

UNA VISIÓN SOCIOEPISTEMOLÓGICA A TRAVÉS DE LA PREDICCIÓN EN LA CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

Hipólito Hernández Pérez
Universidad Autónoma de Chiapas
polito_hernandez@hotmail.com

México

Campo de investigación: Epistemología, Socioepistemología

Nivel: Superior

Resumen. *En esta investigación buscamos elementos de relación de la conservación de la energía mecánica y el cálculo como una propuesta alternativa de la didáctica de la enseñanza-aprendizaje en las asignaturas de cálculo y física en el nivel medio superior y universitario. En este trabajo proponemos la exploración del experimento de la caída de un cuerpo en un plano inclinado a través de un laboratorio virtual con la finalidad de obtener datos de espacio-tiempo del movimiento (Arrieta et. al, 2006). También, consideramos a la predicción como práctica social y el binomio de Newton como herramienta de interpolación para obtener un modelo matemático en la relación de la energía potencial, energía cinética y el principio de la conservación de la energía mecánica dentro del marco de la aproximación socioepistemológica.*

Palabras claves: predicción, práctica social, conservación de la energía

Introducción

Los contenidos de conservación de la energía mecánica y el binomio de Newton están contemplados en los cursos y planes de estudios de física y matemáticas de las instituciones de educación, tanto, en el nivel medio superior y universitario. En la práctica docente se ha visto que estos contenidos están relevantemente desvinculados entre el cálculo y los fenómenos físicos, es decir, no existe una integración de estos contenidos matemáticos y físicos en los planes de estudios vigentes, así como en los textos que son recomendados en los programas de los planes de estudios. Una manera de estudiar las relaciones entre fenómenos físicos y cálculo es proponer experimentos dentro del marco de la aproximación socioepistemológica entendida como práctica social.

En los textos de física e ingeniería utilizadas en nuestro medio, encontramos argumentos como el siguiente: “Si s representa a un parámetro físico en un instante dado de tiempo t , en un momento después $t + \Delta t$, este parámetro será $s + \Delta s$...”, esta idea se requiere para

su conceptualización y pensar un tanto como lo sugiere Newton y la serie de Taylor en cuanto instrumento de predicción y a la vez llegan a concebir los estudiantes para resolver problemas propios de la física, esta forma de pensar son de una naturaleza dinámica donde las ideas de cambio y variación están presentes.

En esta investigación se propone un experimento virtual con la intención de obtener datos y generar un proceso de predicción del fenómeno de la conservación de la energía mecánica, con la intención de buscar relaciones entre la predicción y la conservación de la energía (Reyes, et. al., 2005). Para lograr estos objetivos se realiza un análisis epistemológico del movimiento de un cuerpo de Galileo y el binomio de Newton con la intención de ver las posibles relaciones o indicios de ellas. Reportamos los datos del experimento explorado del movimiento de un cuerpo en un plano inclinado y la relación de la noción de la conservación de la energía mecánica como una forma de construcción del conocimiento, donde nos proporcionan elementos para un cambio epistemológico del Cálculo escolar a través de una visión Newtoniana-Tayloriana, considerando las prácticas sociales para reorganizar el Cálculo escolar (Hernández, 2006a).

Antecedentes

La hipótesis genial sobre la cual Galileo (Citados en Levi, 1989) apoya su teoría de los cuerpos es que dicha caída tiende a producirse con aceleración constante en el vacío. En consecuencia establece sus teoremas de los cuales se escriben a continuación.

“Teorema I. El tiempo en el cual un espacio dado es recorrido por un móvil que parte del reposo con movimiento uniformemente acelerado, es igual al tiempo en el que aquel mismo espacio habría sido recorrido por el mismo móvil con un movimiento uniforme cuyo grado de velocidad fuese la mitad del grado de velocidad máximo alcanzado al final del movimiento uniformemente acelerado precedente.”

(Galileo, Citado por Levi, 1989, pág. 57)

En síntesis, la demostración de este teorema se muestra en forma gráfica en la figura 1.

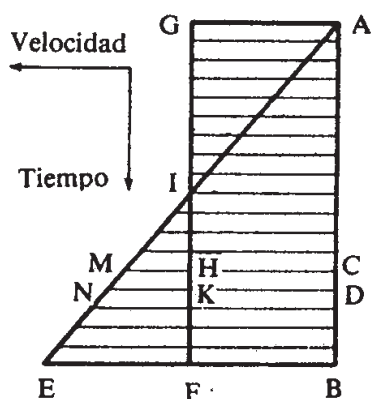


Figura 1.

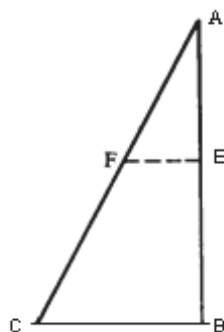


Figura 2.

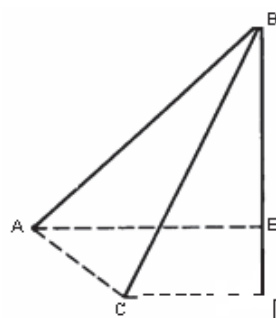


Figura 3.

También, Galileo estudió la caída de cuerpos sobre planos inclinados, descritos en la figura 2 y figura 3, y llega a los siguientes teoremas:

“Teorema III. Si un mismo móvil, a partir del reposo, baja sobre un plano inclinado y sobre otro vertical que cubran el mismo nivel, los tiempos totales de descenso son proporcionales a las longitudes de los planos respectivos.

Teorema IV. Los tiempos de descenso sobre planos de igual de longitud, pero de diferente inclinación, están en proporción inversa a las raíces cuadradas de los desniveles cubiertos por dichos planos.

Teorema V. Los tiempos de descenso sobre planos de diferente inclinación y longitud son directamente proporcionales a las longitudes de los planos e inversamente a las raíces cuadradas de sus desniveles. Este teorema es consecuencia inmediata de los dos teoremas anteriores.” (Galileo, Citado por Levi, 1989, p. 58-59)

Por otra parte, en la epistemología del binomio de Newton, Cantoral (2001) menciona que el proceso de cambio en la naturaleza se registra en la variación de las variables. Precisa el reconocimiento de los procesos de predicción de corto alcance (la variación del movimiento local) y la predicción de largo alcance (estudio de la variación del movimiento global). El movimiento general y los fenómenos de flujo en particular poseen herencia: el

estado ulterior $P + PQ$ del fenómeno de variación $P \rightarrow P + PQ$ depende completamente de las circunstancias que caracterizan al estado de facto P y la evolución de un sistema completamente determinado por sus variaciones primeras. Esta conexión entre estados precisa como sustento primario el reconocimiento de la predicción asociada con la variación y cambio en la naturaleza: PQ es la variación de la variable independiente.

Con esta idea y en la necesidad de predecir, conocer, adelantar, Newton estableció el binomio de Newton que hoy en día lleva su nombre y escrito como:

$$(P + PQ)^{\frac{m}{n}} = P^{\frac{m}{n}} + \frac{m}{n} AQ + \frac{m-n}{2n} BQ + \frac{m-2n}{3n} CQ + \frac{m-3n}{4n} DQ + etc \quad (1)$$

Si el exponente m/n es un número entero no negativo, entonces el binomio de Newton es una serie finita. Si el exponente m/n es un número fraccionario o un número negativo entonces el binomio de Newton es una serie infinita.

Según Edward (1979), Taylor publica su serie, basado en el *argumento de interpolación* de Gregory–Newton y con las diferencias finitas llegó al polinomio que se conoce como el polinomio de interpolación de Newton:

$$y = y_0 + k\Delta y_0 + k(k-1)/2\Delta^2 y_0 + k(k-1)(k-2)/6\Delta^3 y_0 + \dots + k\Delta^{k-1} y_0 + \Delta^k y_0. \quad (2)$$

En esencia, Taylor consideró el siguiente proceso: $x = x_0 + k\Delta x$; $k = \frac{x - x_0}{\Delta x}$, y tomando a la variación de la variable independiente muy pequeña ($\Delta x \rightarrow 0$), k muy grande, x fija, llegó a construir la siguiente serie:

$$y = y_0 + (x - x_0) \dot{y}_0 / x_0 + (x - x_0)^2 \ddot{y}_0 / 2(\dot{x})^2 + (x - x_0)^3 \dddot{y}_0 / 6(\dot{x})^2 + \dots \quad (3)$$

Esta fórmula es la serie de Taylor original e interpreta la razón de fluctuación como derivada. En síntesis, el binomio de Newton y la serie de Taylor son instrumentos de predicción en un contexto de variación.

Principio de conservación de la energía mecánica

En este trabajo analizamos la variación de la energía potencial y la energía cinética de un cuerpo en movimiento sobre un plano inclinado. El principio de la conservación de la energía es la suma de la energía potencial y la energía cinética, bajo la suposición de que el trabajo de las fuerzas no conservativas es nulo, la variación de la energía mecánica es constante esto implica que se conserva. En nuestro experimento consideramos un cuerpo sobre un plano inclinado que parte del reposo desde una altura h , por tanto la energía potencial es máximo y la energía cinética inicial es cero, cuando pasa por un punto más bajo, tiene energía cinética ΔE_i y una energía potencial disminuida ΔP_i y así sucesivamente. En cualquier punto debe cumplir $\Delta E_i + \Delta P_i = cte$, ver figura 4.

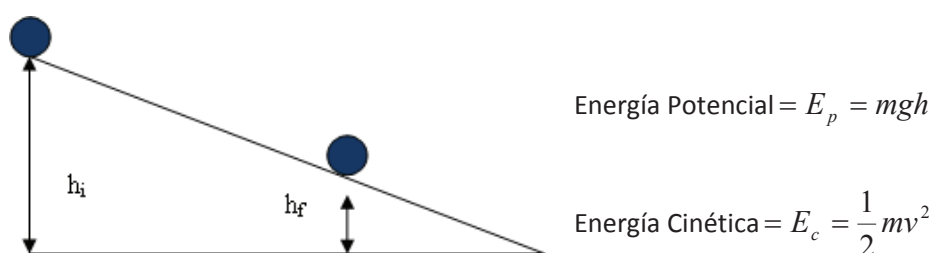


Figura 4

Aspectos metodológicos

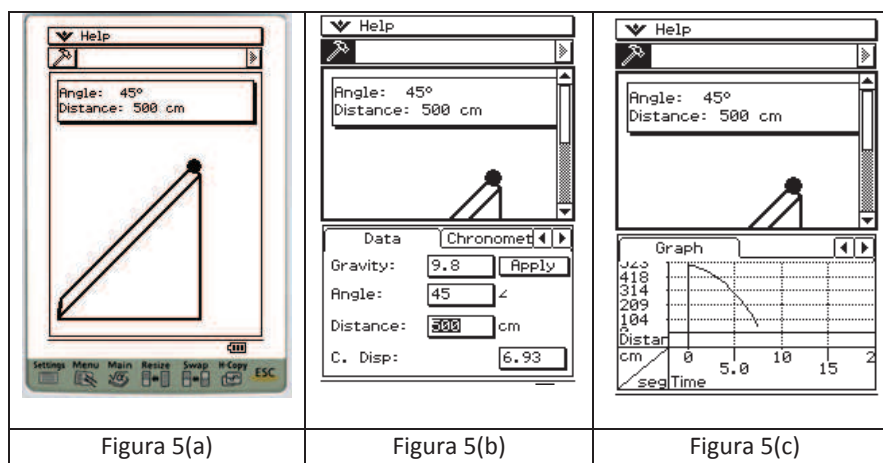
Nuestra investigación está inmersa en el marco teórico de la aproximación socioepistemológica, teniendo en cuenta las prácticas sociales como actividad humana y generación de conocimiento matemático. El corte metodológico que reportamos es primeramente con una exploración del experimento del movimiento de un cuerpo en un plano inclinado con la intención de recabar información y elementos de análisis de la relación de la predicción y la conservación de la energía mecánica, posteriormente en otra etapa de la investigación se diseñará una situación siguiendo las fase de la ingeniería

didáctica con la finalidad de ponerlos en diferentes en escenarios. Por tanto, iniciamos con el binomio de Newton y la serie de Taylor como instrumento de predicción y epistemología inicial

Relación entre predicción y la conservación de la energía mecánica

En esta primera etapa de la investigación se exploró el experimento de la conservación de la energía a través del movimiento de un cuerpo en un plano inclinado, con la finalidad de generar datos del desplazamiento y tiempo con la intención de hallar la relación entre la predicción y la conservación de la energía.

El grupo de investigación de laboratorio virtual de Arrieta, et. al. (2006) desarrollaron el experimento del plano inclinado en la cual investigan la relación entre prácticas sociales y la construcción social del conocimiento. Este experimento ha sido puesto en escena en diferentes escenarios escolares y extracolares. La práctica consiste en soltar un objeto del plano inclinado, el ángulo de inclinación utilizado es de 45 grados, y el objeto será colocado a una distancia de 500 centímetros, es decir, 5 metros, como se muestra en las siguientes figuras 5(a), 5(b), 5 (c).



En nuestro trabajo retomamos los datos del experimento anterior para explorar el principio de la conservación de la energía mecánica a través de un plano inclinado. Este análisis tiene el objetivo de establecer las relaciones de la conservación de la energía y la predicción como práctica social para la construcción social del conocimiento. En la tabla (1) se tienen los datos de tiempo, desplazamiento en el plano inclinado y los valores de la altura del plano inclinado. En la tabla (2) se tienen los datos de tiempo, altura y primera y segunda diferencias.

T (seg)	D (m)	$h=0.7071*D$
0	4.98268	3.52325303
0.5	4.9307	3.48649797
1	4.84408	3.42524897
1.5	4.72281	3.33949895
2	4.5669	3.22925499
2.5	4.37633	3.09450294
3	4.15112	2.93525695
3.5	3.89126	2.75150995
4	3.59675	2.54326193
4.5	3.26759	2.31051289
5	2.90378	2.05326284
5.5	2.5052	1.77142692

Tabla 1

t (seg)	h (m)	1Dif	2Dif
0	3.52325303	-0.03675506	-0.02449394
0.5	3.48649797	-0.061249	-0.02450102
1	3.42524897	-0.08575002	-0.02449394
1.5	3.33949895	-0.11024396	-0.02450809
2	3.22925499	-0.13475205	-0.02449394
2.5	3.09450294	-0.15924599	-0.02450101
3	2.93525695	-0.183747	-0.02450102
3.5	2.75150995	-0.20824802	-0.02450102
4	2.54326193	-0.23274904	-0.02450101
4.5	2.31051289	-0.25725005	-0.02458587
5	2.05326284	-0.28183592	
5.5	1.77142692		

Tabla 2

Usando el binomio de Newton como herramienta y la predicción como práctica social para construir el modelo matemático del movimiento de un cuerpo en un plano inclinado con movimiento uniformemente acelerado, con este modelo relacionamos la energía potencial y la energía cinética en donde se muestra la relación de la energía potencial, energía cinética y el principio de la conservación de la energía mecánica, ver tabla (3) y figura (7).

Escribiendo el polinomio de interpolación de Newton como un binomio y los datos del experimento del plano inclinado, obtenemos:

$$h_k = (1 + \Delta)^k h_o \quad t_k = t_o + k\Delta t$$

$$= h_o + k\Delta h_o + \frac{k(k-1)}{2!} \Delta^2 h_o + \dots + \Delta^k h_o \quad \text{Donde } k = \frac{t_k - t_o}{\Delta t} = \frac{t}{\Delta t}$$

$$h(t) = h_o + \frac{t}{\Delta t} \Delta h_o + \frac{t(t - \Delta t)}{(\Delta t)^2} \Delta^2 h_o + etc.$$

$$h(t) = h_o + \frac{\Delta h_o}{\Delta t} t + \frac{\Delta^2 h_o}{(\Delta t)^2} t(t - \Delta t) + etc.$$

$$h(t) = h_o + \frac{t}{\Delta t} \Delta h_o + \frac{t(t - \Delta t)}{(\Delta t)^2} \Delta^2 h_o + etc.$$

$$h(t) = 3.52325303 + \frac{t}{0.5} (-0.03675506) + \frac{t(t - 0.5)}{(0.5)^2} (-0.02449394)$$

$$h(t) = 3.52325303 - 0.04902t - 0.04898t^2$$

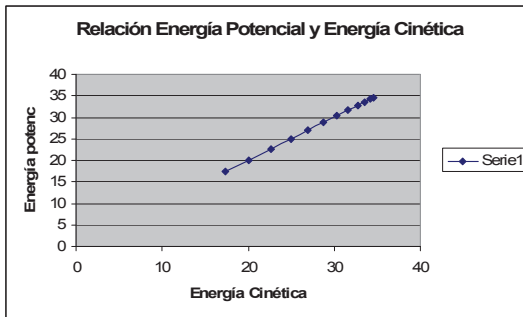


Figura 7

Ep (Joule)	Ec (Joule)
34.5278797	34.5278797
34.1676801	34.1676801
33.5674399	33.5674399
32.7270897	32.7270897
31.6466989	31.6466989
30.3261288	30.3261288
28.7655181	28.7655181
26.9647975	26.9647975
24.9239669	24.9239669
22.6430263	22.6430263
20.1219758	20.1219758
17.3599838	17.3599838

Tabla 3

Conclusiones

En el experimento de la caída de un cuerpo en un plano inclinado exploramos en los datos obtenidos de tiempo, desplazamiento, altura, primeras y segundas diferencias de la variable dependiente en este caso la altura del plano inclinado, nos proporcionan elementos de análisis del cálculo y del comportamiento del fenómeno físico de la

conservación de la energía mecánica. En los cálculos de este trabajo se utilizó la herramienta de interpolación y la predicción como práctica social para la modelación matemática con la finalidad de establecer la relación entre la predicción y la conservación de la energía en ciertos fenómenos físicos como otra visión alternativa de modelación matemática estudiada por (Arrieta, 2003). Esta forma de ver a la matemática nos está proporcionando elementos para la reconstrucción del cálculo escolar con base en la práctica social de predecir (Hernández, 2006b).

Referencias bibliográficas

Arrieta, J., López, C. y Peralta, F. (2006). *Laboratorio virtual de ciencias para Classpad 300*. Libro de trabajo, Universidad Autónoma de Guerrero y Casio, México.

Arrieta, J. (20003). *Las prácticas de modelación como procesos de matematización en el aula*. Tesis doctoral, Cinvestav-IPN, México.

Cantoral, R. (2001). *Un estudio de la formación social de la analiticidad*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Cantoral, R. y Farfán, R. (2003). *Matemática educativa: Una visión de su evolución*. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática educativa 16(2), 27-40.

Edward, H. (1979). *The Historical Development of the Calculus*. U.S.A. Springer-Verlag.

Hernández, H. (2006a). *Una visión soioepistemológica de la matematización del movimiento: del binomio de Newton a la serie de Taylor*. Tesis de maestría, UNACH. México.

Hernández, H. (2006b). *El papel de la interpolación y la predicción en el cálculo*. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 19, 786-791.

Levi, E. (1989). *“El agua según la ciencia”*, CONACYT. México: Ediciones Castell Mexicana, S. A.

Reyes, A., Hernández, H. y Muñoz, G. (2005). *Una visión de Cálculo: Relación entre la predicción y la conservación de la energía*. Resúmenes de la Decimonovena Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa. Uruguay.