

## DESARROLLO DE LA NOCIÓN DE GRAFICACIÓN EN LA ANTIGÜEDAD

Apolo Castañeda Alonso

CICATA Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología

México

Avanzada del IPN, Programa de Matemática Educativa-IPN

apcastane@gmail.com

Campo de investigación: Socioepistemología

Nivel: Medio

**Resumen.** *En este artículo se presenta un estudio socioepistemológico del desarrollo de la noción de graficación entendida como una actividad vinculada al estudio o tratamiento de las funciones. Aunque no fue sino hasta finales del siglo XIX cuando se define a la función tal y como la conocemos ahora, nuestro estudio en la época antigua en la que se evidencia el uso de las gráficas y se concluye la existencia de procedimientos, estrategias o ciertas técnicas que conduce a la graficación.*

**Palabras clave:** graficación, función

### La Epistemología en la Investigación en Matemática Educativa

Los estudios de carácter epistemológico ofrecen explicaciones de la naturaleza de los objetos matemáticos al analizar su origen y desarrollo, los criterios y condiciones de su validez, su consistencia lógica, entre otras (Albert, 1998). Sin embargo es posible llevar la investigación a enfoques más específicos, y para los matemáticos educativos (Sierpinska & Lerman, 1996) este tipo de estudios provee de explicaciones detalladas de los procesos por los que se desarrolla una idea matemática; observando las condiciones de desarrollos pasados, los momentos en los que se negocian y agregan significados ampliándose campos de estudio o los puntos en la historia en los que se descartan ideas y nociones asociadas a los conceptos en cuestión.

Sin embargo, cuando se trata de indagar las condiciones de creación y desarrollo de las ideas matemáticas, así como las circunstancias sociales o culturales que posibilitan su construcción o los factores extra-matemáticos que moldea y permea el conocimiento, una epistemología en el sentido tradicional no alcanza a ofrecer explicaciones sobre este tipo de preguntas de naturaleza sociocultural. Se requiere entonces de un acercamiento

epistemológico sensible a reconocer, entre otras; la naturaleza del conocimiento, los procedimientos de comunicación hacia los colectivos, así como los mecanismos por los que una cultura ejerce influencia en la formulación de ese conocimiento. Esta visión incluyente a la que se ha llamado socioepistemología (Cantoral, 2001) da cuenta de estas explicaciones al reconocer que existen variables del tipo social y cultural en los procesos de validación de las ideas (negociación de significados) así como en los procesos de comunicación y difusión.

El estudio de Lizcano (1993) en relación a la construcción de la noción de negatividad en el antiguo oriente, mostró que el desarrollo de esta idea estuvo determinada por significados sociales y culturales; como el devenir de las fuerzas o la complementariedad en la naturaleza. Así los números negativos, guardan profundo significado con su cultural;

*Las “formas de negatividad que no surgen propiamente de los campos antes acotados (refiriéndose a distinciones de género en Grecia) ni tampoco se derivan de un cierto concepto previo de número. Surgen directamente en un campo: el de unos nombres/números/palillos opuestos que se destruyen mutuamente cuando se está tratando de crear un vacío en un espacio de representación”.* (Lizcano, 1993; p. 19)

En Cantoral, (2001) se puede observar otra descripción de la influencia de variables socioculturales en el desarrollo de la matemática;

*“Es un hecho conocido que no todas las culturas desarrollaron la noción del cero. Particularmente el cero fue inventado en aquellos escenarios socio-culturales en los que el imaginario colectivo y el tratamiento que este hacía de las representaciones de ausencia – como muerte por ejemplo”.*(Cantoral, 2001; p. 67)

El significado que construye cada grupo social está en función de sus códigos y significados compartidos los cuales están incorporados a su propia cosmogonía. Es de esperar que cuando una persona ajena a un grupo que estudia ciertos objetos de saber su condición

no le permite reconocer otras componentes de tipo social-cultural que están inherentes a esos objetos. Por esta razón la perspectiva socioepistemológica de investigación asume importante el reconocimiento de variables sociocultural así como de las prácticas que son generadoras de conocimiento y, en general, de las condiciones en un contexto por las una idea se construye.

### **Sobre la noción de *graficación***

Un trabajo clásico en relación al concepto de función es la obra de Youschkevitch, (1976) quién documentó a través de un estudio histórico el desarrollo del concepto de función, este análisis inició con una descripción de los manejos de ciertas relaciones numéricas de los Babilonios y hace un amplio recorrido analizado finalmente las formulaciones del siglo XIX. En este análisis histórico identificamos un episodio que impactó notablemente el desarrollo del concepto de función, nos referimos específicamente a las contribuciones de Descartes en relación a plano ordenado. Este desarrollo significó contar con un método analítico para expresar relaciones funcionales a través de trazos geométricos sobre un plano, lo que permitió posteriormente la formulación del cálculo infinitesimal.

Pero la necesidad de un plano o de un sistema de referencia para expresar información gráfica proviene desde mucho antes. Los astrónomos Hiparco y Ptolomeo desarrollaron las primeras formas de un sistema de coordenadas para designar lugares en la superficie de la Tierra indicando su *longitud* y su *latitud* (medidas de este a oeste y de norte a sur respectivamente).

Los descubrimientos geográficos y la posibilidad de establecer nuevas rutas comerciales detonó el desarrollo de la cartografía, un primer gran sistema de referencia para ubicar posiciones, lugares y organizar exploraciones. En el campo de la ciencias, una notable contribución a mediados del siglo XIV de Nicolás de Oresme permitió una interpretación de datos a través de una expresión gráfica, descubrió que

había más o menos una equivalencia *lógica* entre tabular y representar gráficamente datos, y propuso utilizar una gráfica para representar una magnitud variable cuyos valores dependen de los de otra magnitud, representó las intensidades variables de cantidades tales.

Los intentos atribuidos a los primeros pitagóricos, por determinar las leyes más sencillas de la acústica, son tipos en la búsqueda de interdependencias cuantitativas entre diversas cantidades físicas como, por ejemplo, las longitudes y los tonos de las notas emitidas por cuerdas de la misma especie, al ser pulsada bajo tensiones iguales. La más antigua tabla de cuerdas que se conoce es la que se encuentra en el *almagesto de Ptolomeo*, obra en la que figuran también numerosas tablas astronómicas.

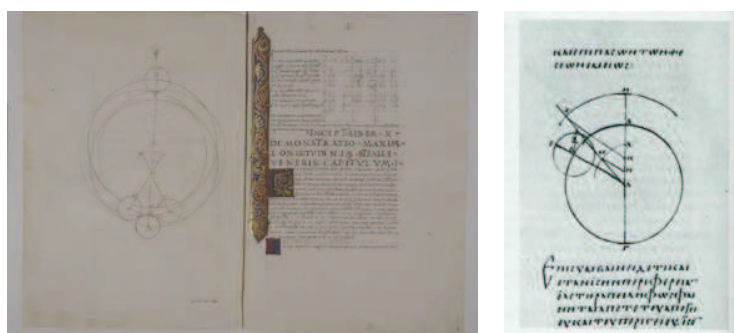


Figura 8  
Almagesto, 1482

Los griegos no se limitaron al uso de relaciones en tablas numéricas. El papel principal en la teoría de las cónicas lo desempeñaron sus síntomas, es decir aquellas propiedades planimétricas básicas de las curvas correspondientes que se derivan de forma inmediata de su definición estereométrica original, como las secciones planas del cono. Así se inicia el trabajo con curvas desde los griegos, con el manejo de las secciones cónicas (375–325 a. C.), el quadratrix (aproximadamente en el año 420 a.C.), the archimedian spiral (225 a.C.), entre otros.

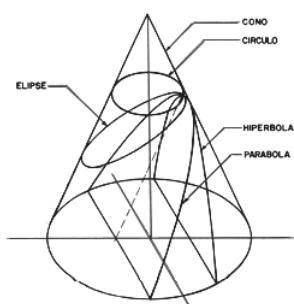


Fig. 8

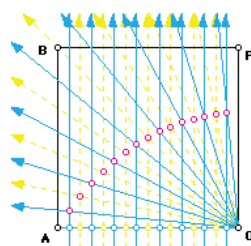


Fig. 9

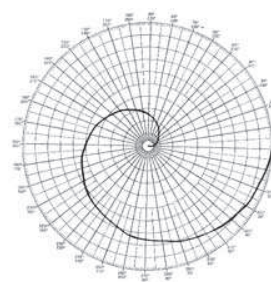


Fig. 10

Secciones cónicas Quadratrix The Archimedian spiral

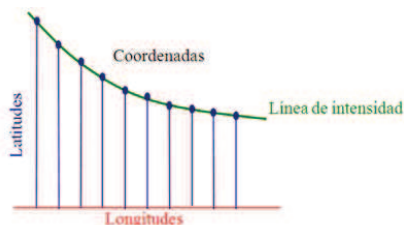
### Relaciones funcionales y gráficas en la Edad Media

A partir del siglo XIII, las matemáticas tienden a ocupar un lugar cada vez más importante en las ciencias de la naturaleza, se empieza a poner en duda la estricta demarcación establecida por Aristóteles entre ellas y las ciencias físicas. Según Crombie (1983), del siglo XII al XVII, se considera como el periodo de la penetración progresiva de las matemáticas en el dominio que se creía pertenecía exclusivamente a las ciencias físicas.

El matemático y Obispo de Lisieux Nicole Oresme (1323-1382) en su obra *Teoría de las latitudes y formas* explicó que “La dimensión de los fenómenos está sometida a múltiples variaciones y dicha multiplicidad es difícilmente discernible si su estudio no se remite al estudio de figuras geométricas. [.]. Todo lo que varía, se sepa medir o no, lo podemos imaginar como una cantidad continua representada por un segmento rectilíneo” (González, 1992; p. 42). Oresme deseaba representar los fenómenos de forma geométrica pero, por la complejidad de la representación en tres dimensiones se apoyaba en representaciones bidimensionales.

Con la teoría de las latitudes de las formas se inicia el manejo de variables dependientes e independientes (aunque estas no son expresadas en esos términos). En esta teoría se puede observar que la latitud de una cualidad es una cantidad variable dependiente de su

longitud y la línea cuspide es la representación gráfica de alguna relación funcional continua.

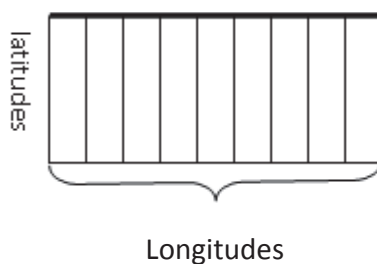


Las coordenadas que se utilizaban en el siglo XIV (latitud y longitud) siempre se referían a los puntos de una curva, y no a los puntos arbitrarios del plano. Sin embargo la misma receta es válida incluso por lo que toca a Descartes.

Como resultado de su estudio anterior Oresme establece una clasificación de las principales clases de formas o cualidades lineales (basado en la forma de las gráficas).

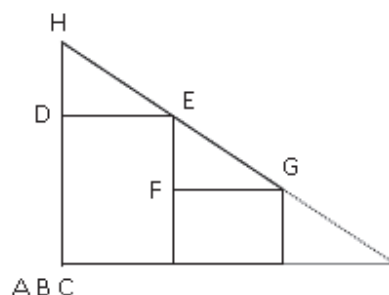
1. *Cualidad o forma uniforme, con latitud constante* y cuya línea de intensidad es paralela a la línea de longitudes (rectángulo).

línea de intensidad



2. *Cualidad o forma uniformemente irregular o diforme*, es aquella en que si se toman tres puntos cualesquiera, la razón de distancias entre el primero y el segundo, y entre este y el

tercero, es igual a la razón de los excedentes de intensidad del primer punto con respecto al segundo y este con respecto al tercero, de estos tres puntos, llamo primero a aquel que posee la mayor intensidad



$$\begin{aligned} DE &\parallel AB \\ FG &\parallel BC \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} DE &= AB \\ FG &= BC \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta HDE \\ \Delta EFG \end{aligned}$$

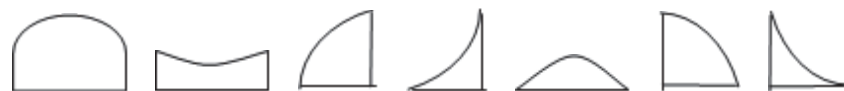
$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{HD}{EF}$$

$$\frac{DE}{FG} = \frac{HD}{EF} \text{ HD y EF son los excedentes}$$

Esta simbología no fue usada por el autor, se ha agregado para explicar el planteamiento hecho por Oresme.

3. *Cualidad o forma irregularmente irregulares o diformemente diformes*, a esta clasificación pertenecen todos los demás casos. Esta es la clase más abundante de cualidades o formas.

Oresme distingue cuatro clases simples de cualidades o formas:



Y sesenta y dos compuestas, cuyas líneas de intensidad están conformadas por dos o más arcos o por segmentos de rectas

Oresme introduce al menos implícitamente cinco ideas innovadoras:

- a) La medida de diversas variables físicas por medio de segmentos
- b) Una noción de relación funcional entre variables
- c) Una aproximación a la introducción de las coordenadas mediante representación gráfica de relaciones funcionales
- d) La constancia de la disminución de la variación en proximidades de un extremo
- e) Una especie de integración o sumatoria continua para calcular la distancia como el área bajo el grafo velocidad-tiempo
- f) Una primera aproximación a la *presentación gráfica* de una relación *funcional*.

## Conclusiones

Este estudio analizamos el desarrollo la *función* en la antigüedad, y hemos identificado a la *graficación* como una actividad *humana* asociada a la representación *gráfica*, En el sentido más general del término, de relaciones funcionales a través de dibujos, trazos y figuras.

La representación gráfica de una relación funcional se usó muchos años antes que las expresiones algebraicas; esta hecho nos hace suponer que el uso de formas gráficas contribuyó a la formulación actual del concepto de función. Los trazos y dibujos no sólo constituyeron formas de expresar las relaciones funcionales sino que a partir de estas



imágenes se construyeron explicaciones, se desarrollaron argumentos y se formularon definiciones.

El manejo de las representaciones gráficas también estaba asociado con el planteamiento y solución de problemas de geometría o de la física (como el del braquistócrona), las gráficas también se usaron para modelar las situaciones variacionales o, como en el caso de Oresme, describir comportamientos físicos.

### Referencias bibliográficas

Albert, A. (1998). Introducción a la epistemología. En Farfán (Coord. Edit), *Antologías, número II* (pp. 1-28). México: Cinvestav-IPN (programa editorial, área de Educación Superior, Departamento de Matemática Educativa).

Boyer, C. (1986). *Historia de la matemática*. Madrid: Alianza Editorial

Cantoral, R. (2001). *Matemática Educativa. Un estudio de la formación social de analiticidad*. Grupo Editorial Iberoamérica. México.

Crombie, A. (1983). *Historia de la ciencia: de San Agustín a Galileo*. (Vol. 1 y Vol. 2). Madrid: Alianza editorial.

Lizcano, E. (1993). *Imaginario colectivo y creación matemática*. Gedisa Editorial, España.

René de Cotret, S. (1985). *Etude Historique de la notion de fonction: Analyse epistemologique et experimentation didactique*. Memoire de Maitrise en Mathématiques. Montreal: Universrté do Quebec.

Ribnikov, K. (1987). *Historia de las matemáticas*. Moscú: Mir.

Sierpinska, A. & Lerman, S. (1996). Epistemologies of mathematics and of mathematics education. En: A. J. Bishop et. Al (eds.), *Internacional Hanndbool of Mathematics Education* (pp. 827-876). Dordrecht, HL: Kluwer, A. P.

Struik, J. (1969). *A source book in mathematics, 1200-1800*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Struik, J. (1998). *Historia concisa de las matemáticas*. México: IPN.

Youschkevitch, A. P. (1976). *The concept of function up to the middle of the 19th century*. Arch. Hist. Exact. Sci. 16, 36-85.