

## UN ESTUDIO DE LO INVERSAMENTE PROPORCIONAL, EL PAPEL DEL CONTEXTO

Natividad Olea Salgado, Juan Alberto Sánchez Montalvo, Jaime Arrieta Vera  
Universidad Autónoma de Guerrero México  
natty.olea@gmail.com, alberto.sm85@gmail.com, jaime.arrieta@gmail.com  
Campo de investigación: Modelación matemática Nivel: Medio

**Resumen.** *El presente trabajo se realiza bajo la visión Socioepistemología la cual adopta a las prácticas sociales como el motor que permite la construcción del conocimiento. Desde esta perspectiva nuestro trabajo toma las prácticas de modelación matemática como el eje que guía nuestro diseño; donde el objetivo es la construcción de lo Inversamente Proporcional (IP) por medio de la interacción de los modelos analítico, numérico y el planteamiento de la situación. El papel que le otorgamos al contexto es primordial para poder dotar de significado lo IP. Presentamos el desarrollo y los resultados obtenidos del diseño de aprendizaje elaborado con base en la Ingeniería didáctica de Artigue (1998). El reporte es parte de una investigación en curso.*

**Palabras clave:** Contexto, modelación, Socioepistemología, Ingeniería didáctica, Formas de predecir

### Introducción

Uno de los grandes cambios que presenta el conocimiento en la escuela es la descontextualización que sufre al ser enseñado; en la vinculación que debe existir entre el conocimiento escolar y su entorno social encontramos que el contexto juega un papel importante en tal unión, todo conocimiento se construye en estrecha interrelación con los contextos en que se usa (Arrieta, 2003). Aquí radica la importancia de crear situaciones adecuadas en contextos propicios para la construcción de significados de los objetos matemáticos donde se determinara la utilización de las estrategias, herramientas y procedimientos para la actividad.

Ledesma (2004) señala que en el tratamiento curricular se deja ver una perspectiva estático – algebraica que pretende dotar de sentido a la proporcionalidad inversa. Este marco epistémico raya una cancha muy difícil de remontar para una actividad de educación matemática de la Proporcionalidad Inversa que aporte significatividad a los estudiantes. En esta dirección guiamos nuestra investigación, proporcionando un diseño de aprendizaje que dote de significatividad a lo IP por medio de las practicas de modelación.

Desde nuestra perspectiva las “Prácticas sociales” connota hacer algo pero no simplemente hacer algo en sí mismo y por sí mismo; es algo que en un contexto histórico y social otorga una estructura y un significado a lo que hacemos, (Arrieta, 2003). Desde esta visión tomamos las

prácticas de modelación matemática como base para la construcción del conocimiento matemático.

En la presente investigación se analizan las herramientas, los consensos y los argumentos que surgen por parte de los alumnos a la hora de abordar un diseño de aprendizaje basado en la modelación Inversamente Proporcional (IP) en los contextos que hemos adecuado, es decir estudiamos el proceso de construcción de lo IP.

El estudio de lo IP es caracterizado como una red de modelos y prácticas articuladas entorno a un fenómeno como lo presenta Castro (2007). Tomando estas bases procedimos a elaborar un diseño de aprendizaje basado en la Ingeniería Didáctica (Artigue, 1998). Presentamos a continuación las fases del diseño de aprendizaje de lo Inversamente proporcional.

#### **Análisis preliminar:**

Estudio cognitivo sobre las dificultades y obstáculos que presentan los profesores al enfrentarse a situaciones IP

- Centración en lo lineal (utilización de la regla de tres directa)
- La ausencia de significados
- No se refieren al contexto para verificar las respuestas
- Carencia del algoritmo de la regla de tres inversa (RTI)

Analizamos el estado de lo IP en el nivel secundaria y preparatoria.

Nivel secundaria:

- Se estudia en los primeros años la división por cero, el inverso multiplicativo y localización de puntos en el plano, estos conceptos son empleados en el tratamiento de las relaciones inversas.
- El estudio de lo IP se centra en el estudio de la función  $\frac{a}{x}$ , analizando sus características tales como la localización de puntos en el plano, dominio y contradominio de la función.

Para el caso particular de la función  $\frac{1}{x}$ , se apunta que a cada número de la primera columna se le asocia su inverso. Para el caso general  $\frac{a}{x}$  el producto de las columnas debe ser una constante.

Nivel Medio Superior (Preparatoria)

- Se estudia la localización de puntos en el plano de la función  $\frac{1}{x}$  simbolizando su dominio de la siguiente manera:  $D = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ ,  $I = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ .
- Dentro de la actividad se señala que la división por cero conduce a una indeterminación, por eso no se le asigna esos valores a  $x$ .

### Concepción y Análisis a priori:

Dentro de este análisis elegimos las variables que controlaran nuestro diseño.

Variables:

- Valor inicial de los datos
- El contexto en que se ubican las actividades
- El modelo algebraico  $\frac{a}{x}$
- Los valores que toma los datos independientes
- La regla de tres inversa

Los objetivos del diseño

- Construir la forma de predecir fundamental
- Construir el modelo algebraico  $\frac{a}{x}$
- Otorgarle un significado a las relaciones establecidas

### Diseño de aprendizaje: “Contando los pasos”

Fase 1

Construyendo una forma de predecir para situaciones IP

**Objetivo:**

Construir la forma de predecir fundamental.

**Discusión 1:**

Carlos, en cada zancada avanza 0.70 metros, da 80 pasos para ir de la tienda al cine

¿Cuántos pasos dará Luís si su zancada es de 1.40 metros?

**Predicción:**

Calcularan la distancia recorrida multiplicando 0.70 por 80. Ya teniendo la distancia recorrida la dividirán entre la zancada de Luís o sea entre 1.40 dando como respuesta 40.

Otra forma de predecir es decir el tamaño de la zancada de Luís es el doble que la de Carlos entonces tendrá que dar la mitad de pasos.

Tal vez utilicen regla de tres directa.

**Discusión 2:**

¿Cuántos pasos dará Pedro si su zancada es de 1.21 metros?

**Predicción:**

Toman a distancia recorrida y la dividen entre el tamaño de la zancada resultando los pasos que tendrá que dar Pedro.

## **Diseño de aprendizaje: “Los pintores”**

### **Fase I**

Construyendo una forma de predecir para situaciones IP

**Objetivo:**

Construir la forma de predecir elemental

**Discusión 1:**

Diez pintores pintan una barda en 30 días ¿En cuanto tiempo lo harán 20 pintores?

*Predicción:*

a) Ellos dirán que lo harán en 60 días (centración en la proporción directa, no se refieren al contexto para verificar su respuesta) el conductor hace una pregunta para que reflexiones sobre esta respuesta.

b) Otros dirán bueno es el doble de trabajadores entonces es la mitad de tiempo (esta es una forma de predecir elemental en situación de razón inversa)

*Discusión 2:*

¿En cuanto tiempo lo harán 30 pintores?

*Predicción:*

Si hay el triple de trabajadores el tiempo debe ser una tercera parte o sea 10 días

*Discusión 3:*

¿En cuanto tiempo lo harán 5 pintores?

*Predicción:*

Si hay la mitad de trabajadores el tiempo debe ser el doble de días o sea 60 días

**Fase II**

*Destrucción /construcción de otra forma de predecir: la cantidad constante*

*Objetivo:*

Destruir la forma de predecir elemental y construir la fundamental

*Discusión 4:*

¿En cuanto tiempo lo harán 17 pintores?

Utilizan regla de tres. 10 es treinta como 17 es a x y, resulta alrededor de 36, imposible.

Otra forma, multiplico 10 por 17/10 y a 30 lo divido por 10/17

Otra forma es utilizar la tabla y colocar en la columna C la multiplicación de las columnas A y B

Numero de trabajadores	Días	AB
10	30	300

20	15	300
30	10	300
5	60	300
17	?	300

Y después concluir que en el lugar de la incógnita debe de ir  $300/17$

**Discusión 5:**

¿En cuanto tiempo lo harán 33 pintores?

**Predicción:**

Utilizarán el método anterior más rápido y de forma mas efectiva, o sea dirán 33 por los días me dará 300 entonces los días utilizados da  $300/33$

**Etapa III**

*La generalización y la construcción del modelo algebraico*

**Objetivo:**

Construir el modelo algebraico

**Discusión 3:**

Si colocamos n trabajadores ¿Qué tiempo tardarían?

**Predicción:**

Los alumnos darán un procedimiento de cómo encontrar los días. Insistiendo llegarán a establecer el modelo algebraico  $t = 300/n$

Numero de trabajadores	Días	AB
10	30	300
20	15	300
30	10	300
5	60	300
17	$300/17$	300
33	$300/33$	300
n	¿	300

### *Experimentación*

La situación de aprendizaje fue implementada en alumnos de bachillerato de primer grado, se formaron tres equipos, dos de cuatro estudiantes y uno de tres, en total 11 alumnos. El diseño fue puesto en escena en dos sesiones de 50 minutos cada una.

Para recoger las evidencias se grabaron los desempeños de cada equipo.

### *Análisis a posteriori y validación*

En el análisis a posteriori de la primera actividad “Contando los pasos” reportamos que se presentó una gran variedad de procedimientos, a saber:

- Los estudiantes predicen utilizando la “Forma elemental”
- Se presenta la “Centración en lo lineal” aplicando la regla de tres directa
- Uno de los equipos construye la forma fundamental de predecir. El contexto en el que se ubicaba la actividad permitió argumentar en términos físicos la noción implicada, a saber la distancia. Posterior a esta actividad todos los equipos emplearon esta forma de predecir.
- Un obstáculo que se presenta es la falta de significado para los decimales.

#### Los pintores

- En esta actividad los alumnos recurren a la regla de tres inversa. Algunos todavía emplean la forma de predecir elemental.
- En las tres primeras actividades del diseño les causo ruido las distintas variaciones del tiempo en función del número de empleados.
- El método que logran generalizar los alumnos es multiplicar las columnas de la tabla de datos, en este caso el producto es 300, y dividir por el número de pintores para obtener el tiempo que tardaran en pintar la barda. Sin embargo a pesar de que todas los procedimientos son correctas no lograban atribuirle un significado al producto del tiempo por el número de pintores, el significado se logra después de una discusión grupal.
- Dentro de las conclusiones se llega a establecer el modelo general.

## Conclusión

El contexto en el que fueron adecuadas las actividades permitió el desarrollo de argumentos, herramientas y el tránsito de los alumnos por dos momentos, de la forma de predecir elemental a la fundamental, en este proceso se logró dotar de significado a lo IP.

Uno de los obstáculos que se presentan en el tratamiento de lo IP es la centración en lo lineal, el cual encierra a los estudiantes a un pensamiento lineal, es decir tratan de resolver los diversos problemas que se les presentan recurriendo a herramientas que son propias de lo lineal y olvidan o dan poca importancia a otras formas de proceder.

El trabajo es una investigación en curso que tiene objetivo construir una socioepistemología de lo IP, analizando a lo IP desde las dimensiones didáctica, cognitiva, epistemológica y social, e intenta responder a la problemática planteada por los diversos fenómenos escolares que ocurren en su tratamiento.

## Referencias bibliográficas

- Arrieta, J. (2003). *Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula*. Disertación doctoral no publicada, Cinvestav.
- Artigue, M. (1998). Ingeniería didáctica. En Artigue, M., Douady, R., Moreno, L., Gómez, P. (Eds.). *Ingeniería didáctica en educación matemática*. Colombia. Una empresa docente.
- Castro, G. (2007). *La analogía en la construcción del conocimiento, construyendo lo inversamente proporcional*. Tesis de Maestría no publicada, Facultad de Matemáticas UAG.
- Ledesma F. (2004). Significatividad para la proporcionalidad inversa en estudiantes del décimo año de escolaridad. En *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 17*, (pp. 334-340). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa AC.