

UN PLANTEAMIENTO DE RESIGNIFICACIÓN DE LAS DESIGUALDADES A PARTIR DE LAS PRÁCTICAS DIDÁCTICAS DEL PROFESOR. UN ENFOQUE SOCIOEPISTEMOLÓGICO.

Mariangela Borello, Javier Lezama
CICATA del Instituto Politécnico Nacional
mborello@gmail.com, jlezamaipn@gmail.com
Campo de investigación: Socioepistemología

México

Nivel: Nivel Medio

Resumen. *En este trabajo se ofrece un estudio acerca de las desigualdades a partir de las prácticas didácticas del profesor. La investigación –que se coloca bajo el marco teórico de la socioepistemología– pretende ofrecer herramientas de ayuda que permitan encontrar enfoques metodológicos y soportes didácticos para los maestros, a fin de apoyarlos en su quehacer cotidiano. En esta etapa de la investigación hemos elaborado un primer instrumento didáctico que queremos proponer a un conjunto de maestros de nivel medio-superior para estudiar su postura frente de nuestra propuesta a fin de darnos cuenta de cuáles son los elementos que más propician una resistencia al cambio del quehacer didáctico; verificar la factibilidad de nuestra propuesta.*

Palabras clave: desigualdades, profesor, resignificación

Introducción

Al inicio de nuestra investigación, estuvimos reflexionando acerca de cuáles son aquellos factores que ponen al estudiante en la postura correcta para que acontezca el fenómeno del aprendizaje. Nos preguntamos: ¿cómo un maestro puede despertar en sus alumnos el interés hacia las matemáticas? Nuestra hipótesis de partida apuntaba al hecho de que el fenómeno del conocimiento acontece sólo en presencia de un interés previo y en libertad. Así, pudimos afirmar que no existen mecanismos que garanticen el conocimiento, pero que, sin embargo, es posible individualizar unos elementos que puedan contribuir a una mejor comprensión de los factores que intervienen en el proceso de aprendizaje, y ayudar en el quehacer matemático.

Por lo tanto el centro de nuestro trabajo ha sido y será la figura del docente que es quien guía al alumno para que este pueda construir el saber y que, a través de sus propias convicciones, influye en las posibilidades de aprendizaje. Cabe observar que cuando hablamos de convicciones del maestro, hacemos referencia a aquel conjunto de prejuicios consolidados –por la pertenencia del sujeto a cierto contexto social y cultural– con la que un ser humano enfrenta la realidad y toma una postura hacia ella.

Nuestro trabajo se refiere a las desigualdades. Hemos podido comprobar (Borello, 2007) cómo dicho tema no se considera relevante en ninguno de los currícula de las principales instituciones

escolares mexicanas que le dedican unas pocas horas, en el ámbito del curso de Álgebra, o no las consideran para nada. Sin embargo, en nuestra experiencia hemos podido percatarnos de la importancia del tema el cual no puede encajarse en una única técnica de resolución ya que deberían de haber muchas técnicas diferentes para las diferentes tipologías de desigualdades. Por esta razón nos pareció que las desigualdades representan un importante punto de referencia para investigar cómo el maestro hace sus elecciones ya que se debe de enfrentar con un argumento que requiere mucha flexibilidad en la forma del razonamiento, y esto bajo cualquier enfoque que se quiera cobijar.

El objetivo último de nuestra investigación consiste por lo tanto en el intento de restituirle al objeto matemático desigualdad un significado y una relevancia, aún respetando los tiempos previstos en los currícula.

Para ello, lo que concretamente queremos hacer será construir un instrumento didáctico que pueda utilizarse en la realidad de nuestras aulas provocando a los maestros para que se cuestionen acerca de su manera de actuar y puedan encontrar en ello un apoyo concreto para empezar a modificar algo en su práctica docente. Es evidente que esta herramienta se ofrece a la libertad individual de cada docente y no tiene la pretensión, y tampoco la intención, de sustituirse al cuestionamiento individual de cada uno acerca de su propio trabajo y de la manera de llevarlo adelante.

Nuestra investigación se coloca en el marco teórico de la *socioepistemología* en el contexto de la teoría de situaciones didácticas (Brousseau, 1983, 1986, 1998; Chevallard, 1995).

La socioepistemología se origina a partir de las críticas a los enfoques de investigación en los que: los argumentos aparecen como descontextualizados, falta un marco epistémico, las explicaciones teóricas son simplistas, se evidencia una “indiferencia” cultural y contextual. Para responder a estas vertientes se van a: considerar los distintos contextos de producción (aula, vida cotidiana, pasado-presente-futuro, etc.), elaborar marcos epistémicos centrados en prácticas y no en objetos, construir teorías robustas sobre nociones nuevas (práctica social, normativa, etc.), diversificar el entorno sociocultural, precisar términos y nociones nuevas que se adaptan mejor a las realidades por construir. De hecho este enfoque no se limita a conocer las respuestas que los alumnos producen ante una tarea específica, sino que va a considerar el conocimiento de las condiciones que las producen. (Cantoral, 2007)

Es por esto que elegimos para nuestra investigación el acercamiento socioepistemológico ya que se trata de un enfoque que quiere tomar en cuenta todos los elementos que de alguna manera se relacionan con el fenómeno del aprendizaje, considerando el conocimiento matemático que se quiere transmitir en un contexto lo más amplio posible. Sin embargo, el objeto central de nuestra investigación ya no es el “objeto inecuación” sino la práctica del profesor –su marco epistémico, sus convicciones, el entorno sociocultural en el que desarrolla su labor– y cómo ésta se relaciona con el aprendizaje de los alumnos, los que, a su vez, viven y se desarrollan en un contexto particular que influencia su actitud hacia las matemáticas.

Antecedentes

Revisión bibliográfica

Desde el análisis de la literatura que nos pareció más interesante acerca de la didáctica de las desigualdades pudimos destacar que algunos autores relacionan las desigualdades con el tema de funciones y que, a pesar de cobijarse bajo diferentes marcos teóricos, coinciden en afirmar que: hay que cambiar la manera de enseñar las inecuaciones proponiendo actividades que involucran no sólo la interpretación y la resolución algebraica sino también resoluciones gráficas que favorezcan una cierta flexibilidad de pensamiento al considerar las dos visiones relacionadas (Barbosa, 2003) y que es imprescindible realizar un “cambio del contexto protagónico de la discusión”, empezando con el tratamiento del tema en el contexto gráfico para finalmente llegar al contexto algebraico, “cuyo fin es el de apoyar argumentaciones o construcciones gráficas” (Farfán y Albert, 1997).

Otros autores (Bazzini, 1999, Gallo y Battú, 1997) ponen su atención sobre la relación entre ecuaciones y desigualdades subrayando la presencia de una confusión entre el concepto de ecuación y el de desigualdad entre los cuales se establecen analogías incorrectas que propician que, para resolver desigualdades, se aplican los mismos modelos de las ecuaciones.

Análisis de los currícula y de algunos libros de texto.

Hemos podido examinar los currícula de distintas instituciones educativas de México: 1) a nivel bachillerato (Escuela Nacional Preparatoria y Colegio de Ciencias y Humanidades de la Universidad Nacional Autónoma de México, Bachillerato de la Secretaría de Educación Pública, Instituto Politécnico Nacional-Dirección Media Superior, Preparatoria del Tecnológico de Monterrey); 2) a nivel licenciatura (en instituciones y carreras cuyo currículo prevé un curso de precalculo: Tecnológico de Monterrey, Universidad Iberoamericana). Además, varios de libros de texto que se ocupan en dichas instituciones escolares.

Desde este examen resulta evidente que el tema de desigualdades no se considera esencial para la formación matemática de un alumno. Dentro de los tres años de preparatoria el tema sólo aparece el primer año cuando se estudia el álgebra y se le dedican pocas horas. El enfoque es entonces eminentemente algebraico y –por falta de tiempo– se limita a la adquisición de unas cuantas técnicas operativas que propician un aprendizaje memorístico y no significativo. A nivel universitario sólo se pide retomar el tema, basándose en el enfoque que se le da a nivel de la educación Media Superior.

Los currícula en acción

Para conocer algo acerca de cómo los maestros aplican lo que prevén los currícula en su enseñanza, se propuso a varios maestros un cuestionario a fin de testar algunos elementos clave para la enseñanza de las desigualdades. Se aplicó dicho cuestionario a maestros mexicanos (9) –que trabajan en distintas instituciones a nivel superior o medio superior– e italianos (6) –que trabajan a nivel medio superior–. El cuestionario consiste en una secuencia de preguntas (Borello, 2007) cuyo objetivo es estudiar cuáles son las concepciones de los profesores acerca de las desigualdades y cómo enfocan el tema a sus alumnos.

Desde el análisis de las respuestas hemos podido individualizar algunos elementos de interés que nos han llevado a reflexionar lo que sigue.

A pesar de la profunda diferencia entre el discurso matemático escolar sobre el tema de las inecuaciones en los dos países –México e Italia– en los que decidimos llevar a cabo nuestro estudio, ha sido interesante observar cómo en ambos se presentan problemáticas afines. Tanto en Italia como en México los alumnos tienden a confundir ecuaciones e inecuaciones. Este problema

tiene raíces muy profundas ya que pensamos radique prioritariamente en no entender el significado real de los símbolos de igualdad o de desigualdad. Demasiadas veces nos encontramos con alumnos que atribuyen al símbolo de igualdad (=) el mismo sentido del símbolo de implicación (\Rightarrow) –es decir, de “esto” sigue “aquello”–. De esta manera, cuando se pasa a las inecuaciones y se introducen los nuevos símbolos –mayor ($>$) y menor ($<$), mayor-igual (\geq) y menor-igual (\leq)– los alumnos no tienen los elementos para comprender la diferencia entre ellos y el símbolo de igualdad, así que se limitan a aprender memorísticamente algunas técnicas de resolución y nunca entienden hasta el fondo lo que están haciendo. Esto propicia la confusión entre las dos “operaciones” –ecuación e inecuación– cuya notación es parecida, aún si su sentido es profundamente distinto (cf. Bazzini, 1997, 1999, Gallo y Battú, 1997).

En el análisis de las entrevistas se puede ver como muchas veces se hace referencia a la dificultad de los alumnos en distinguir entre ecuaciones e inecuaciones. Sin embargo, es interesante observar como los mismos maestros son los que hablan de dos “objetos” parecidos que siguen reglas diferentes. Esto nos permite entender cómo la diferencia intrínseca entre los dos “objetos” es algo en que los maestros mismos no han reflexionado, ni profundizado.

Otra dificultad común entre los dos países consiste en el hecho de que los alumnos tienen la actitud de buscar técnicas de sello memorístico a fin de resolver los varios ejercicios que se les proponen. En los dos países las técnicas son diferentes (debido a la diferencia entre los currícula) pero la postura es la misma.

Consecuencia de todo esto es que los estudiantes mexicanos llegan a la universidad sin tener ningún conocimiento acerca de las desigualdades, mientras que sus compañeros italianos llegan con un enorme bagaje de técnicas que les causan mucha confusión y que les impiden reconocer y resolver correctamente casos triviales. (cf. Boero, 1997, 1998, Malara, Brandoli y Fiori, 1999)

También frente a esta dificultad es nuestra opinión –fundamentada en las investigaciones de Boero (1997, 1998, 1999), Farfán y Albert (1997) y Farfán (2000)– que la responsabilidad de dicha actitud se deba de atribuir en parte a los maestros. Las razones por las que el maestro se conforma con que los alumnos aprendan algunas técnicas de forma mecánica, son varias: la falta de tiempo, la facilitación de los procesos de enseñanza y evaluación o la necesidad de encuadrar mentalmente a los alumnos en esquemas de fácil manejo para el profesor.

Hacia una resignificación

A pesar de las observaciones que pudimos hacer a raíz del trabajo de investigación que se documenta en nuestra tesis de maestría (Borello, 2007), hemos tenido que hacer una elección que nos ha llevado por un camino diferente de lo que habríamos pensado.

Como hemos visto, varias investigaciones acerca del tema de desigualdades o inecuaciones (Barbosa, 2003, Albert y Farfán, 1997) subrayan la importancia de la relación entre los objetos inecuación y función. Sin embargo, los currícula institucionales prevén el estudio de las inecuaciones sólo en el curso del primer año del bachillerato, es decir en el curso de álgebra básica.

Por esta razón hemos decidido empezar nuestro estudio acerca de las prácticas de los profesores a partir del contexto algebraico ya que es este contexto al que ellos normalmente hacen referencia. Sin embargo, al momento de hacer nuestra propuesta de resignificación, estaremos considerando el aspecto gráfico-visual aún si, tal vez, no estaremos apoyándonos explícitamente al concepto de función. Este último podrá eventualmente considerarse en un segundo tiempo, al momento de ampliar nuestra propuesta para los cursos de precálculo que se imparten en las universidades.

Como primer paso de nuestro trabajo hemos diseñado una secuencia didáctica que se va a proponer a un grupo de maestros para ver como manejan aquellos elementos que nos parece constituyan un elemento de conflicto cognitivo en el aprendizaje de las inecuaciones.

Para empezar nos hemos preguntado qué quiere decir resignificar el objeto inecuación y hemos concluido que se trata de darle un lugar en el contexto del discurso matemático escolar. No se trata de cambiar el discurso (o, por lo menos, esto no va a ser nuestro objetivo actual) sino de proveerlo de nuevas significaciones que den sentido a la inecuación en el contexto en que podemos encontrarla hoy y que según la perspectiva socioepistemológica, corresponde a la construcción del conocimiento en la organización de un grupo humano, normado por lo institucional. (Cordero, 2006)

Para llevar a cabo dicho objetivo será indispensable “romper” con el discurso matemático escolar considerando que las inecuaciones viven en el contexto del álgebra y que, en dicho contexto, el discurso que normalmente se hace no se desarrolla en la línea que queremos seguir para alcanzar nuestro objetivo. Por lo tanto deberemos de considerar que, antes de llegar a lo específico del

objeto inecuación, se tendrá que considerar lo que pasa con el álgebra. Como pudimos observar (Borello, 2007), los manuales escolares tienden a un cierto grado de formalismo lo que propicia una enseñanza cuyo estilo es prioritariamente memorístico. Muy seguido los maestros limitan su actividad a un “entrenamiento” para que los alumnos aprendan y apliquen un conjunto de reglas sin que puedan comprender su significado real. Todo eso propicia que para el estudiante entender coincida con la capacidad de resolver los ejercicios propuestos lo que impide alcanzar un aprendizaje significativo de los temas propuestos.

Es nuestra opinión que el primer objetivo de nuestra propuesta y, por lo tanto, de nuestra secuencia, deba de ser el de romper con esta actitud.

Para ello, las preguntas de nuestra secuencia harán énfasis en el aspecto del significado de los objetos que se manejan y, sólo en un segundo momento, pedirán la aplicación de procesos. Se trata de favorecer en el sujeto –en este caso el profesor– el desarrollo de una práctica social: de generar actividades que tienen una dirección, un para qué.

Para alcanzar dicho objetivo, a pesar de que nuestro trabajo de resignificación es relativo a las desigualdades, no podemos mantenernos ajenos al cómo se maneja en su globalidad el curso de álgebra.

Como hemos podido observar (Bazzini, 1997, 1999, Gallo y Battú, 1997, Borello, 2007) en el ámbito de la matemática escolar subsiste una relación muy fuerte entre las inecuaciones y las ecuaciones que es fuente de mucha confusión y que, por lo tanto, obstaculiza el correcto aprendizaje de lo que son las inecuaciones.

De hecho, cuando se introduce la inecuación siempre se hace referencia a la ecuación ya que ésta última se considera un objeto matemático muy parecido a la ecuación pero “con unas reglitas diferentes”. Propiamente este punto, constituye el segundo elemento con que hay que “romper” y, para poderlo hacer, necesitamos partir desde el significado de igualdad/desigualdad y de ecuación/inecuación. Así podremos sucesivamente establecer relaciones y diferencias reales entre dichos objetos.

Todo esto nos llevará a restituirles a igualdades y desigualdades, ecuaciones e inecuaciones su estado de objeto, y no sólo de herramienta (Douady, 1986).

Referencias bibliográficas

- Barbosa, K. (2003). La enseñanza de inequaciones desde el punto de vista de la teoría APOE. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 6 (3), 199-219.
- Bazzini, L. (1997). Riflessioni didattiche sul concetto di equivalenza per equazioni e disequazioni. En J. Philippe & M. Laurel (Eds.), *Actes de Seminaires-SFIDA X. Vol. III*, (pp. 39-43). Nice, France: IREM.
- Bazzini, L. (1999). Disequazioni : il ruolo del segno. En J. Philippe & M. Laurel (Eds.), *Actes de Seminaires-SFIDA XII. Vol. III*, (pp. 7-12). Nice, France: IREM.
- Boero, P. (1997). Inéquations: aspects didactiques, épistémologiques et cognitifs. En J. Philippe & M. Laurel (Eds.), *Actes de Seminaires-SFIDA X. Vol. III*, (pp. 3-7). Nice, France: IREM.
- Boero, P. (1998). Inéquations: pour une recherche pluridisciplinaire. En J. Philippe & M. Laurel (Eds.), *Actes de Seminaires-SFIDA XI. Vol. III*, (pp. 47-51). Nice, France: IREM.
- Boero, P. y Garauti, R. (1999). Les inéquations fonctionnelles : lieu de développement et d'étude de la maîtrise des fonctions. En J. Philippe & M. Laurel (Eds.), *Actes de Seminaires-SFIDA XII. Vol. III*, (pp. 3-6). Nice, France: IREM.
- Borello, M. (2007). *Relación entre las concepciones del maestro y el aprendizaje de los alumnos en el caso de las desigualdades. Un estado del arte*. Tesis de maestría no publicada, Cicata, IPN.
- Brousseau, G. (1983). Les obstacles epistemologiques et les problèmes en mathematiques. *Recherches en Didactique des Mathematiques*, 4 (2), 165-198.
- Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathematiques*, 7 (2), 33-115.
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble, France: La Pensée Sauvage.
- Cantoral, R. (2007, Julio). Aproximación Socioepistemológica a la investigación en Matemática Educativa. *Conferencia plenaria*. (Presentación PowerPoint). En la XXI Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, Universidad Zulia, Maracaibo, Venezuela.
- Cantoral, R. y Farfán, R. M. (2003). Matemática educativa: una visión de su evolución. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 6 (1), 27-40.

Chevallard, Y. (1995). La fonction professorale: esquisse d'un modèle didactique. En R. Noirfalise et M. J. Perrin (Eds), *Actes de la VIII Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques* (pp. 82-122). Clermont-Ferrand, France: IREM.

Cordero, F. (2006). El uso de las gráficas en el discurso del cálculo escolar. Una visión socioepistemológica. *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: un reporte Iberoamericano* (265-286). Díaz de Santos-Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. AC.

Cordero, F. (2006). La modellazione e la rappresentazione grafica nell'insegnamento-apprendimento della matematica. *La Matematica e la sua Didattica*, 20 (1), 59-79.

Douady, R. (1986). Juegos de marcos y didáctica herramienta-objeto. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 3-31.

Farfán, R. M. (2000). Un estudio de funciones pretextando la resolución de desigualdades. En Cantoral R. et al, *Desarrollo del pensamiento matemático* (pp.89-144). México D.F., México: Trillas.

Farfán, R. M. y Albert, A. (1997). *Un acercamiento gráfico a la resolución de desigualdades*. México, D.F., México: Editorial Iberoamérica.

Gallo, E.; Battú, M. (1997). Quali modelli e controlli intervengono lavorando su disequazioni?. En J. Philippe & M. Laurel (Eds.), *Actes de Seminaires-SFIDA X. Vol. III*, (pp. 25-37). Nice, France: IREM.

Malara, N. A.; Brandoli, M. T. y Fiori, C. (1999). Comportamenti di studenti in ingresso all'università di fronte allo studio de disequazioni. En J. Philippe & M. Laurel (Eds.), *Actes de Seminaires-SFIDA XII. Vol. III* (pp. 13-28). Nice, France: IREM.