

REPRESENTACIONES SOCIALES, IDEOLOGÍA Y ENSEÑANZA DEL CONCEPTO DE LÍMITE

Alberto Camacho Ríos

Instituto Tecnológico de Chihuahua II

camachoalberto@hotmail.com

Campo de investigación: Estudios Socioculturales

México

Nivel: Superior

Resumen. *Se plantea el análisis de la representación del concepto de límite infinito y límite al infinito en estudiantes del nivel superior de enseñanza desde la perspectiva de la Teoría de las Representaciones Sociales (TRS), la razón del análisis tiene que ver por los conflictos de enseñanza y aprendizaje que estos conceptos causan en los estudiantes. Los resultados muestran representaciones del concepto mal adquiridas, que llevan a los sujetos a distorsionar en las tareas escolares la solución de problemas relacionados con los propios conceptos. El estudio puede servir de base para mejorar los diseños de clase alrededor del concepto.*

Palabras clave: representación social, ideología, límite infinito

Objetivo

El propósito del proyecto es analizar las representaciones, o concepciones, que guardan estudiantes del quinto semestre de ingeniería respecto de los conceptos de límite infinito y límite al infinito desde la perspectiva de la Teoría de las Representaciones Sociales, así como mostrar la distorsión que con esas representaciones los sujetos hacen del conocimiento en la solución de problemas específicos que se les plantean en las tareas escolares, llegando con ello a resultados erróneos.

Introducción

A lo largo de las últimas dos décadas los grupos de investigadores que atienden el movimiento de la Matemática Educativa (ME), han pretendido dejar de lado el predominio de la visión formal de la matemática que sobreestima los aspectos abstractos de su enseñanza, intentando incorporar en ellos elementos del entorno sociocultural, epistemológico y didáctico. De esta manera, se distinguen diferentes aproximaciones teóricas que han incluido nuevas componentes de estudio, como es el caso de la noción de práctica social en la Socioepistemología, en México (Cantoral, R, et. al, 2006, 84). Por su lado, la Teoría de las Representaciones Sociales francesa, parte del estudio de dos dimensiones como son, las prácticas sociales y las representaciones o concepciones que

1071

ellas dejan en los individuos, con el objetivo, en principio, de reconocer los obstáculos cognitivos que no les permiten la apropiación del conocimiento social.

A partir de la TRS, nos interesa el reconocimiento de una representación “espontánea” de los conceptos de límite infinito y límite al infinito en la cognición de los estudiantes que se analizan, es decir, la búsqueda de un significado o imagen elemental del conocimiento asociado al objeto; debido a que por largo tiempo observamos regularidades que muestran equivocaciones en la solución de problemas concretos al accionar los conceptos citados.

En esencia, deseamos probar que las representaciones que se crean los estudiantes de quinto semestre que cursan ecuaciones diferenciales en el nivel de ingeniería, distorsionan el conocimiento en la solución de problemas específicos a través de representaciones mal adaptadas del propio conocimiento. Dichas representaciones forman parte del bagaje de conocimientos que fueron adquiriendo a lo largo de los cursos anteriores, particularmente el curso de Cálculo Diferencial, Matemáticas I.

Marco Teórico

Fue Abric (1994) quien asumió la noción de representación como un argumento teórico y alternativo al de concepción. Abric ha concebido las representaciones sociales como modalidades específicas, jerarquizadas alrededor de un “nodo central” o “núcleo central”, que es constituido por elementos que dan a la propia representación su significación. Tal enfoque ha permitido analizar las representaciones colectivas de los individuos desde un punto de vista cognitivo vinculándolas a su génesis, las prácticas sociales, abriendo así un vasto campo de investigación y análisis a partir de la TRS. Desde este punto de vista, la formación de las representaciones y su transformación es colocada en un proceso concreto de problematización de actividades prácticas. La problematización se manifiesta a través de las prácticas sociales que los seres humanos ejercen sobre el conocimiento. De aquí que, entendamos por prácticas sociales aquellas acciones e interacciones deliberadas del hombre sobre el conocimiento que determinan cambios en el contenido de los objetos, los cuales merecen un estudio a través de ciertas condiciones.

Para el ya citado Abric, el análisis de toda práctica social supone que se tomen en cuenta al menos dos factores esenciales:

«Las condiciones sociales, históricas y materiales en las que ella se inscribe, por una parte y, por la otra, el modo en el que se apropia el individuo, o grupo concerniente, proceso en el cual los factores cognitivos, simbólicos y representacionales desempeñan un papel determinante» (Abric, op, cit, 238).

En tal sentido, si existe en los individuos, o grupos de individuos, una representación de tal o cual conocimiento, esta sólo pudo haber sido engendrada por prácticas. Este punto de vista parte del supuesto de considerar las prácticas sociales como subconjunto o parte de la ideología en la que están insertos los individuos. Desde esa perspectiva, la ideología norma la actividad práctica de los sujetos, heredando así las ideas involucradas a la representación. Toda vez que la ideología es, a su vez, parte del conjunto de lo socio cultural.

Así, las conductas de los individuos, sus representaciones y sistemas de valores, se puede decir que son sujetos al marco de poder institucional al que están enfrentados. En esta dirección, Ibáñez (1989) apunta que:

«En la vida cotidiana, intervienen con frecuencia negociaciones entre los polos de la práctica y la ideología y la representación: incluso cuando ellas son sugeridas firmemente por las circunstancias, las prácticas desarrolladas por los agentes sociales sufren una cierta modulación o distorsión, en función de su ideología» (Ibáñez, 1989).

En el caso que presentamos, reconocemos las prácticas sociales como las prácticas escolares que cotidianamente suceden en el salón de clase, las cuales son organizadas a través de los conocimientos que los estudiantes adquieren en su interacción con el propio conocimiento enseñado por el profesor. Desde el punto de vista que incorpora la práctica escolar con lo meramente social, las representaciones son vistas como la imagen espontánea, o imagen elemental primaria, de objetos y conceptos matemáticos con que cuenta un individuo, o grupo de individuos, la cual es construida a través de actividades escolares que son vinculadas con actividades socio culturales

Estado del Arte

Dollo y Joshua (2002) mostraron cómo las representaciones sociales sobre el “desempleo”, concepciones previas de estudiantes de ciencias económicas y sociales, en Francia, fueron obstáculo para hacerse de aprendizajes relacionados con dichas representaciones. Estas últimas fueron referidas directamente por los investigadores a la práctica cotidiana de los sujetos. Dicha práctica dependía de diferentes valores: del lugar de la familia en el estatus de producción, así como el nivel del lenguaje “económico” que se utiliza en el medio familiar, cuenta tenida de la situación profesional de los integrantes de la familia. De la misma manera, la representación dependió del discurso económico que ejercían los medios sobre los propios estudiantes analizados: prensa, televisión, radio, etc., (Carluer, 1997, 153, citado en Dollo, *op, cit*).

Alrededor de la enseñanza de la matemática, Sánchez (2008) ha mostrado cómo la representación social del concepto de función matemática, de profesores en el nivel de ingeniería, visto como una relación entre variables, fue ampliamente influenciado por la institucionalización del concepto que prevalece dominante en el nivel superior de enseñanza, y el cual deja fuera la posibilidad de concebir el concepto de función a partir de argumentos variacionales como son aquellos de variable, variación y variabilidad. Cabe afirmar que para la determinación del nodo central y “elementos periféricos” de la representación, la autora hizo uso de cuestionarios y metodologías sustentadas por la TRS, cuyo contenido reprodujo una buena cantidad de nociones relacionadas con el concepto de función.

Finalmente, Camacho y Aguirre (2001), plantearon un estudio sobre los errores relacionados con el concepto de límite infinito y límite al infinito en que incurren estudiantes del primer semestre del nivel superior de enseñanza desde la perspectiva de la Teoría de las Situaciones Didácticas. Los resultados del estudio evidencian en los sujetos analizados concepciones apenas sí intuitivas de estos conceptos.

Metodología y Justificación

Se diseñaron tareas en las que se involucraron límites de cocientes que se indeterminaban con la aplicación numérica, de suerte que se esperaba que los estudiantes salvaran la indeterminación para concluir en la naturaleza del límite buscado. Algunos de los casos que se aplicaron se

muestran enseguida (solamente se exponen y analizan tres de los problemas que se plantearon). Se les pidió calcular los límites siguientes:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2x + 1}; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} 4e^{-3x}; \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5}{x^2}$$

Siendo las soluciones: a) Infinito (∞), b) cero (0), c) Infinito (∞).

En cuanto a las herramientas de apoyo para llegar a las soluciones, en un primer caso subyace la definición de límite infinito en la forma $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \infty$, en la cual la función está definida en todo su dominio, excepto quizá en a , y en la que la factorización en el numerador y denominador como $(x - a)$, permiten eliminar las posibles indeterminaciones. De igual manera se presentaron problemas con límites al infinito, como $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$. No obstante, se planteó a los alumnos la posibilidad de construir tablas de valores por izquierda y derecha de a , que pudieran ayudar en la decisión por el límite.

Estas últimas herramientas son supuestamente adquiridas a lo largo de los cursos de matemáticas, y son las que esperábamos que los estudiantes accionaran ante los problemas propuestos en las tareas.

La actividad se proporcionó a 14 estudiantes de la asignatura de ecuaciones diferenciales, Matemáticas V, de un instituto tecnológico federal mexicano. Los alumnos, hasta ese momento, habían cursado las asignaturas de matemáticas: cálculo diferencial, cálculo integral, álgebra lineal y análisis vectorial, así como otros cursos relacionados, de suerte que ya habían discernido y utilizado los conocimientos en juego.

La justificación de la tarea destinada a ese grupo, obedeció a que en tal asignatura se aplica el concepto de límite infinito en las integrales de la forma $\int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$, que llevan a la determinación de la transformada de Laplace de las funciones del cálculo en el curso mencionado, así como contar con argumentos para contrastar con la experiencia que en esa misma dirección se desarrolló en Camacho y Aguirre (2001), puesto que, como se mencionó, los autores aplicaron situaciones de enseñanza a estudiantes del primer semestre del mismo sistema educativo.

Resultados

- a) En promedio, sólo uno de los 14 estudiantes resolvió adecuadamente los tres problemas que se mencionan.
- b) De los 14, sólo 2 resolvieron apropiadamente el problema del inciso a), 4 asumieron que el resultado era cero (0) es decir $-\frac{2}{0} = 0$, 3 consideraron que $\frac{0}{0} = \infty$, indeterminación, o la no existencia del límite, uno concluyó en un valor numérico como 1, y el resto no pudieron concluir.
- c) De los 14, 3 resolvieron adecuadamente el problema del inciso b) es decir, asumiendo que el resultado es cero (0), 3 argumentaron que el resultado era infinito (∞), 6 no lo pudieron resolver, y 2 dieron un valor numérico a la solución.
- d) Para el inciso c) 5 determinaron el resultado adecuadamente, es decir, infinito (∞); 2 asumieron que se indeterminaba, uno planteó el resultado como $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} 5x^{-2} = 0$ (véase la Figura 2), otro obtuvo como resultado 5, y el resto no llegó a conclusión alguna.
- e) Sólo 3 de los 14 usaron tablas numéricas para apoyarse en la decisión por los límites buscados. Para el inciso c) (en la tabla) a uno de los estudiantes la calculadora le indicó "error" al sustituir el valor de cero, razón por la que pudo concluir en el valor de infinito (∞) como resultado; en otro caso el estudiante diseñó la gráfica correspondiente al mismo problema, en la que se observa cómo las ramas de ésta tienden al infinito, sin que ello le sugiriera la solución.

Como se aprecia, las soluciones a los problemas muestran la regularidad explícita que se observó en la investigación de Camacho y Aguirre (2001), es decir, la recurrencia de considerar verdadera la expresión $\frac{a}{0} = 0$, en un intento por recurrir a los números reales al evadir los problemas que en los estudiantes causa el infinito; ocurrió en por lo menos 4 de los 14 alumnos analizados (véase más adelante la Figura 1).

Si bien los resultados obtenidos dejan ver una práctica escolar deficiente que en parte debe atribuirse a los profesores; de ello se sigue una apropiación equivocada de los conceptos

mencionados, tanto en su parte algorítmica como en la aceptación de la división por cero, por parte de los estudiantes. Como puede verse en la figura 1, el estudiante que resolvió el límite indicado, tuvo por opciones para decidir por el límite la tabla que le indicaba que para valores muy cercanos a uno por izquierda y derecha, el límite, equivocadamente, se acercaba a cero, y la opción aritmética en la aplicación $\frac{-1-1}{-1+1} = -\frac{2}{0}$. En el primer caso, el estudiante calculó erróneamente los valores de y en la tabla, los cuales le llevaron a decidir por el límite tendiendo hacia cero. No obstante, ese error es ratificado en el segundo caso, en el que el alumno no media en la indeterminación y decide concluir en que $-\frac{2}{0} = 0$.

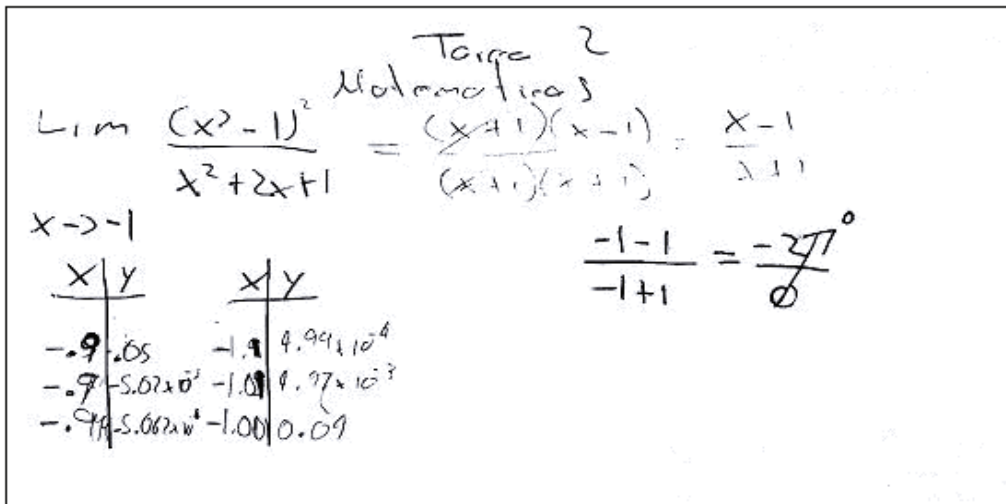


Figura 1

La Figura 1 muestra cómo las concepciones que el estudiante equivocadamente adoptó, le hicieron distorsionar el concepto en la determinación del límite de la expresión $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-1}{x^2+2x+1}$, cuyo resultado es infinito.

Ambas decisiones involucran un esquema de representaciones en el que intervienen, por un lado, la representación que de inicio se hizo el estudiante del problema que enfrentó y, por otro, la

propia concepción o representación mental que acciona ante la representación creada del problema. En ese contraste, *representación cognitiva* \Leftrightarrow *representación del problema*, los errores que el sujeto carga de la representación mental, le llevan a distorsionar y falsear los resultados esperados del problema.

En el caso que se muestra en la figura 2, el estudiante accionó la representación concibiendo la expresión $\frac{5}{x^2}$ como $5x^{-2}$,

y considerando que $5(0)^{-2} = 0$, operación que, como se aprecia, le evita la división por cero y le permite llegar a un resultado, toda vez que equivocado, transgrediendo con ello la parte operativa de la solución al quebrantar las reglas ya mencionadas.

La Figura 2 muestra la adopción de una representación equivocada y la distorsión que se hizo al accionar sobre el problema propuesto.

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5}{x^2}$
 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5}{x^2}$
 $\lim_{x \rightarrow 0} 5x^{-2}$
 $\lim = 0$

Figura 2

Conclusiones

Como se aprecia en los resultados, los errores que surgen de la representación con que cuentan los estudiantes de los conceptos de límite infinito y límite al infinito, en este caso ideas o nociones erróneas, incluso se pudieran concebir como creencias cercanas de estos conocimientos, ordenan la actividad práctica y algorítmica y ajustan su conducta en las decisiones para la solución de los problemas propuestos. Incluso, las relaciones erróneas que los individuos han desarrollado y la estructura que dieron a las propias soluciones, están determinadas por la representación que se forman de los problemas propuestos. En este sentido, la representación que los sujetos hacen de los problemas, es influenciada por la propia representación de los conceptos de límite infinito y límite al infinito mal adquiridos en la práctica escolar respectiva.

Consecuentemente, los estudiantes ponen en el juego de ambas representaciones las ideas fundamentales, ideologías, características del conocimiento mal adquirido.

Desde el punto de vista de la TRS, los datos que arrojan los resultados de la aplicación de las tareas son insuficientes para poner en evidencia el núcleo central y elementos periféricos de la representación de la totalidad de los estudiantes analizados (al respecto, véase más arriba la cita de Abric, 1994); no obstante que este no ha sido el objeto de estudio, los resultados equivocados para cada problema arrojan regularidades en las que los sujetos tienden a evadir la aplicación del cero e infinito en las operaciones algebraicas. Este problema puede ser analizado con detalle a través de metodologías sujetas a la TRS, que bien puede concebirse como un proyecto alternativo a futuro. Con todo, los resultados que el estudio plantea pueden servir de base para mejorar los diseños de clase alrededor de los conceptos mencionados.

Referencias bibliográficas

- Abric, J. C. (1994), *Pratiques Sociales et Représentations*. Presses Universitaires de France, PUF.
- Camacho, A., M. Aguirre (2001). Situación didáctica del concepto de límite infinito. México, México, *Revista Latinoamericana de Matemática educativa*. 4 (3), 237-265.
- Camacho, A., B. I. Sánchez (2008), Social practice of the variability notion. An epistemological approach. Documento presentado en The International Study Group on the Relations between the History and Pedagogy of Mathematics. Ciudad de México.
- Cantoral, R., R. M. Farfán, J. Lezama, G. Martínez Sierra (2006), Socioepistemología y Representación. Algunos ejemplos. México, *Revista Latinoamericana de Matemática educativa*, Número especial, 83-102.
- Dollo, Ch (2001), *Quels déterminants pour l'évolution des savoirs scolaires en SES? (l'exemple du chômage)*. These pour obtenir le grade de Docteur de l' Université Aix Marseille I.
- Dollo, Ch. y S. Joshua (2002), Conceptions d'élèves et diversité des paradigmes en sciences économiques et sociales (l'exemple du chômage). Article paru dans *L'Année de la Recherche en Sciences de l'Éducation*.
- Ibáñez, T. (1989), *Faire et croire*, in J. L. Beauvois et al, *Perspectives cognitives et conduits sociaux*, 2, Cousset, DelVal.

Sánchez, B. I. (2008), El concepto de función matemática entre los docentes a través de las representaciones sociales. Memoria predoctoral presentada en el Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, CICATA, del IPN.