correspondientes a cada valor serán entonces: $e^{-x}\cos y$, $e^{-3x}\cos 3y$, $e^{-5x}\cos 5y$, ... y cualquier combinación lineal de éstas también es solución,

$v = a\, e^{-x}\cos y + b\, e^{-3x}\cos 3y + c\, e^{-5x}\cos 5y + \ldots$ (b)

…en este punto Fourier hace notar: "... No se puede inferir nada para los valores que tomaría la función si se pone en lugar de una cantidad que no esté comprendida entre $-\frac{\pi}{2}$ y $+\frac{\pi}{2}$ ..."

Así la ecuación b) se convierte en $1 = a\cos y + b\cos 3y + c\cos 5y + d\cos 7y + \ldots$ para $-\pi/2 \le y \le \pi/2$; ahora sólo resta calcular la infinidad de coeficientes *a*, *b*, *c*, *d*,... . A nuestros ojos, la solución ya está dada (salvo por dicho cálculo); para Fourier, en cambio, es necesario justificar la solución físicamente[11] antes de realizar tal cálculo y añade:

> *Supongamos que la temperatura fija de la base A, en lugar de ser igual a la unidad para todos los puntos, sea tanto menor entre más alejado esté el punto 0 de la recta A, y que sea proporcional al coseno de esta distancia; se conocerá fácilmente, en ese caso, la naturaleza de la superficie curva cuya ordenada vertical expresa la temperatura u, o f(x,y). Si se corta esta superficie por el origen con un plano perpendicular al eje de las x, la curva que determina la sección tendrá por ecuación*
>
> $v = a\cos y\,;$

[11] Pero, a diferencia de Bernoulli que presenta argumentos físicos para la demostración del problema, aquí Fourier nos muestra que la solución matemática es coherente con la situación física, pero la demostración se inserta en la matemática misma, sin alusión a argumentos que no pertenecen a ella. Así, se inicia la separación entre la física y las Matemáticas, que desde la antigüedad caminaban estrechamente ligadas una de la otra.

los valores de los coeficientes serán los siguientes

$$a = a,\ b = 0,\ c = 0,\ d = 0,$$

y así sucesivamente, y la ecuación de la superficie curva será

$$v = ae^{-x} \cos y.$$

Si se corta esa superficie perpendicularmente al eje de las y, se tendrá una logarítmica cuya convexidad es devuelta hacia el eje; si se le corta perpendicularmente al eje x, se tendrá una curva trigonométrica que tiene su convexidad hacia el eje. Se sigue de ahí que la función $\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}$ *tiene siempre un valor positivo, y que el de* $\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}$ *es siempre negativo. Ahora bien (art. 123), la cantidad de calor que una molécula adquiere, de acuerdo a su lugar entre otras dos en el sentido de las x, es proporcional al valor de* $\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}$*; por tanto, se tiene que la molécula intermedia recibe, de la que precede en el sentido de las x, más calor del que ella le comunica a la que le sigue. Pero, si se considera esta misma molécula como colocada entre otras dos en el sentido de las y, siendo negativa la función* $\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}$*, se ve que la molécula intermedia comunica a la que le sigue más calor que lo que recibe de la precedente. Se llega así, que el excedente de calor que ella adquiere en el sentido de las x se compensa exactamente con lo que pierde en el sentido de las y, como lo expresa la ecuación*

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = 0$$

Se sabe así la ruta que sigue el calor que sale de la fuente A. Él se propaga en el sentido de las x, y al mismo tiempo se descompone en dos partes, una se dirige hacia uno de los ejes, mientras que la otra parte continúa alejándose del origen para descomponerse como la anterior, y así sucesivamente hasta el infinito. La superficie que consideramos es engendrada por la curva trigonométrica que responde a la base A, y se mueve perpendicularmente al eje de las x, siguiendo este eje, mientras que cada una de sus ordenadas decrece al infinito, proporcionalmente a las potencias sucesivas de una misma fracción.

Se obtendrán consecuencias análogas si las temperaturas fijas de la base A fueran expresadas por el término b cos 3y, o uno de los términos siguientes c cos 5y...; y se puede, después de esto, formarse una idea exacta del movimiento del calor en el caso general; ya que se verá, por lo que sigue, que ese movimiento se descompone siempre en una multitud de movimientos elementales, en donde cada uno se comporta como si fuese solo.

En el episodio anterior, tanto Fourier como Biot y los ingenieros egresados de la *Politechinique*, están interesados en *anticipar* el comportamiento de la naturaleza, en modelarla, su búsqueda no se reduce a representar un objeto preexistente, una noción, un concepto o un procedimiento. Esta necesidad de anticipación sólo podría provenir de una práctica de referencia que la ingeniería matemática del periodo había acuñado con tanta vehemencia. Se cobija la anticipación en dicha práctica de referencia, y *norma* al conjunto de actividades y prácticas (reiteración intencional de la actividad) para producir la experiencia. Llamaremos práctica social a ese emergente que norma el ejercicio de las prácticas, su localización no puede provenir de la observación sino del análisis, se trata de un constructor teórico que nos permite explicar el proceso de construcción social del conocimiento matemático.

Reflexiones finales

Los ejemplos muestran la diversidad de situaciones que habrían de considerarse ampliando el marco teórico hacia la socioepistemología. Este artículo ha querido mostrar cómo opera el enfoque socioepistemológico al centrar su atención en las prácticas más que en los objetos. Su centración en las prácticas arroja luz distinta de aquella que produce la centración en objetos, en procesos o en mediadores. El artículo mostró mediante ejemplos, el papel que juega la práctica social en la construcción del conocimiento matemático y de cómo dicha práctica se articula con los procesos de representación.

Este artículo si bien pretende posicionar a la Socioepistemología a través de ejemplos, busca sobre todo discurrir sobre el papel de la noción de práctica social en la formación de conocimientos. No se abordan las relaciones de complementariedad o contraposición de cara a otros enfoques teóricos, aunque bien sabemos que existen relaciones con la

Semiótica Cultural de Radford, o con el enfoque Ontosemiótico de Díaz – Godino, o aun con la Teoría Antropológica de la Didáctica de Chevalard y colaboradores, o con la Etnomatemática de D'Ambrosio y colaboradores, pero más bien quisimos aportar un elemento adicional, una particular interpretación de la noción de práctica social que juzgamos prometedora para la investigación en matemática educativa.

En el futuro inmediato, el enfoque socioepistemológico estará intentando construir elementos de articulación entre los enfoques señalados anteriormente, pero esa será otra historia…

Referencias bibliográficas

Alanís, J., Cantoral, R., Cordero, F., Farfán, R., Garza, A., y Rodríguez, R. (2000). *Desarrollo del Pensamiento Matemático*. México: Trillas.

Arrieta, J. (2003). *Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula*. Tesis de doctorado no publicada. México: Cinvestav IPN.

Cantoral, R. (1990 versión preliminar, 2001). *Matemática Educativa: Un estudio de la formación social de la analiticidad*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Cantoral, R. (1997). *The sociological point of view in math educaticion: The case of analytical functions*. RUMEC. Michigan State University, USA

Cantoral, R. (1999). Approccio socioepistemologico a la ricerca in matemática educativa. *La matemática e la sua didattica*, Vol. 3, 258-273.

Cantoral, R. y Farfán, R. M. (1998). Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción al análisis. *Espsilon*, Núm. 42, Vol. 14(3), 353-369: España.

Cantoral, R. y Farfán, R. M. (2002). La sensibilité à la contradiction: une étude sur la notion de logarithmes à nombres négatifs et l'origine de la variable complexe. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 24 (2-3) 137-168.

Cordero, F. (2001). La distinción entre construcciones del cálculo. Una epistemología a través de la actividad humana. *Relime*, 4 (2), 103–128.

Covián, O. (2005). *El papel del conocimiento matemático en la construcción de la vivienda tradicional: El caso de la Cultura Maya*. Tesis de maestría no publicada. Cinvestav IPN México.

Lezama, J. (2003). *Un estudio de reproducibilidad de situaciones didácticas.* Tesis de doctorado no publicada. Cinvestav IPN, México.

López, I. (2005). *La socioepistemología. Un estudio sobre su racionalidad*. Tesis de maestría no publicada. Cinvestav IPN, México.

Martínez-Sierra, G. (2003). *Caracterización de la convención matemática como mecanismo de construcción de conocimiento. El caso de de su funcionamiento en los exponentes*. Tesis de doctorado no publicada. Cicata – IPN, México.

Minguer, L. M. (2004). Entorno sociocultural y cultura matemática en profesores del nivel superior de educación. Un estudio de caso: El Instituto Tecnológico de Oaxaca. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 17*(2): 885 – 889.

Montiel, G. (2005). *Estudio Socioepistemológico de la función trigonométrica*. Tesis de doctorado no publicada. Cicata – IPN, México.

Radford, L. (2004). *Semiótica cultural y cognición*. Conferencia dictada en la Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa. Tuxtla, Chiapas México. [En red] Disponible en http://laurentian.ca/educ/lradford/Tuxtla3.pdf

Varela, F. et al. (1997): *De cuerpo presente*. Barcelona: Editorial Gedisa.