

EXPERIENCIA DE CÁTEDRA USANDO HERRAMIENTAS INFORMÁTICAS Y EL APRENDIZAJE COOPERATIVO

María E. Ascheri, Rubén A. Pizarro

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de La Pampa Argentina

mavacheri@exactas.unlpam.edu.ar

Campo de investigación: Aprendizaje cooperativo y Tecnología Nivel: Superior
avanzada

Resumen. *En este trabajo mostramos una experiencia de Cátedra que realizamos durante el dictado de “Cálculo Numérico”, en donde ponemos especial énfasis en usar herramientas informáticas.*

Para concretar esta experiencia, abordamos el tema “Solución de sistemas de ecuaciones no lineales”, siendo el objetivo fundamental de la misma lograr una revisión, integración y aplicación de los conocimientos adquiridos sobre este contenido temático. Para alcanzar este objetivo, combinamos la enseñanza tradicional desarrollada en el aula con el aprendizaje cooperativo por medio de grupos formales, herramienta didáctica empleada en la sala de cómputos para resolver situaciones problemáticas utilizando el software Octave.

Presentamos el desarrollo de esta experiencia, las características sobre la metodología utilizada, una de las actividades propuestas y los resultados y conclusiones.

Palabras clave: aprendizaje cooperativo, grupo formales, herramientas informáticas

Introducción

Nuestros alumnos, futuros Ingenieros, Matemáticos y Físicos, deben estar en condiciones de usar las herramientas básicas informáticas y las técnicas numéricas para analizar aplicaciones reales. A tal efecto, realizamos una experiencia de Cátedra durante el desarrollo del tema “Solución de sistemas de ecuaciones no lineales”, en el marco del curso de “Cálculo Numérico” y teniendo como meta el logro de los siguientes objetivos:

- Propiciar una comprensión profunda de este contenido temático a través de la revisión, integración y aplicación de conocimientos previos. Mostrar la utilidad de los métodos numéricos en combinación con la computadora. Ayudar a elaborar programas que puedan usarse en aplicaciones científicas.

- Alentar y guiar a los alumnos a que realicen actividades previamente seleccionadas, como integrantes de grupos formales de aprendizaje cooperativo.
- Motivar a que se produzca el intercambio de experiencias y de resultados obtenidos.
- Evaluar el aprendizaje logrado. Para alcanzar estos objetivos utilizamos las siguientes estrategias didácticas y técnicas:
 - Aprendizaje basado en la transferencia de los conocimientos adquiridos, para resolver con herramientas informáticas y técnicas numéricas actividades que sean motivadoras.
 - Estrategias de enseñanza: empleo de habilidades esenciales para una enseñanza eficaz y desarrollo de habilidades de pensamiento (Eggen y Kauchak, 1999).
 - Estrategias de apoyo (Pozzo Municio, 1994).
 - Aprendizaje cooperativo (Johnson D., Johnson R., Holubec, 1999).

Las herramientas informáticas y las técnicas numéricas que utilizamos son, respectivamente, la computadora y el software Octave (Eaton, 1997), y los métodos numéricos de resolución de sistemas de ecuaciones no lineales (Mathews y Fink, 2000).

Desarrollo de la experiencia

Descripción de las estrategias didácticas y las técnicas empleadas

La eficacia de los nuevos recursos informáticos y los avances en las tecnologías de la comunicación, conducen a la necesidad de plantear la incorporación de las nuevas tecnologías para propiciar cambios en el enfoque de enseñar y aprender matemática. Por ello, y para reafirmar el propósito del curso de Cálculo Numérico, nos planteamos introducir nuevas estrategias para la enseñanza y el aprendizaje de los contenidos temáticos que se abordan en él. El caso que presentamos se refiere al tema: “Solución de sistemas de ecuaciones no lineales”. Para efectuar el proyecto de aprendizaje de este contenido temático y para concretar esta experiencia, se organizaron y articularon en el

tiempo, un conjunto de secuencias didácticas teniendo como base los resultados de una experiencia previa (Ascheri y Pizarro, 2006), y empleando ciertas estrategias didácticas y técnicas.

El primer pilar básico en la enseñanza de Cálculo Numérico es la experimentación. Desde el punto de vista pedagógico no podemos pretender que un alumno entienda la mecánica de un algoritmo sin utilizarlo en la práctica. Pero la experimentación numérica, ya sea a mano o con calculadora, enmascara la utilidad de los métodos y los convierte en algo pesado y aburrido, perdiendo la agilidad que les debe caracterizar, por lo que solamente utilizando un equipo computacional de alguna potencia se puede dar mayor coherencia a su enseñanza.

Por ello es que el segundo pilar básico de Cálculo Numérico es la implementación informática de los métodos numéricos. Sin embargo, un alumno que está realizando un primer curso de Cálculo Numérico, por lo general carece de los conocimientos suficientes sobre programación. No obstante, hemos encontrado en los software matemáticos una herramienta de gran utilidad a la hora de que los alumnos experimenten con métodos numéricos. Tal es el caso del software libre y de código abierto *Octave* (Eaton, 1997) que proponemos utilizar para el desarrollo de esta experiencia.

Es claro que los docentes tienen un impacto fundamental en la cantidad que aprenden sus alumnos. A tal efecto, Eggen y Kauchak (1999) describen las *habilidades esenciales de enseñanza* como las actitudes, habilidades y estrategias decisivas del docente necesarias para fomentar el aprendizaje del alumno. Estas son interdependientes y ninguna sola es tan efectiva como lo es en conjunto con las otras. Son habilidades esenciales las siguientes:

- Organización efectiva por parte del docente.
- Foco (foco introductorio y foco sensorial).
- Retroalimentación y monitoreo.
- Alineamiento de la enseñanza.
- Comunicación del docente.
- Revisión y cierre.

El *aprendizaje cooperativo basado en grupos formales* (Johnson y cols., 1999), es el empleo didáctico de grupos reducidos en los que los alumnos trabajan juntos durante un período de una hora a varias semanas de clases para maximizar su propio aprendizaje y el de los demás. La conformación de estos grupos les brinda la posibilidad de practicar y desarrollar habilidades, de alcanzar objetivos comunes, de observar y reflexionar sobre los resultados obtenidos, de optimizar el rendimiento académico a nivel individual y grupal. El docente debe supervisar el aprendizaje de los alumnos e intervenir en los grupos para brindar apoyo en la tarea a realizar o para mejorar el desempeño interpersonal y grupal.

Las estrategias de apoyo (Pozzo Municio, 1994), son una serie de procesos de apoyo necesario para cualquier aprendizaje: mantener la atención y la concentración, estimular la motivación y la autoestima, unirlos en torno al objetivo propuesto. Esto es, al explicar una tarea, el docente debe emplear estímulos u objetos concretos. También, puede ofrecer una estructura visual adecuada al proceso de pensamiento que requiera la actividad a realizar. Son organizadores visuales (Johnson y cols., 1999):

- *Diagramas radiales, en cadena, reticulado y de Venn*
- *Mapas conceptuales.*
- *Esquemas.*
- *Gráficos.*

Contexto

Para comenzar con la elaboración de las secuencias didácticas, poniendo nuestros esfuerzos en lograr la comprensión profunda de un tema particular *-solución de sistemas de ecuaciones no lineales-* e intentando emplear habilidades esenciales para una enseñanza eficaz, tuvimos en cuenta el contexto en el cual se sitúa la asignatura Cálculo Numérico.

Carreras - Año: Ing. Civil - 2º; Lic. en Física - 3º; Prof. en Matemática - 3º.

Modalidad de cursado: Promoción sin examen final. *Régimen:* Cuatrimestral.

Número promedio de alumnos: 20. (Cada alumno dispone de una computadora).

Secuencias didácticas

Se desarrollan ocho secuencias didácticas con un total de diecisiete horas reloj,

Revisión, integración y aplicación de conocimientos previos sobre la solución de sistemas de ecuaciones no lineales utilizando herramientas informáticas y métodos numéricos.

organizadas según el objetivo a alcanzar (*organización efectiva y alineamiento de la enseñanza*):

Etapa inicial. Se realiza en el aula durante tres secuencias didácticas de dos horas reloj cada una. En ella se dan:

- Información sobre la tarea que los alumnos deberán concretar (*foco introductorio*).
- Desarrollo de los contenidos teóricos de forma tradicional (*comunicación del docente*).
- Presentación de ejemplos y ejercicios trabajados con calculadora (*foco sensorial*).

Etapa de orientación. Se lleva a cabo en el aula durante una secuencia didáctica de dos horas reloj. Se explica en qué consiste la tarea que se les asigna y cómo deben realizarla, cuáles son sus alcances y los resultados esperados (*organización efectiva, alineamiento de la enseñanza, foco, comunicación del docente*). Esta etapa se desarrolla como sigue:

Resolver situaciones problemáticas utilizando métodos numéricos y herramientas informáticas para lograr una revisión, integración y aplicación de conocimientos relativos al tema: Solución de sistemas de ecuaciones no lineales.

- Formulación del objetivo fundamental correspondiente a la tarea asignada:
- Realización de una síntesis explicativa de los conceptos a aplicar utilizando un *esquema* como *organizador visual*. Esto permite complementar el *foco introductorio* y ayuda a mantener la atención, dando elementos visuales como forma de *foco sensorial*.
- Explicación de la metodología y los procedimientos a seguir para realizar la tarea:
 - Trabajo en la sala de cómputos.

- Empleo de grupos formales de aprendizaje cooperativo.
- Elaboración de programas para los distintos métodos numéricos utilizando Octave.
- Resolución de actividades utilizando estos programas.
- Secuencia a seguir para la redacción de un informe final por parte de cada grupo:
 - Análisis, comprensión y organización conceptual de la información. El informe contendrá los programas y las resoluciones de las situaciones planteadas.
- Explicación de los criterios de evaluación del trabajo en grupo:
 - Presentación, exposición y defensa del informe escrito.
 - Nivel participativo de los integrantes de cada uno de los grupos.
 - Trabajo académico de cada grupo con respecto a los restantes grupos.
- Nivel de rendimiento académico requerido a cada grupo para aprobar la tarea:
 - No deberá ser inferior a 7 (siete) puntos. Si todos los grupos logran una puntuación no inferior a 7 (siete), cada grupo tendrá un punto adicional.

Etapas de aplicación. Se lleva a cabo en la sala de computación durante tres secuencias didácticas de dos horas reloj cada una.

- Realización de los programas utilizando Octave y aplicación a casos reales.

La transferencia de los conocimientos adquiridos en el aula a un contexto más cotidiano constituye un problema de aprendizaje difícil de superar. Para salvar esta problemática, se realizó una búsqueda de actividades que incrementen el aprendizaje y la motivación, y que permitan alcanzar los objetivos específicos relativos a la temática aquí abordada.

En esta etapa, el docente asiste, guía y dirige a los alumnos para que puedan establecer las relaciones conceptuales pertinentes, aplicar estrategias de manera eficaz intercambiando opiniones con sus pares y con el docente, y obtener una respuesta definitiva y satisfactoria a las preguntas formuladas (*retroalimentación y monitoreo*).

Etapa de revisión y cierre. Se realiza en la sala de cómputos en una secuencia didáctica de tres horas reloj. Facilita el intercambio de experiencias, aunar criterios, efectuar tareas remediales (*retroalimentación y monitoreo*), y hacer una evaluación de las tareas con el objetivo de detectar fallas y realizar correcciones.

- Presentación, exposición y defensa del informe final.
- Discusión y puesta en común.
- Responder encuesta relativa al desarrollo de la experiencia.

Actividad

Se presenta una de las actividades que se les entregan a los grupos formales de aprendizaje cooperativo para que realicen la tarea y el informe presentado por uno de estos grupos.

Sabemos que dos elipses pueden tener como máximo 4 puntos de intersección. Queremos encontrar las coordenadas de las intersecciones de las elipses dadas por las ecuaciones:

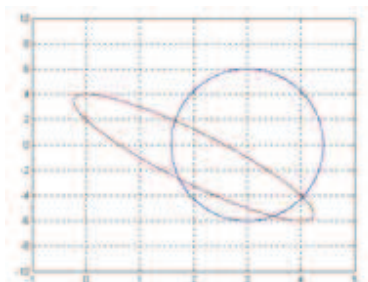
$$\begin{aligned}(x - 2)^2 + (y - 3 + 2x)^2 &= 5 \\ 2(x - 3)^2 + (y/3)^2 &= 4\end{aligned}$$

Se pide realizar lo siguiente:

- a) Para obtener una idea gráfica de la situación, dibuje las elipses por medio de la función contour de Octave que permite crear curvas de nivel.*
- b) Plantee explícitamente las funciones f_k para el sistema de ecuaciones dado.*
- c) Implemente el método de Newton-Crout para este problema. Experimente con diferentes valores iniciales para encontrar los 4 puntos de intersección.*
- d) Formule y fundamente una conclusión según los resultados obtenidos.*

Informe (sintético) presentado por uno de los grupos formales

- a) Gráfica de las dos elipses:



b) El sistema de ecuaciones no lineales que expresa la intersección de las dos elipses es:

$$f_1(x, y) = (x - 2)^2 + (y - 3 + 2x)^2 - 5 = 0$$

$$f_2(x, y) = 2(x - 3)^2 + (y/3)^2 - 4 = 0$$

c) Resultados obtenidos ejecutando el programa del método de Newton-Crout:

Ejecución	Valores iniciales		Error	Soluciones		Iteraciones
	x_0	y_0				
1	2	-5	0.0005	1.73622	-2.69261	4
2	1	0	0.0005	1.73623	-2.69291	5
3	1.5	0	0.0005	No converge		
4	2	3	0.0005	1.65807	1.89339	4
5	3	-7	0.0005	3.48289	-5.63939	5
6	3.5	-5	0.0005	3.48299	-5.63911	4
7	4	-4	0.0005	4.02873	-4.11713	3
8	4	-5	0.0005	4.02869	-4.11725	5

d) Conclusiones

- Los diferentes valores iniciales se obtienen a partir del gráfico realizado en a).
- Aplicamos el programa hecho en Octave para distintos valores iniciales, obteniendo en la mayoría de los casos los valores aproximados que solucionan el sistema.

- Sólo en uno de los casos el método no converge pues con los valores ingresados el sistema lineal resultante no tiene solución (el determinante de la matriz es nulo).

Resultados y conclusiones

La realización de esta experiencia y de otra anterior (Ascheri y Pizarro, 2006), han estado encaminadas al desarrollo de trabajos investigativos relacionados con la introducción de herramientas informáticas en conjunción con las técnicas numéricas, usando ciertas estrategias didácticas. De la concreción de ambas, podemos puntualizar algunos de los resultados alcanzados con los grupos de alumnos que cursan Cálculo Numérico.

En el comienzo de las dos primeras etapas (inicial y de orientación) observamos, en general, que los alumnos se muestran reticentes a lo desconocido, el clima en las clases es de incertidumbre. Es la primera vez que se les está pidiendo que trabajen de manera diferente. A medida que se avanza en la etapa de orientación, esta situación va variando y comienzan a comprometerse con la tarea asignada.

En la etapa de aplicación, el ánimo de la clase es más distendido y dinámico. Se forman los grupos formales de aprendizaje cooperativo y comienzan a trabajar en la tarea. Se incrementa la discusión en la clase, con respecto a las de años anteriores. Esto se ve reflejado en el hecho de que son los mismos alumnos los que proponen al grupo que integran, resolver nuevos ejercicios.

Además, con la metodología empleada, identifican errores y organizan datos en la resolución de ejercicios. Las observaciones realizadas nos permiten afirmar que la computadora ilustra y refuerza conceptos básicos, reduce la preocupación por las técnicas de cálculo y permite a los alumnos concentrarse en los conceptos matemáticos.

Pero también hemos observado ciertas falencias. Si bien las herramientas informáticas y las técnicas numéricas propuestas para la resolución de las situaciones problemáticas planteadas tienen un papel decisivo en el aprendizaje de la temática aquí abordada, tal

como lo afirma Pozzo Municio (1994), éstas pueden constituir un obstáculo para los alumnos y los docentes. Esto lo hemos podido corroborar durante el desarrollo de la experiencia anterior (Ascheri y Pizarro, 2006). Aquí detectamos que algunos alumnos presentaban dificultades en el uso de las herramientas informáticas empleadas, lo cual implicó que dictáramos un curso previo al de Cálculo Numérico sobre estas cuestiones.

También observamos que algunos alumnos se muestran poco interesados, hay heterogeneidad en los grupos y existen diferencias entre los integrantes, lo cual se debe, fundamentalmente, a que son de distintas carreras, de diferentes años de cursado y además, algunos desarrollan actividades externas paralelamente al estudio, es decir, son alumnos con distintos intereses y conocimientos previos. Por ello es que debemos permanentemente asistir, dirigir y coordinar el proceso de aprendizaje, para alcanzar los objetivos propuestos y paliar algunas de las dificultades que van surgiendo a lo largo del desarrollo de la experiencia, lo que demanda un mayor esfuerzo y seguimiento por parte del docente.

De lo expresado anteriormente, podemos concluir que el proceso de transformación de los integrantes de los grupos formales de aprendizaje cooperativo al resolver las actividades, está caracterizado por avances y retrocesos.

En la última etapa (revisión y cierre), lo más importante a rescatar es que se haya logrado:

- Cumplir con los objetivos propuestos al inicio de la experiencia.
- Integrar a docentes y alumnos en tareas intelectuales con objetivos comunes.
- Que todos los grupos hayan redactado adecuadamente un informe sobre la tarea dada, y hayan podido comparar y explicar sus respuestas durante las exposiciones orales.

También podemos hacer un seguimiento y evaluación de la experiencia a partir de las sugerencias vertidas por los alumnos en la encuesta realizada. Haciendo una síntesis de la misma, consideramos relevante que un 65% expresó que si bien al comienzo le resultó

bastante difícil adaptarse a esta nueva modalidad de trabajo, luego con la ayuda de los integrantes de su grupo y de los docentes pudieron entender mejor los contenidos teóricos abordados y aplicarlos en la resolución de las actividades. Esto les implicó, además, poder redactar un informe sobre la tarea asignada y obtener buenos resultados en las evaluaciones parciales. Otro resultado interesante de la encuesta es que un 32 % indicó la falta de tiempo para concretar la experiencia y el escaso compromiso de algunos de sus compañeros.

Concluimos, finalmente, que el desarrollo de este tipo de experiencias nos permite detectar ciertas debilidades de la Cátedra pudiendo, entonces, proponer modificaciones para tratar de revertir o mejorar esas situaciones.

Referencias bibliográficas

Ascheri, M. E. y Pizarro, R. A. (2006). Aplicación del aprendizaje cooperativo en el tema: solución de sistemas de ecuaciones lineales. J. E. Sagula (Presidente), *Memorias del VIII Seminario de Educación Matemática*. (pp. 1-19). Buenos Aires: UNLu.

Eaton, J. W. (1997). Octave: (octave). Interactive language for numerical computations (Versión 2.1.x) [Software y manual de cómputo]. Recuperado de <http://www.gnu.org/software/octave/doc/interpreter/index.html>

Eggen, P. D. y Kauchak, D. P. (1999). *Estrategias Docentes. Enseñanza de contenidos curriculares y desarrollo de habilidades de pensamiento*. México: Fondo de Cultura Económica.

Johnson, D. W., Johnson, R. T. y Holubec, E. J. (1999). *El aprendizaje cooperativo en el aula*. Buenos Aires: Paidós SAICF.

Mathews, J. y Fink, K.(2000). *Métodos Numéricos con MATLAB*. España: Prentice Hall.

Pozzo Municio, J. (1994). *La solución de problemas*. Madrid: Grupo Santillana.