

## EL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO PARA LA ENSEÑANZA DE PROFESORES EN FORMACIÓN: UN CURSO-TALLER

Marleny Hernández Escobar, Simón Mochón  
CINVESTAV-IPN.  
marlenylesly@hotmail.com

México

**Resumen.** La formación inicial del profesor de secundaria en el ámbito específico de la educación matemática sigue siendo una asignatura pendiente de nuestro sistema educativo. La reflexión sobre las características del conocimiento profesional deseable para estos profesionales y sus fuentes de información básicas sobre las que es necesario estructurar su formación inicial es actualmente un tema de especial interés.

La presente es una investigación de carácter cualitativo con enseñanza, la cual indaga el Conocimiento Matemático para la Enseñanza que posee un grupo de futuros profesores y las posibilidades de mejorar dicho conocimiento a través de la reflexión mediante un taller de apoyo educativo.

**Palabras clave:** conocimiento para enseñanza, futuros profesores.

**Abstract** The pre-service training of the secondary teacher in the specific area of the mathematical education continues being a subject pending of our educational system. The reflection on the characteristics of the desirable professional knowledge for these professionals and its sources of information on those which is necessary to structure your pre-service training is currently a topic of special interest.

The present is a qualitative research with education, which investigates the Mathematical Knowledge for Teaching that a group of future teachers possesses and the possibilities of improving this knowledge through the reflection by means of an educational support workshop

**Key words:** knowledge for teaching, future teachers.

### Introducción

En la literatura se ha identificado un conocimiento especial del profesor, el cual es una mezcla de contenido matemático y pedagogía, que se ha denominado “Conocimiento Matemático para la Enseñanza (CME)”. El objetivo de esta investigación es averiguar el CME que los profesores en formación poseen y mejorarlo a través de un curso-taller sobre contenidos elementales del currículo de matemáticas para la educación secundaria por medio de la lectura, análisis de artículos y la reflexión de hojas de trabajo. Se definen y exploran tres facetas sobresalientes del CME: conocimiento matemático especializado, conocimiento para la instrucción y conocimiento de estudiantes.

Por lo tanto se busca indagar:

- ¿Cuál es el CME que poseen los profesores en formación?
- ¿Qué avances podría producir en el CME de los docentes en formación un curso-taller centrado en el análisis y reflexión de conceptos?

## Marco teórico

El objetivo de esta investigación es averiguar el Conocimiento Matemático para la Enseñanza (CME) que los profesores en formación poseen y mejorarlo a través de un curso-taller sobre contenidos elementales del currículo de matemáticas para la educación secundaria por medio de la lectura, análisis de artículos y la reflexión de hojas de trabajo.

Ball (2000) advierte que en la formación de maestros y en la conceptualización del conocimiento para la enseñanza ha prevalecido una división entre la asignatura y la pedagogía, esto ocasiona una fragmentación en la formación del maestro y sugiere que es necesario determinar qué es lo que necesitan saber los maestros, cómo deben saberlo, y cómo ayudarlos en este aprendizaje.

Debido a esto, es necesario pensar e investigar sobre las características de la formación del profesor, poniendo énfasis en el Conocimiento Matemático para la Enseñanza (CME), indagando las posibilidades de mejorar este conocimiento por medio de un análisis de contenidos elementales.

Este CME consiste de tres partes. El docente requiere de un conocimiento extra denominado Conocimiento Matemático Especializado, que tiene que ver con la comprensión profunda de las ideas, conceptos matemáticos y el porqué de cada paso en un procedimiento. También requiere de un Conocimiento para la Instrucción (fusión de matemáticas y pedagogía) para el diseño y planeación del trabajo en el aula. Además, el profesor requiere de un Conocimiento de Estudiantes para estar en posibilidad de explicar y deducir cuáles son los conceptos básicos que sus estudiantes necesitan.

Por otro lado, se ha observado la necesidad de una relación apropiada entre teoría y práctica con respecto a la preparación de los maestros. Dewey (1983) considera que los buenos maestros son capaces de crear una actividad intelectual genuina, por su parte Baturó (2004) plantea que no todos los maestros poseen los conocimientos matemáticos necesarios para enseñar adecuadamente.

Las dificultades de esta formación son enormes porque, además de formar profesionalmente es necesario compenar una formación matemática. Grossman, et al. (2005) consideran que los profesores que comprenden el mapa más amplio, que entienden la relación de tópicos o habilidades individuales con tópicos más generales bien pueden ser más efectivos en la enseñanza.

También se tiene un marco referencial de cada uno de los temas matemáticos tratados en el curso-taller. Entre otros, para fracciones se consideraron a Kieren (1983) y Baturó (2004);

para decimales a Centeno (1988); para cálculo mental y estimación a Mochón (1995) y para álgebra a Matz (1980), Trigueros y Ursini (2000).

### Metodología

Esta investigación de carácter cualitativo con intervención, busca observar y relacionar las actividades, enfatizando tanto en los resultados como en los procesos.

La selección de la población no se da de manera aleatoria, ya que atiende a necesidades propias de la investigación. Esta investigación se llevó a cabo en la Escuela Normal Superior de México con 21 profesores en formación de la licenciatura en educación secundaria con especialidad en matemáticas.

La recolección de datos se realiza a través de una gran variedad de instrumentos como: observaciones de clase, hojas de trabajo, cuestionarios y grabaciones de audio; el análisis se lleva a través de la síntesis e integración de la información recabada.

El curso-taller se llevó a cabo durante un semestre y estuvo integrado por 14 sesiones de hora y media cada una. Los temas abordados correspondieron a elementos matemáticos que forman parte del CME y fueron los siguientes:

- a) *Fracciones y decimales.*
- b) *Cálculo mental y estimación.*
- c) *Álgebra. (Errores algebraicos, funciones y el uso del modelo 3UV)*

Las seis primeras sesiones sobre fracciones y decimales están organizadas de la siguiente manera:

En la primera sesión la aplicación del cuestionario inicial el cual tiene como finalidad conocer algunos elementos del CME que tienen los futuros docentes; así mismo en esta sesión se revisan y analizan conceptos sobre partición, conjuntos continuos, conjuntos discretos y sus representaciones gráficas.

En la segunda se realiza la lectura y el análisis del artículo *Facultando a Andrea* a ayudar a estudiantes de 5 grado a construir entendimiento de la fracción, (Baturó2004) además de revisar y comentar las respuestas del apéndice de la lectura.

En la tercera sesión se explora el concepto de fracción y sus interpretaciones, además del análisis de la lectura *Tópico matemático #3: Fracciones Parte I y 2*; se reconocen y revisan los subconstructos de la fracción como *pate-todo*, *medida*, *cociente*, *operador* y *razón*.

La cuarta sesión se lleva a cabo mediante la resolución, análisis y discusión grupal de algunos ejemplos tomados del artículo: La construcción del conocimiento matemático: El profesor de matemáticas como arquitecto consultor. (Kieren 1983)

En la quinta sesión se explora sobre lo que conocen los docentes en formación relativo a la manera de pensar, las estrategias, dificultades, las ideas erróneas y los conceptos equivocados de los alumnos de secundaria sobre números decimales, esto se lleva mediante una discusión grupal basada en el intercambio de escritos donde estas ideas están registradas, además se analiza de forma grupal la lectura Tópico matemático #3: Decimales.

En la sexta sesión se analizan y discuten escritos, en los cuales los futuros docentes dan respuesta a tres preguntas sobre fracciones y decimales, con el propósito de indagar el conocimiento que tienen sobre ideas erróneas y conceptos equivocados de sus alumnos, averiguando las explicaciones acerca de las causas que los generan; se aplica el cuestionario final sobre fracciones y decimales el cual tiene como propósito identificar avances perceptibles en el CME.

Las siguientes cuatro sesiones retoman tópicos sobre cálculo mental y estimación; su organización es la siguiente:

En la sesión siete el trabajo se lleva a cabo mediante escritos que los docentes en formación elaboran de manera individual en los que se dan respuesta a tres preguntas sobre cálculo mental, haciendo un análisis de la información obtenida.

La sesión ocho inicia con el análisis de los resultados de una hoja de trabajo, (10 ejercicios sobre sumas, restas, multiplicaciones y divisiones) a través de una discusión grupal con base en la primer parte del documento Tópico matemático #1: Cálculo Mental y Estimación referente a lo que se entiende generalmente por cálculo mental y los hechos básicos de este tópico.

En la sesión nueve se analizan las ideas que los docentes en formación poseen sobre lo que es estimar, además de la discusión grupal de la segunda parte de la lectura Tópico matemático #1: Cálculo mental y Estimación.

En la sesión diez se estudiaron las soluciones de 5 reactivos relativos a la estimación, para indagar el conocimiento matemático especializado que los futuros docentes tienen y averiguar el conocimiento de sus estudiantes; (infiriendo y deduciendo lo que piensan los alumnos y sus confusiones).

En las siguientes cuatro sesiones se revisaron temas referentes a álgebra; las sesiones se organizadas de la siguiente forma:

En las sesiones once y doce se resuelven 32 ejercicios referentes a problemas de álgebra y se analizan los ítems que presentaban algún error con similitud a la clasificación propuesta por Matz (1982) de acuerdo a dos técnicas de extrapolación, que son: linealidad y generalización.

En la sesión trece se analizan algunos tópicos sobre funciones exponenciales, oscilatorias, lineales (lineales por pedazos), cuadráticas y polinomiales. El propósito es rescatar elementos importantes del Conocimiento Matemático para la Enseñanza (CME) de los futuros docentes.

En la última sesión (catorce) se aplicaron, cinco reactivos relacionados con el concepto de variable, las soluciones se clasificaron de acuerdo al modelo 3UV propuesto por Ursini, Escareño, Montes y Trigueros (2005).

Para la toma de datos se consideran diferentes fuentes de información con el propósito de obtener mayores elementos dados los objetivos de la investigación.

a) *Hojas de trabajo*

Son hojas en la que los participantes realizan representaciones gráficas y simbólicas, dentro de algunas sesiones; todas esas hojas son recolectadas al final de cada sesión.

b) *Grabaciones de audio*

Se recurre a dispositivos de grabación de audio para las actividades grupales. Esto con la intención de rescatar las ideas mencionadas para ser complementadas con la información arrojada por las hojas de trabajo.

c) *Observación de clases*

La intención es explorar en un espacio natural (el aula) el conocimiento de los futuros docentes en el proceso de enseñanza-aprendizaje para realizar el registro detallado de lo observado con apoyo del audio y de las hojas de trabajo.

Posteriormente se realiza el análisis de cada sesión conforme a las facetas del Conocimiento Matemático para la Enseñanza (CME):

- Conocimiento Matemático Especializado.
- Conocimiento para la instrucción.
- Conocimiento de estudiantes.

## Resultados

### *Cuestionarios*

*Inicial*, observamos que:

- ✓ Están habituados a la aplicación de técnicas de cálculo más que a la evaluación semántica de las expresiones.
- ✓ Se trasladan al dominio de lo simbólico y procedimientos numéricos (divisiones, porcentajes, productos cruzados, entre otros) sin usar ilustraciones o una representación gráfica adecuada.
- ✓ No conocen las cantidades discretas.
- ✓ Usan la misma estrategia partitiva para plantear de manera correcta un problema.
- ✓ La mayoría utilizan operaciones o dibujos sin llegar a dar explicaciones de lo que hacen.
- ✓ Están acostumbrados al uso de algoritmos sin un análisis de estos.

*Final*, observamos que:

- ✓ Pueden dotar de significado las expresiones logrando el uso de varias formas de representaciones gráficas.
- ✓ Muestran ilustraciones en conjuntos continuos y discretos, apoyados de una forma simbólica, dejando de lado la aplicación de reglas.
- ✓ Vinculan su conocimiento al tipo de tareas para la instrucción y la actividad que se realiza con ellas.
- ✓ Usan diferentes respuestas de lo que los estudiantes erróneamente podrían contestar.

*Sesión 1.*

De acuerdo con sus respuestas, el conocimiento matemático para la enseñanza de los docentes en formación se relacionó con el tipo de conocimientos matemáticos (profundos o superficiales) adquiridos a través de su preparación académica.

*Sesión 2*

Desde una perspectiva epistemológica, didáctica y cognitiva, existió una mejora del conocimiento estructural, de las grandes ideas matemáticas, y de los procesos genéricos de enseñanza (con ejemplos no prototípicos).

*Sesión 3*

Fueron muchos los elementos que el profesor en formación necesitó tener y dominar para llevar a cabo su práctica docente de manera adecuada. Independientemente de la cantidad de elementos que poseía, fue indispensable reflexionar acerca de ello, para determinar en dónde

estaba y hacia dónde quería encaminar sus esfuerzos, de esta manera hubo cambios importantes en la forma de ver, entender y llevar a cabo su enseñanza.

#### *Sesión 4*

En los futuros docentes el conocimiento matemático especializado fue importante ya que relacionó su proceso de enseñanza, con las formas más útiles de representar y comunicar un contenido y del cómo aprender mejor conceptos específicos de un tema.

Los procesos del pensamiento, la imagen y una gradual transición desde un objeto ligado hacia el lenguaje matemático fue útil para modificar varios conceptos erróneos.

#### *Sesión 5*

En esta sesión del taller (después de haber discutido el tema de decimales en clase) se observó que los docentes en formación: Lograron describir algo más de lo que sus estudiantes conocían, algunas de sus dificultades y varias de sus concepciones erróneas.

Utilizaron los errores de sus estudiantes para elegir representaciones e ilustraciones apropiadas (ya no sólo de forma simbólica), con base en los artículos analizados y recurrieron a estrategias que exhibían nociones sobre los números decimales; explicando y analizando la manera de pensar y las dificultades con que se encontraba el educando para deducir lo que entendía.

#### *Sesión 6*

En esta sesión observamos un avance, porque consiguieron organizar y desglosar de forma coherente y adaptable sus ideas y procedimientos matemáticos, usando conexiones entre sus nociones, recurriendo a su comprensión como medio para representar y comunicar conceptos fundamentales, lo que implicó una reconstrucción, adaptación y reorganización de los contenidos que utilizaban.

#### *Sesión 7*

Notamos concepciones erróneas de las matemáticas en los docentes en formación que transfieren al cálculo mental (repetición de ejercicios o acertar más en los resultados), desconocían el proceso de las estrategias para realizar un cálculo pensado y no lograron usar formas de representación útiles, analogías, ilustraciones, ejemplos o explicaciones para estas ideas.

#### *Sesión 8*

Observamos que al finalizar las actividades el conocimiento de contenido que poseían los docentes en formación se modificó, a través del análisis de sus resultados y la discusión grupal de sus ideas con base en el artículo propuesto para esta sesión.

Los procesos utilizados para la resolución de ejercicios pasaron del uso del algoritmo en la mayoría de los docentes en formación a mostrar una variedad de estrategias de análisis en sus procesos, además de saber cómo utilizarlas y cómo eran nombradas para un mismo ejercicio sin caer en el uso de reglas conocidas.

#### *Sesión 9*

Notamos que comprendieron y analizaron las ideas matemáticas con mayor profundidad sobre estos temas, razonando sus componentes para estar en posibilidad de explicarlos, deduciendo cuales son los conceptos básicos para desarrollar el conocimiento de sus estudiantes de una forma más conceptual.

#### *Sesión 10*

Referente al conocimiento matemático especializado observamos una mejora, porque consiguieron organizar y desglosar de forma coherente y adaptable algunas ideas y procedimientos sobre los contenidos de cálculo mental y estimación, usando conexiones entre los distintos procesos cognitivos desarrollados para hacer un cálculo pensado.

#### *Sesión 11 y 12*

El análisis de esta sesión estuvo basado en el conocimiento matemático especializado de los docentes en formación, conociendo y clasificando a profundidad algunos de los errores algebraicos fundamentales, desglosando las ideas que presentaron en sus procedimientos matemáticos para conocer su manera de pensar, sus estrategias y las dificultades a las que se enfrentaban, deduciendo e infiriendo lo que entendían para analizar sus soluciones y los métodos utilizados.

#### *Sesión 13*

Observamos que es valiosa una exploración colectiva que admita el análisis de comentarios o dudas que se expresen durante una sesión sobre este tipos de funciones, ya que algunas no se dan en secundaria porque en cuestión de fórmulas son más complejas (exponenciales y oscilatorias).

#### *Sesión 14*



Observamos que las dificultades no fueron de naturaleza cognitiva sino tuvo que ver en la manera de como se trataron los usos de la variable ya que las características que los hacen distintos no se hacen explícitas (sin darse cuenta de que es un concepto multifacético).

Vimos que la mala conceptualización de la variable obstaculizó su proceso de solución ya que fue necesario adquirir la capacidad de interpretar, simbolizar y manipular las variables a través de los distintos reactivos que se propusieron para esta sesión.

### Conclusiones

- Se observó que a través de situaciones problemáticas que ponían en evidencia los errores adquiridos en experiencias previas, los estudiantes a profesor obtenían nuevos conocimientos sobre las relaciones y conexiones, acerca de los conceptos y procedimientos que utilizaban.
- Reflexionaron sobre nuevos conocimientos y la forma en que los conseguían a través de articulaciones con tareas que integraban y transformaban el conocimiento de manera coherente y sistemática como una práctica que era comprendida.
- Hicieron uso de una gama más extensa de representaciones gráficas apropiadas, para comunicar de manera eficaz nociones matemáticas, justificando su uso y desarrollando formas de generar un proceso de aprendizaje apoyado en ver, interpretar y diseñar perspectivas de acción vinculadas a la práctica de enseñar matemáticas.

### Referencias bibliográficas

- Ball, D. L. (2000). Bridging practices: Intertwining content and pedagogy in teaching and learning to teach. *Journal of Teacher Education*, 51(3), 241-247.
- Baturo, A. R. (2004). Empowering Andrea to help year 5 students construct fraction understanding. *Process Psychology of Mathematics Education*, 28 (2), 95-102.
- Centeno, J. (1988). *Números decimales*. Madrid - Síntesis.
- Dewey, J. (1983). The child and the curriculum. En J.A. Boydston, y J. Dewey (Eds.), *The middle works*. Carbondale, IL: Southern Illinois University.
- Grossman, L., Wilson, M. y Shulman L. S. (2005). Teachers of Substance: Subject Matter Knowledge for Teaching. *Revista de currículum y formación del profesorado*, 9(2), 1-21.
- Kieren, T. (1983). Partitioning, equivalence and the construction of rational number ideas. In W. Zwang (Ed.), *Proceedings of the Fourth International Congress on Mathematical Education*. (pp. 506-508). Boston, USA: Birkhauser.

- Matz, M. (1982) Towards a Computational Theory of Competence. *The Journal of Mathematical Behavior*, 3 (1), 93 – 165.
- Mochón, S. y Vázquez, J. (1995) Cálculo mental y estimación: Métodos, resultados de una investigación y sugerencias para su enseñanza. *Educación Matemática*, 7 (3), 93-105.
- Trigueros, M y Ursini, S. (2000). La conceptualización de la variable en la enseñanza media. *Educación matemática*, 12 (2) 27-48.
- Ursini, S., Escareño, F., Montes, D., Trigueros, M. (2005). *Enseñanza del álgebra elemental, una propuesta alternativa*. México - Trillas.