CONSTRUCCIÓN DEL INFINITO EN ESCENARIOS NO ESCOLARES

Patricia Lestón, Apolo Castañeda
Instituto Superior del Profesorado "Dr. Joaquín V. González" Argentina
Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada México
patricialeston@yahoo.com.ar, apcastane@gmail.com
Campo de investigación: Estudios socioculturales, Socioepistemología Nivel: Medio

Resumen. *El siguiente trabajo presenta dos actividades realizadas por alumnos de escuela media en las que se intentan determinar las ideas en referencia al infinito que se construyen fuera de la institución escolar, con el fin de poder analizar cómo éstas interfieren luego en la construcción del infinito matemático. Buscando integrar las componentes cognitiva, epistemológica, didáctica y social que rodean a este concepto se enmarca la investigación en la aproximación socioepistemológica (Cantoral, 2001). Se consideran además los modelos implícitos que rigen la adaptación de nuevas ideas (Fischbein, 1989); y se observa cómo forman estos modelos a lo largo de la vida.*

Palabras clave: infinito, idea intuitiva, construcción social

Introducción

El infinito es conocido por los alumnos, aunque sea en forma coloquial. Generalmente, antes de ser presentado y discutido en la escuela, el estudiante tiene ideas no escolares asociadas al infinito. Como concepto matemático, el infinito se construye en la escuela en sus diferentes visiones, como resultado de un límite, extensión de una recta, resultado de una suma infinita o cociente de denominador tendiendo a cero. El conflicto surge cuando estas ideas, las intuitivas y las matemáticas, diferentes en su construcción y naturaleza, tienen que convivir en la mente de los alumnos. En ese proceso que ocurre dentro del aula, las ideas intuitivas elaboradas fuera de escenarios escolares reaparecerán, afectando la idea matemática que los alumnos construyan.

El objetivo de esta propuesta es intentar conectar las dos construcciones que se dan en función del mismo objeto para intentar determinar si esas construcciones pueden auxiliarse una a la otra, o al menos, no entorpecerse. Se plantean a continuación dos preguntas que son las que guían la línea en la cual se diseñaron las actividades y en que se continuará la investigación:

- ¿De qué manera se relaciona el significado ya conocido con el significado matemático por conocer?
- ¿Puede construirse el infinito matemático a través de su aparición en escenarios no matemáticos?

Planteo del problema y marco teórico

El infinito se usa habitualmente para referirse a distintas situaciones fuera de la escuela, en particular por los niños: "el amor es infinito", "el cielo es infinito", "las estrellas son infinitas". Es decir, antes de ser presentado y discutido en la escuela, el alumno tiene ideas asociadas al infinito de su vida no escolar, que nacen del diálogo con sus padres y pares, ideas que toda persona que viva en una sociedad ha ido construyendo. Como concepto matemático, el infinito se construye luego en la escuela, en la clase de matemática, se lo trabaja como cardinal de los conjuntos numéricos, como "cantidad" de puntos de un segmento, como la "longitud" de una recta y asociado a muchos otros conceptos matemáticos. El conflicto surge entonces cuando estas dos ideas, la intuitiva y la matemática, diferentes en su construcción y en su naturaleza, tienen que convivir en la mente de los alumnos. Es en el proceso de la construcción que se produce dentro del aula, influenciada por ideas intuitivas y extraescolares, en donde las ideas intuitivas reaparecerán, afectando la idea matemática que los alumnos construyan.

Lo que se analiza en esta investigación es la existencia de actividades humanas en estos escenarios no escolares que condicionan la construcción de un conocimiento de naturaleza matemática, a pesar de que se use primero fuera de la cultura matemática. El objetivo de este trabajo es entonces, identificar cuáles son esas ideas intuitivas asociadas al infinito, cómo se construyen en escenarios no escolares, en situaciones cotidianas, y comenzar a identificar qué influencias tienen en la posterior construcción del infinito matemático dentro de la escuela.

De acuerdo al problema planteado y su naturaleza, se necesita para poder analizarlo realizar un estudio que integre en este análisis las componentes cognitiva, epistemológica, didáctica y social que rodean a la construcción de este concepto. Se propone entonces enmarcar la investigación en la aproximación socioepistemológica, que plantea que:

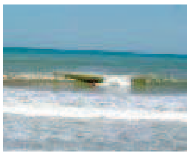
> *"Mientras [las aproximaciones epistemológicas tradicionales] asumen al conocimiento como el resultado de la adaptación de las explicaciones teóricas con las evidencias empíricas, ignorando el papel que los escenarios históricos, culturales e institucionales desempeñan en toda actividad humana, la socioepistemología plantea el examen del conocimiento situado, aquel que atiende a las circunstancias y escenarios socioculturales particulares."(*Lezama, 2005, p. 341)

Experimentación

Primera Experiencia: El infinito intuitivo

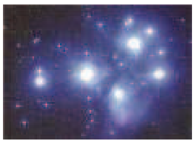
- **Objetivo**
  - ❖ Buscar en la memoria de los alumnos las ideas más antiguas que tuvieran en referencia al infinito, recuerdos de su infancia
  - ❖ Analizar distintas situaciones habitualmente relacionadas con el infinito y buscar fuera de la matemática referencias sobre este tema.

1. ¿Cómo explicarían la presencia del infinito en cada una de estas situaciones?

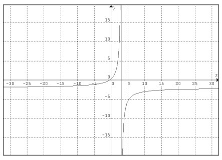


"Desde lo visual, es infinito, no se ve donde termina ni el mar ni el universo"

"El agua del planeta no es infinita porque se puede calcular su volumen en litros. Esto es porque está en un medio, la Tierra, que mantiene igual o con pocos cambios, su volumen, que es finito"



"Hay millones de estrellas, es imposible contarlas, entonces pareciera que fueran infinitas"



"El límite de la función es infinito, porque aumenta a medida que se acerca al valor, y se sigue acercando, así que se sigue agrandando y nunca deja de crecer: es infinito"

"Todas las funciones son infinitas: no tienen ni principio ni porque para un valor de x siempre hay una valor de y"

2. Escriban dos frases como mínimo en que se utilice la palabra infinito y que no se relaciones con la matemática. Explica qué significado tiene ahí este término.

"Hasta el infinito y más allá (Buzz Lightyear –Toy Story)".

"Si alguien te decía infinito, vos decías infinito punto rojo y le ganabas, porque es más grande. El único que le ganaba al infinito punto rojo es el infinito punto de todos los colores, pero ese no se aceptaba, era trampa".

"Te quiero hasta el infinito"

3. El símbolo que representa al infinito es ∞. ¿Cómo lo describirían? ¿Por qué creen que se utiliza esa imagen? Creen otro símbolo y expliquen por qué podría servir

"Es adecuado porque no se ve dónde empieza ni dónde termina. Es continuo, no lo terminás de recorrer nunca"

"No es adecuado porque es cerrado, debería mostrar que sigue siempre"

"Es mejor este porque muestra que lo infinito sigue para todos lados"

- **Conclusiones**

  - ❖ Lo infinito se relaciona con aquello de lo cual no se puede asegurar dónde termina ni donde comienza, lo que no se puede medir ni contar; aún cuando se sepa que el final existe, como en el caso del mar.
  - ❖ Por otro lado, las referencias a la infancia están más teñidas de sentimentalismo: el amor es infinito.
  - ❖ Ese infinito en realidad tiene un significado distinto al matemático: es inalterable, no se modifica y no existe nada mayor que él en cuestión de sentimientos. Ha de ser, entonces, infinito.

Segunda Experiencia: El infinito en la literatura

- **Objetivo**

  - ❖ Enfrentar a los estudiantes con una serie de textos y tiras cómicas en que se trata al infinito, aunque no de forma matemática

  - ❖ Identificar cuáles son las ideas que ese tratamiento despierta en ellas

Para los siguientes textos, analice el elemento matemático que se trabaja y explique si está de acuerdo o no con el enfoque presentado

- ❖ *El libro de Arena* (Borges, 1998, pp. 130-137)
- ❖ *La paradoja de Tristam Shandy* (Palacios y otros, 1995, p. 23)
- ❖ *El hotel de Hilbert* (Palacios y otros, 1995, p. 29)

El libro de Arena

- ✓ *"Se trabaja el infinito, lo explica con varias comparaciones distintas: que no hay primera ni última hoja, que una página no se puede volver a encontrar, que la numeración es arbitraria y no se repite, es más, el nombre del cuento, El libro de Arena, hace referencia a la comparación entre las hojas y el arena, aunque el arena no es infinita pero es imposible encontrar el primer o último grano"*
- ✓ *"No es claro cómo puede ser que infinitas hojas, que tienen un espesor aunque sea mínimo, estén dentro de un libro que se puede manejar. Él dice que lo va a poner en el lugar donde sacó la biblia, y la biblia tiene una cantidad finita de hojas"*

La paradoja de Tristam Shandy

- ✓ *"La idea que se plantea es la del infinito, pero el del infinito como los números naturales: 1, 2, 3, 4, 5. Y es claro lo que se quiere hacer entender: tanto con la numeración de los días como el de los años se puede extender infinitamente. Obviamente es un relato que pretende explicar este aspecto de infinito del tiempo, ya sea de los días como de los años"*

El hotel de Hilbert

- ✓ *"La idea de infinito que aparece acá es distinta a las anteriores, porque lo que hace el autor es dividir al conjunto en partes iguales (las habitaciones pares y las impares) y ocupar unas con las personas que ya estaban y las otras con las que llegan. Está bien lo que hace porque hay la misma cantidad de números pares que de impares, pero no tiene sentido el planteo: si hay infinitas personas cambiándose de habitación no hay última persona, entonces nunca terminan de acomodarse. Es ilógico el planteo, no tiene sentido."*

- ✓ *"Lo que se plantea no tiene sentido: el autor dice que todas las habitaciones están ocupadas y llegan infinitas personas para ubicarse, entonces los que ya estaban ahora ocupan las habitaciones pares y los que llegan las impares; pero si todas estaban ocupadas y ahora las quiero ubicar en la mitad no entran, por más que los números pares sean infinitos: ya estaban todos usados y también estaban usados los impares, y ahora con la misma cantidad de habitaciones pretendo ubicar al doble de pasajeros. No se puede, lo que el autor hace es jugar con la idea de infinito, pero en el fondo es como lo de las paradojas de 1º Año, no lo puede explicar entonces hace un relato tipo fantástico para que se vea lo difícil que es."*

- **Conclusiones**
  - ❖ Los textos abren la discusión a algunas cuestiones referidas al infinito.
  - ❖ Desde la información matemática que tienen sobre qué es el infinito buscan hacer una lectura más crítica que comprensiva, buscan desacreditar algunos de los aspectos que aparecen y no comprenden en los relatos para poder entonces, continuar con sus ideas, que sí comprenden.

Conclusiones finales

La escuela está inmersa en un escenario social que hace de ella un lugar en el cual la intuición no tiene espacio. El alumnado sabe que lo que cree o siente no acredita conocimiento, solo el saber, el saber de los libros o el transmitido por los docentes permite la promoción de las materias. Y la escuela media es un medio para lograr un primer escalón en el avance de la educación. Y la manera de concluirlo es acreditar el conocimiento que la sociedad ha aceptado como importante y necesario en su sistema de valores.

La escuela no puede seguir mirando a la cultura popular como algo sin valor. Las ideas intuitivas, lo que se construye en la vida no escolar es parte de lo que los estudiantes saben, y debe aceptarse como elemento, ya sea para colaborar o para mostrar las contradicciones que con el conocimiento erudito presenta. Como dice Montiel:

> *"Dicho en otras palabras, encontraremos los factores sociales que generan conocimiento matemático, entendidos éstos como aquellas restricciones que pesan sobre los individuos por el sólo hecho de vivir en sociedad y que no son estrictamente modificables por una voluntad individual"(*Montiel, 2005, p.20*)*

El impacto de las ideas intuitivas en el caso del infinito es innegable, especialmente porque fuera de la matemática el infinito no es contradictorio. En los sentimientos, en el tiempo, en el espacio, en la religión, el infinito "cierra": convence, caracteriza de manera tal que todo el mundo sabe de lo que se está hablando. Los conflictos aparecen sólo dentro de la matemática: entonces, ¿por qué alguien cambiaría un modelo que no tiene problemas (el modelo intuitivo) por un modelo que se muestra contradictorio, conflictivo y que "no convence" (el modelo matemático)? La matemática escolar debe tomar parte en la modificación del discurso de manera tal que los alumnos encuentren en el sistema matemático un modelo que sea compatible con las nociones que provienen de experiencias no escolares para contribuir a la construcción de noción mejor adaptada.

Referencias bibliográficas

Bell, E. T. (1996). *Historia de las Matemáticas.* México DF: Fondo de Cultura Económica.

Borges, J. L. (1998). El Libro de Arena. En Borges, J. *El Libro de Arena*. (pp. 130 -137). Madrid: Editorial Alianza.

Boyer, K. (1996). *Historia de la Matemática.* Madrid: Alianza Universidad.

Cantoral, R. (2001) Sobre la articulación del Discurso matemático escolar y sus Efectos Didácticos. En Beitía G. (Editor) *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa Volumen 14.* México DF: Grupo Editorial Iberoamérica.

Cantoral, R. (2003). La aproximación socioepistemológica a la investigación en matemática educativa: una mirada emergente. [CD-ROM] *XI Conferencia Interamericana de Educação Matemática*. Tema: Educación Matemática & Desafíos y Perspectivas. Blumenau: Universidade Regional de Blumenau.

Cantoral, R. y Montiel, G. (2001). *Funciones: Visualización y Pensamiento Matemático.* México DF: Pearson Education.

Crespo Crespo, C. (2001). Acerca de la comprensión del concepto de continuidad. En *Boletín de SOAREM* nº 11 (pp.7-14). Buenos Aires: SOAREM.

Crespo Crespo, C. (2002). La noción de infinito a través de la historia. En C. Crespo Crespo (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. 15 (I), (pp. 529-534). México.

D'Amore, B. (2005). *Bases filosóficas, pedagógicas, epistemológicas y conceptuales de la Didáctica de la Matemática.* México DF: Editorial Reverté.

Fischbein, E. (1989). Tacit Models and Mathematical Reasoning. *For the learning of Mathematics. 9, 2.* (pp. 9 – 14)

Garbin, S. (2003). Incoherencias y conexiones: el caso del infinito actual con estudiantes universitarios. Primera fase del estudio. En J. Delgado Rubí (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa.* 16 (II) (pp. 406-414). Santiago de Chile.

Garbin, S. (2005). ¿Cómo piensan los alumnos entre 16 y 20 años el infinito? La influencia de los modelos, las representaciones y los lenguajes matemáticos". *Relime 8* (2), 169-193.

Lezama, J. (2005). Una Mirada Socioepistemológica al Fenómeno de la Reproducibilidad". *Relime 3* (8), 339-362.

Martínez, G. (2005). Los procesos de convención matemática como generadores de conocimientos. *Relime 8* (2), 195-218.

Montiel, G. (2005). *Estudio socioepistemológico de la Función Trigonométrica*. Tesis de Doctorado no publicada. CICATA del IPN, México

Palacios, A., Barcia, P., Bosch, J., Otero, N. (1995). *Los Matematicuentos. Presencia matemática en la literatura.* Buenos Aires: Magisterio del Río de la Plata.

Valdivé Fernández, C. (2006). Una experiencia en investigación-acción técnica: “el paso del infinito potencial al infinito ‘como un todo’ para comprender la construcción de los conjuntos infinitos”. En Martínez, G. (Ed.). *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa.* 19. (pp. 544-550). México.