

SIGNIFICADO PERSONAL DEL ENFOQUE FRECUENCIAL DE LA PROBABILIDAD EN PROFESORES EN FORMACIÓN

Juan Jesús Ortiz, Nordin Mohamed, José M. Contreras.
Universidad de Granada.
jortiz@ugr.es

España

Resumen. En el marco de una investigación sobre evaluación del conocimiento probabilístico de los profesores en formación, en este trabajo presentamos un análisis detallado de las respuestas a dos problemas, sobre concepción frecuencial de la probabilidad, tomados de Green (1983), en una muestra de 167 profesores en formación de educación primaria de la Universidad de Granada, que comparamos con los resultados obtenidos por los alumnos de 10-14 años, participantes en la investigación de Cañizares (1997). Este estudio ha permitido poner de manifiesto la gran variedad de significados personales (Godino, Batanero & Font, 2007) y mostrar que existen importantes dificultades relacionadas con la comprensión del concepto.

Palabras clave: enfoque frecuencial de la probabilidad, formación de profesores.

Abstract In the framework of a research intended to assess the probabilistic knowledge of pre-service teachers, in this paper we present a detailed analysis of responses to two problems related to the frequentist approach to probability, taken from Green (1983). Responses from a sample of 167 preservice primary school teachers are compared with results from 10-14 year-olds children in Cañizares' research (1997). This study served to show the variety of personal meanings (Godino, Batanero & Font, 2007) and confirm that there are important difficulties in the understanding of this concept.

Key words: frequentist approach to probability, training teachers.

Introducción

El interés de la enseñanza de la probabilidad se ha visto reforzado en España por el Real Decreto que establece las enseñanzas mínimas para la educación primaria (Ministerio de Educación y Ciencia, 2006), donde se enfatiza la necesidad de iniciar lo antes posible el estudio de los fenómenos aleatorios y de hacer la enseñanza más activa y exploratoria, suscitando el interés de los alumnos y su valoración de los conocimientos estadísticos para la toma de decisiones. Estas recomendaciones también se recogen en los currículos de otros países (ej., National Council of Teachers Mathematics (NCTM), 2000; Secretaría de Educación Pública (SEP), 2006).

Ahora bien, un cambio efectivo de la enseñanza de la probabilidad requiere mejorar la formación de los profesores (Stohl, 2005), pues, sin una preparación específica, podrían transmitir a sus estudiantes sus creencias, a veces erróneas (Cardeñoso, 2001; Ortiz, Mohamed, Batanero, Serrano y Rodríguez, 2006). Un requisito, por tanto, es conocer las competencias probabilísticas de los profesores en formación.

Por ello, pretendemos realizar una evaluación inicial de los conocimientos de los profesores en formación de educación primaria para resolver problemas elementales de probabilidad, en particular del enfoque frecuencial de la probabilidad, cuando inician el estudio de la asignatura

de Matemáticas y su Didáctica, y analizar después las semejanzas o diferencias con los resultados obtenidos por los alumnos de 10-14 años, participantes en la investigación de Cañizares (1997).

Siguiendo a Godino, Batanero & Font (2007), para caracterizar el significado personal del enfoque frecuencial de la probabilidad en los profesores en formación de educación primaria, se analizarán las prácticas realizadas por ellos durante la resolución de los problemas de probabilidad propuestos, que son los indicadores empíricos utilizables en la evaluación del conocimiento de dichos profesores.

Consideramos de interés este tipo de trabajos para la Didáctica de la Matemática. En primer lugar, por la importancia de tener en cuenta el conocimiento del contenido matemático de los docentes (Shulman, 1986), y en segundo lugar, porque los formadores de docentes deben interesarse por dicho conocimiento (Ball, 2000). Presentamos a continuación una síntesis de las investigaciones previas, el análisis de los resultados y las conclusiones.

Formación de profesores en probabilidad

Aunque hay algunos trabajos interesantes sobre el conocimiento que necesitan los profesores para enseñar probabilidad (Fischbein, 1975; Steinbring, 1991 y Kvatinsky & Even, 2002), las investigaciones sobre formación de profesores, en el caso de la probabilidad, son limitadas. A pesar de ello, progresivamente se está formando un cuerpo de conocimientos que señala la existencia de concepciones erróneas y dificultades en relación a la probabilidad entre los profesores (Azcárate, 1995; Cardeñoso, 2001; Franklin & Mewborn, 2006; Mickelson & Heaton, 2004; Ortiz et al., 2006).

Otros estudios muestran que los docentes tenían un conocimiento insuficiente del contenido matemático de la probabilidad (Begg & Edwards, 1999; Carnell, 1997; Pereira-Mendoza, 2002; Watson, 2001) y del contenido pedagógico (Dugdale, 2001; Godino, Batanero, Roa, & Wilhelmi, 2008; Haller, 1997; López, 2006).

Por último, para poder superar algunos sesgos en el razonamiento de los profesores en formación, se proponen experiencias de enseñanza basadas en la simulación (Batanero, Godino, & Cañizares, 2005; Sánchez, 2002).

3. Problemas de probabilidad en enfoque frecuencial

Los dos problemas sobre el enfoque frecuencial de la probabilidad, tomados de Green (1983), que se plantearon para su resolución a los profesores en formación antes de la instrucción, fueron los siguientes:

Problema 1. Una moneda equilibrada se lanza al aire cinco veces y sale CARA las cinco veces. De las siguientes frases, señala la que consideres correcta:

- (A) La próxima vez es más probable que otra vez salga CARA ____
- (B) La próxima vez es más probable que salga CRUZ..... ____
- (C) La próxima vez es igual de probable que salga CARA o CRUZ ... ____
- (D) No lo sé..... ____

¿Por qué? (Green, 1983, p. 780)

En el problema 1 tratamos de evaluar la percepción de la independencia en ensayos repetidos en las mismas condiciones y que han sido descritos en las investigaciones de Truran & Truran (1997). En él se preguntaba cuál sería el resultado más probable la próxima vez en el experimento de lanzamiento de una moneda si los cinco primeros lanzamientos habían salido cinco caras. Se exponen los resultados de los cinco lanzamientos anteriores para ver si influye en la comparación. Es posible detectar efectos de recencia negativa o positiva, sesgos que han sido descritos en las investigaciones a partir del trabajo de Piaget & Inhelder (1951) y que posteriormente han sido atribuidos a la heurística de la representatividad por Khaneman, Slovic & Tversky (1982).

Problema 2. El profesor vacía sobre la mesa un paquete de 100 chinchetas. Algunas caen con la punta para arriba y otras caen hacia abajo. El resultado fue: ARRIBA = 68; ABAJO = 32. Después el profesor pidió a una niña que repitiera el experimento.

De la lista siguiente elige el resultado que tú crees que obtendrá la niña:

- (A) ARRIBA = 36, ABAJO = 64 ____
- (B) ARRIBA = 63, ABAJO = 37 ____
- (C) ARRIBA = 51, ABAJO = 49 ____
- (D) Todos los resultados anteriores tienen la misma probabilidad ____

¿Por qué? (Green, 1983, p. 780)

En el problema 2 se pide comparar probabilidades binomiales en el experimento, disponiendo para ello de una estimación de probabilidad a priori de tipo frecuencial, ya que en este caso no se puede aplicar el principio de indiferencia. Se han detectado algunos alumnos que consideran los sucesos como equiprobables, ignorando el resultado del lanzamiento previo. Esta insensibilidad hacia las probabilidades a priori de los resultados está considerada por Khaneman, Slovic y Tversky (1982) como una de las causas de la heurística de la representatividad.

Resultados

En base al análisis de las prácticas realizadas por 167 profesores en formación de educación primaria, de la Universidad de Granada (España), se han obtenido los resultados que presentamos a continuación.

Análisis del problema 1

En la Tabla 1, observamos que el porcentaje de respuestas correctas de los profesores en formación es bastante alto (89.2%). Entre las respuestas incorrectas, hay un 5.1 % que considera que al haber salido cinco veces cara, en los sucesivos lanzamientos de una moneda, ahora es más probable que en el siguiente obtengamos cruz, debido quizás a que no manejan adecuadamente el concepto de independencia de sucesos.

Tabla 1. Porcentaje de tipos de respuestas al problema 1

Respuestas	Profesores en formación n = 167	Alumnos (10-14 años) n = 251
Más probable que salga cara	2.5	9.2
Más probable que salga cruz	5.1	6.4
Igual de probable (*)	89.2	82.9
No sabe/no contesta	3.2	1.6

(*) Respuesta correcta

Si comparamos estos resultados con los alumnos participantes en la investigación de Cañizares (1997), comprobamos que el porcentaje de respuestas correctas es mayor en los profesores en formación. Un hecho a destacar es que entre los que no responden correctamente, los alumnos responden más frecuentemente la opción (A, recencia positiva) que la (B, recencia negativa) mientras que entre los profesores en formación ocurre al revés. Esto podría tener su explicación en un efecto indeseado del programa de instrucción de estadística que se imparte a los profesores en formación, basándose en el cual, dichos profesores tienden a equilibrar las frecuencias.

Entre los argumentos utilizados por los profesores en formación, la justificación mayoritaria fue la correcta “*puede salir cualquiera de los dos resultados*” (77.9%), distinguiendo entre los que aplican la regla de Laplace (53.8%) y los que han respondido sin hacer uso de la probabilidad (24.1%). Entre los argumentos incorrectos, hubo un importante porcentaje de profesores en formación que consideró que “*se debe al azar*” (9.5%), seguido de los que opinaron que es más difícil que vuelva a salir cara (5.7%).

Análisis del problema 2

Como puede observarse en la Tabla 2, para los profesores en formación este problema ha sido más complicado que el anterior, ya que el porcentaje de respuestas correctas es bastante más

bajo (23.4%). Entre las respuestas incorrectas, destaca el alto porcentaje que considera que todos los resultados propuestos tienen la misma probabilidad (63.3%), no valorando la información proporcionada en el enunciado del problema. Porcentajes menores son los que opinan que es más probable que vuelvan a salir los otros dos resultados.

Tabla 2. Porcentaje de tipos de respuestas al problema 2

Respuestas	Profesores en formación n = 167	Alumnos (10-14 años) n = 251
A. Arriba=36 Abajo=64	1.9	6.6
B. (*) Arriba=63 Abajo 37	23.4	17
C. Arriba=51 Abajo=49	3.2	7.2
D. Todos los resultados tienen la misma probabilidad	63.3	66.1
No contesta	8.2	3.1

(*) Respuesta correcta

Si comparamos estos resultados con los alumnos participantes en la investigación de Cañizares (1997), comprobamos que el porcentaje de respuestas correctas es mayor en los profesores en formación y que existe una fuerte incidencia del sesgo de equiprobabilidad (Lecoutre, 1992) en ambos grupos.

Entre los argumentos utilizados por los profesores en formación, el porcentaje de justificaciones correctas es bastante bajo (23.4%), diferenciando entre los que aducen razones físicas (19%) y los que basan su justificación en la información aportada por el experimento realizado por el profesor anteriormente (4.3%). Entre los argumentos incorrectos, hay un alto porcentaje que considera que los dos sucesos “*tienen la misma probabilidad*” (35,4%), lo que muestra que no distinguen correctamente entre sucesos equiprobables y no equiprobables, seguido de los que opinan que “*se debe al azar*” (8,2%). Destaca también el alto porcentaje que no aporta ningún argumento (32,9%).

Conclusiones

En este trabajo se han analizado las prácticas personales de los profesores en formación al resolver las tareas, lo que ha permitido poner de manifiesto la gran variedad de significados personales manifestadas por los profesores en formación de educación primaria cuando resuelven problemas de probabilidad en enfoque frecuencial, así como las dificultades y errores más frecuentes, en algunos casos similares a los alumnos de 10-14 años que participaron en la investigación de Cañizares (1997).

Hay un porcentaje importante de profesores en formación que resuelven de forma incorrecta el problema 1 (lanzamiento de monedas), debido quizás a que no manejan adecuadamente el concepto de independencia (Truran & Truran, 1997). Como hemos comprobado, el problema 2 (lanzamiento de chinchetas) es más complicado para los profesores en formación que el problema 1, destacando el alto porcentaje que manifiesta el sesgo de equiprobabilidad (Lecoutre, 1992), al considerar que todos los resultados propuestos tienen la misma probabilidad, no valorando la información proporcionada en el enunciado del problema. Estas dificultades coinciden con las descritas por Begg & Edwards (1999) con profesores en prácticas de enseñanza elemental y las referidas por Carnell (1997) con profesores de enseñanza media. Vistos los errores y dificultades de los profesores en formación de educación primaria en la resolución de problemas de probabilidad, similares a las de los alumnos del nivel educativo donde ejercerán profesionalmente, el formador de profesores, como indica Ball (2000), debe tenerlos en cuenta, además del razonamiento estadístico, al abordar la enseñanza de la probabilidad. En consecuencia, debemos diseñar y poner en práctica una instrucción adecuada para mejorar la formación probabilística de los profesores en formación de educación primaria, que debe incluir las componentes didácticas básicas (Batanero, Godino y Roa, 2004) y realizar un cambio metodológico que incida en el trabajo basado en proyectos, resolución de problemas, experimentación con fenómenos reales y utilización de la simulación, que, además de mejorar la comprensión proporcionan modelos de la forma en que han de trabajar en clase con sus alumnos.

Agradecimientos: Esta investigación forma parte de los Proyecto SEJ2007-60110/EDUC, MEC-FEDER y EDU2010-14947, MICIIN y Grupo FQM-126, Junta de Andalucía y ha sido cofinanciado por el Plan propio de Investigación de la Universidad de Granada: Programa 20.

Referencias bibliográficas

- Azcárate, P. (1995). El conocimiento profesional de los profesores sobre las nociones de aleatoriedad y probabilidad. Su estudio en el caso de la educación primaria. Tesis doctoral no publicada, Universidad de Cádiz. Cádiz, España.
- Ball, D. L. (2000). Bridging practices: Intertwining content and pedagogy in teaching and learning to teach. *Journal of Teacher Education*, 51, 241-247.
- Batanero, C., Godino, J. D., & Cañizares, M. J. (2005). Simulation as a tool to train Pre-service School Teachers. En J. Addler (Ed.), *Proceedings of ICMI First African Regional Conference*. Johannesburgo: International Commission on Mathematical Instruction.
- Batanero, C., Godino, J. D., & Roa, R. (2004). Training teachers to teach probability. *Journal of Statistics Education*, 12. Recuperado el 02 de septiembre de 2010 de: <http://www.amstat.org/publications/jse/>

- Begg, A. & Edwards, R. (1999, August). Teachers ideas about teaching statistics. Comunicación presentada en la reunión anual de the Australian Association for Research in Education y the New Zealand Association for Research in Education. Melbourne, Australia.
- Cañizares, M. J. (1997). Influencia del razonamiento proporcional y de las creencias subjetivas en las intuiciones probabilísticas primarias. Tesis Doctoral no publicada, Universidad de Granada. Granada, España.
- Cardeñoso, J. M. (2001). Las creencias y conocimientos de los profesores de primaria andaluces sobre la matemática escolar. Modelización de concepciones sobre la aleatoriedad y probabilidad. Tesis Doctoral no publicada, Universidad de Cádiz. Cádiz, España.
- Carnell, L. J. (1997). Characteristics of reasoning about conditional probability (preservice teachers). Tesis Doctoral no publicada, University of North. Carolina-Greensboro.
- Dugdale, S. (2001). Pre-service teachers use of computer simulation to explore probability. *Computers in the Schools* 17 (1/2), 173-182.
- Fischbein, E. (1975). The intuitive sources of probabilistic thinking in children. Dordrecht, The Netherlands: Reidel.
- Franklin, C. & Mewborn, D. (2006). The statistical education of preK-12 teachers: A shared responsibility. En G. Burrill (Ed.), *NCTM 2006 Yearbook: Thinking and reasoning with data and chance* (pp. 309-321). Reston, VA: NCTM.
- Godino, J. D., Batanero, C. & Font, V. (2007). The Onto-Semiotic Approach to Research in Mathematics Education, *ZDM-The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135.
- Godino, J. D., Batanero, C., Roa, R., & Wilhelmi, M. (2008). Assessing and developing pedagogical content and statistical knowledge of primary school teachers trough project work. En C. Batanero, G. Burrill, C. Reading & A. Rossman (Eds.), *Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*. Monterrey. México.
- Green, D. R. (1983). A survey of probabilistic concepts in 3000 pupils aged 11-16 years. En D. R. Grey, P. Holmes, & G. M. Constable (Eds.), *Proceedings of the First International Conference on Teaching Statistics* (2, pp. 766-783). Universidad de Sheffield, UK: Teaching Statistics Trust.
- Haller, S. K. (1997). Adopting probability curricula: The content and pedagogical content knowledge of middle grades teachers. Tesis Doctoral no publicada, University of Minnesota.

- Khaneman, D., Slovic, P., & Tversky, A. (1982). *Judgment under uncertainty: Heuristics and biases*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Kvatinsky, T. & Even, R. (2002). Framework for teacher knowledge and understanding of probability. En B. Phillips (Ed.), *Proceedings of the Sixth International Conference on the Teaching of Statistics*. Cape Town: International Association for Statistics Education.
- Lecoutre, M. P. (1992). Cognitive models and problem spaces in “purely random” situations. *Educational Studies in Mathematics*, 23, 557-568.
- López, C. (2006). Stochastics and the professional knowledge of teachers. En A. Rossman y B. Chance (Eds.), *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*. Salvador (Bahía), Brasil: International Association for Statistics Education.
- Mickelson, W. T. & Heaton, R. (2004). Primary teachers’ statistical reasoning about data. En D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The challenges of developing statistical literacy, reasoning, and thinking* (pp. 353-373). Dordrecht, Netherlands: Kluwer.
- Ministerio de Educación y Ciencia (2006). Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la educación primaria. Madrid: Boletín Oficial del Estado, n° 293.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston: VA, NCTM.
- Ortiz, J. J., Mohamed, N., Batanero, C., Serrano, L. y Rodríguez, J. (2006). Comparación de probabilidades en maestros en formación. En P. Bolea, M. J. González & M. Moreno (Eds.), *Actas del X Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 268-276). Huesca: SEIEM. ISBN: 84-8127-156-X.
- Pereira-Mendoza, L. (2002). Would you allow your accountant to perform surgery? Implications for the education of primary teachers. En B. Phillips (Ed.), *Proceedings of the Sixth International Conference on the Teaching of Statistics*. Cape Town: International Association for Statistics Education.
- Piaget, J. e Inhelder, B. (1951). *La genése de l’idée de hasard chez l’enfant*. Paris: Presses Universitaires de France.
- Sánchez, E. S. (2002). Teachers beliefs about usefulness of simulations with the educational software Fathom for developing probability concepts in statistics classroom. En B. Phillips (Ed.), *Proceedings of the Sixth International Conference on the Teaching of Statistics*. Cape Town: International Association for Statistics Education.
- Secretaría de Educación Pública (2006). Programa de estudio, educación secundaria. Dirección General de Desarrollo Curricular de la Subsecretaría de Educación Básica de la Secretaría de Educación Pública, México.

- Steinbring, H. (1991). The theoretical nature of probability in the classroom. En R. Kapadia & M. Borovcnik (Eds.), *Chance encounters: Probability in education* (pp. 135-167). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Shulman, L. S. (1986). Those Who Understand: Knowledge growth in Teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), 4-14.
- Stohl, H. (2005). Probability in teacher education and development. En G. Jones (Ed.). *Exploring probability in schools: Challenges for teaching and learning*. Dodrecht: Kluwer.
- Truran, J. & Truran, K. (1997). Statistical Independence - One concept or two? Implications for research and for classroom practice. En B. Philips (Ed.), *Papers on statistical education presented at ICME-8* (pp. 87-100). Swinburne University of Technology
- Watson, J. M. (2001). Profiling teachers competence and confidence to teach particular mathematics topics: The case of chance and data. *Journal of Mathematics Teacher Education* 4 (4), 305-337