

INTRODUCCIÓN AL LENGUAJE OCTAVE: APLICACIONES A PROBLEMAS DE MATEMÁTICA

María E. Ascheri, Rubén A. Pizarro

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de La Pampa Argentina

mavacheri@exactas.unlpam.edu.ar

Campo de investigación: Tecnología avanzada

Nivel: Superior

Resumen. *Los avances tecnológicos y la disponibilidad de recursos informáticos se han convertido en herramientas de apoyo al proceso de enseñanza-aprendizaje en muchas disciplinas. Es por ello que nos propusimos introducir nuevas estrategias metodológicas para facilitar la enseñanza y el aprendizaje de temas de Cálculo Numérico utilizando un software matemático libre y de código abierto como Octave. Para lograr este objetivo, proponemos el dictado de un curso-taller sobre Octave con aplicaciones a problemas de matemática para aquellos alumnos que deban cursar la asignatura Cálculo Numérico y también para alumnos de Matemática en general. Luego, se implementa su uso en el dictado de dicha asignatura.*

En este trabajo presentamos las características del curso-taller, una breve descripción del Octave, algunos ejemplos, actividades propuestas y trabajos finales de los participantes.

Palabras clave: software Octave, problemas de matemática, propuesta de curso-taller

Introducción

No ajenos a los avances tecnológicos y a la disponibilidad de recursos informáticos como herramientas de apoyo al proceso de enseñanza – aprendizaje en una amplia variedad de disciplinas, nos propusimos dictar un curso-taller introductorio sobre el uso del lenguaje Octave, especialmente dirigido a aquellos alumnos que tengan en su Plan de Estudios la asignatura Cálculo Numérico y también a alumnos relacionados con el área de Matemática. Una vez concretada esta propuesta, se implementa su uso en el desarrollo de dicha asignatura con la finalidad de que ayude a los alumnos a realizar la componente numérica de los problemas que deban resolver en el laboratorio. Para la enseñanza-aprendizaje de temas de Cálculo Numérico, se siguió la siguiente metodología:

1. *Desarrollo de contenidos teóricos:* Para sistematizar los conocimientos curriculares y del software matemático utilizado en la asignatura.
2. *Resolución de ejercicios:* Para afianzar la teoría y las técnicas utilizadas.

1004

3. *Resolución de actividades:* Para profundizar y consolidar la teoría.

Desarrollo

Características del curso -taller

El curso-taller se denominó “Introducción al software libre Octave: aplicaciones a problemas de Matemática” y fue llevado a cabo en la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de La Pampa, Santa Rosa, La Pampa, Argentina. Los integrantes de la Cátedra de Cálculo Numérico fueron los docentes a cargo del dictado del mismo, y estuvo dirigido especialmente a los alumnos que deban cursar la asignatura Cálculo Numérico y también a alumnos relacionados con el área de Matemática.

Los objetivos del curso-taller fueron los siguientes:

- Aportar una herramienta adecuada a los avances tecnológicos y a la disponibilidad de recursos informáticos.
- Iniciar, capacitar y motivar a los participantes en el uso del lenguaje Octave.
- Mostrar su utilidad en la resolución de problemas matemáticos.
- Capacitar a los participantes para realizar trabajos acordes a sus áreas de estudio.
- Proporcionar una base sólida sobre el uso de este lenguaje para el estudio posterior de problemas que requieran de la programación de métodos numéricos para su solución.

Se detalla a continuación, el programa de contenidos mínimos desarrollado:

- Introducción
- Sintaxis de Octave
- Archivos de funciones y de scripts
- Polinomios
- Sistemas de ecuaciones lineales
- Sistemas de ecuaciones no lineales

- Gráficas
- Funciones de entrada / salida
- Otras funciones de interés

Se requirió un manejo básico de PC por parte de los participantes. Las clases fueron de carácter teórico-práctico. La metodología utilizada durante el curso-taller consistió en la resolución de actividades prácticas por parte de los participantes, constituyendo grupos formales de aprendizaje cooperativo (Johnson, Johnson & Holubec, 1999). Previamente, en una breve exposición teórica, se dieron las herramientas necesarias para poder resolver dichas actividades. Con estas herramientas y la búsqueda por medio del comando help, los grupos resolvieron una serie de actividades complementarias.

El curso-taller tuvo una duración de diez encuentros de dos horas de duración cada uno, en una de las salas de computación de la Facultad. La carga horaria total fue de cuarenta horas reloj, distribuidas en horas de aula y horas de trabajo del participante, con un cupo de hasta 20 participantes (uno por computadora).

Para aprobar el curso-taller era condición necesaria asistir al 80 % de los encuentros, presentar en forma individual y/o grupal (no más de dos participantes por grupo) un disquete con la resolución de las actividades, presentar y defender individualmente un trabajo integrador de los contenidos desarrollados y acorde a las áreas de cada uno.

Se emitieron certificados de aprobación por un total de cuarenta horas reloj para los participantes que cumplieron las condiciones pautadas, y de asistencia por un total de cuarenta horas reloj para aquellos participantes que sólo asistieron a los encuentros.

¿Qué es octave?

Octave entra en la categoría de software libre y es un lenguaje de alto nivel diseñado originalmente para realizar cálculos numéricos en la computadora. Tiene una interfase de línea de comando para resolver problemas lineales y no lineales, y un lenguaje de

programación similar a su contraparte comercial MATLAB, con el que es prácticamente compatible. Octave permite abordar problemas de las ciencias y la ingeniería.

En esta propuesta utilizamos la versión 2.1.50 de Octave. Los contenidos que mostramos forman parte de un manual que elaboramos para el dictado del curso-taller (Ascheri, Pizarro y Culla, 2006). El manual de referencia más recomendable y difundido de Octave en Internet es el de su creador John W. Eaton (1997), y tanto allí como en los elaborados por García Rojo (2003) y Hamilton Castro (2004) pueden encontrarse mayores detalles.

Ejecutando Octave

Existen varias versiones de Octave, todas disponibles en forma gratuita en Internet. La página principal de Octave es <http://www.octave.org>.

Una de las páginas desde donde se puede obtener la distribución para Windows es: <http://prdownloads.sourceforge.net/octave/octave-2.1.50-inst.exe>

Una vez obtenido el instalador, se debe ejecutar el mismo y se iniciará el proceso de instalación de Octave. Para ejecutar el programa, simplemente se debe hacer doble click en el icono correspondiente. Octave muestra un mensaje inicial y un prompt indicando que está esperando órdenes del usuario.

Para poder obtener información de Octave es necesario conocer el nombre de la orden que se quiere usar. Este nombre no tiene por qué ser obvio. Un buen sitio para empezar es tipeando **help** y luego presionando **ENTER**. Si ya se conoce el nombre del comando, simplemente hay que pasarlo como parámetro.

Para editar los programas se utiliza el bloc de notas. Los archivos creados deben ser guardados con extensión **m** en *C:\Archivos de programa\GNU Octave 2.1.50\octave_files* para poder ser invocados luego desde Octave.

Algunas aplicaciones a problemas de matemática

Sin entrar en detalles sobre la sintaxis de Octave (tipos de datos, variables, operadores, funciones, expresiones de control de flujo) y otras cuestiones específicas de este lenguaje, a continuación presentamos algunos de los ejemplos dados en el curso-taller y que se encuentran desarrollados en el manual de Ascheri et al (2006), los cuales permiten ilustrar las principales características de este lenguaje y su utilidad en la resolución de problemas matemáticos. Tanto para la selección de éstos como de las actividades propuestas, algunas de las cuales se muestran en este trabajo, se tuvo en consideración hacia quién estaba dirigida la propuesta.

Ejemplo 1. Para hallar la solución del siguiente sistema lineal

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 1 \\ 4x_1 + x_2 - 2x_3 = -1 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 2 \end{cases}$$

se puede hacer de varias maneras:

```
>> A=[1 -2 3;4 1 -2;2 -1 4]; % Introducimos la matriz de coeficientes A
```

```
>> b=[1;-1;2]; % Introducimos la matriz de términos independientes b
```

```
>> x=A\b % Vector solución según el método de eliminación de Gauss
```

```
x =
```

```
-0.04167
```

```
0.41667
```

```
0.62500
```

```
>> x=rref([A b]) % Vector solución según el método de Gauss-Jordan
```

```
x =
```

```
1.00000 0.00000 0.00000 -0.04167
```

```
0.00000 1.00000 0.00000 0.41667
```

```
0.00000 0.00000 1.00000 0.62500
```

```
>> x=inv(A)*b % Vector solución según el método de la inversa
```

```
x =
```

```
-0.04167
```

```
0.41667
```

```
0.62500
```

Ejemplo 2. Si a una gráfica queremos agregarle algunas etiquetas, para que se visualicen estas modificaciones debemos ingresar cada vez la función **replot**.

```
>> fplot('sin(x.^(-1))',[-6.28 6.28]) % Dibuja la función sin(1/x ) en [-6.28, 6.28]
```

```
>> title('Gráfica de la función sin(1/x)') % Coloca título a la gráfica
```

```
>> replot % Agrega los cambios
```

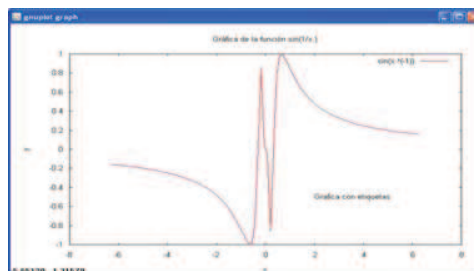
```
>> xlabel('x') % Coloca un cartel en el eje x
```

```
>> ylabel('y') % Coloca un cartel en el eje y
```

```
>> replot % Agrega los cambios
```

```
>> text(2,-0.5,'Gráfica con etiquetas') %Coloca el texto en el punto (2,-0.5)
```

```
>> replot % Agrega los cambios
```



Algunas de las actividades propuestas

Mostramos aquí dos de las actividades propuestas en el curso-taller (Ascheri y cols., 2006).

1. Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones lineales de tres formas distintas utilizando el operador \setminus , la función *rref* y la función *inv*():

$$\begin{cases} 3x + 5y - 6z = -7 \\ x + y + z = 6 \\ 7x - y - z = 0 \end{cases}$$

2. Realice los siguientes programas que permitan:

- Ingresar un número natural y luego mostrar todos los números pares menores que él.
- Calcular el valor de la hipotenusa de un triángulo ingresando los valores de sus catetos.
- Ingresar una matriz y mostrar el mayor y el menor de sus elementos.

Algunos de los trabajos finales elaborados por los participantes

Al finalizar el curso-taller, los participantes presentaron diferentes propuestas utilizando el software Octave. La mayoría eran alumnos del Profesorado en Matemática. Éstos presentaron actividades para ser implementadas en las clases de Nivel Polimodal. Por otro lado, los demás participantes, alumnos de la Licenciatura en Física, presentaron actividades tendientes a analizar gráficamente diferentes fenómenos de su área de estudio.

Trabajo final I. Orientado a alumnos de 2° año de Nivel Polimodal.

Una *función exponencial* es una función de la forma $F(x) = k a^x$, donde k es un número real no nulo y se denomina coeficiente de la función, y a es la base de la función siendo un número real positivo y distinto de 1.

1.- Vamos a analizar las funciones de la forma $y = a^x$.

Grafiquen en un mismo sistema de ejes cartesianos las siguientes funciones utilizando las sentencias *hold on* y *hold off*:

a) $Y = 2^x$ $Y = (1/2)^x$ **b)** $Y = 3^x$ $Y = (1/3)^x$

Ahora realicen el análisis que se indica a continuación:

- Valor donde las gráficas cortan al eje de las ordenadas.
- Valor donde las gráficas cortan al eje de las abscisas.
- Dominio de las funciones.
- Imagen de las funciones.
- Si la base es mayor que 1 la función es.
- Si la base es menor que 1 la función es.
- Las gráficas que corresponden a funciones de bases recíprocas resultan.

2.- Vamos a analizar las funciones de la forma $y = k a^x + b$.

Grafiquen en un mismo sistema de ejes cartesianos las siguientes funciones:

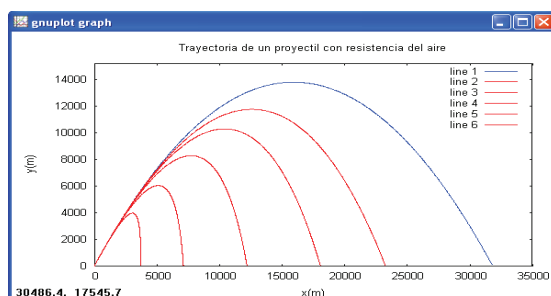
a) $Y = 2 \cdot 3^x + 1$ $Y = 2 \cdot 3^x - 1$ $Y = 2 \cdot 3^x$ **b)** $Y = 1 \cdot 2^x + 2$ $Y = 1 \cdot 2^x - 2$ $Y = 1 \cdot 2^x$

Ahora realicen el siguiente análisis:

- Si $b > 0$ la gráfica se desplaza.
- Si $b < 0$ la gráfica se desplaza.
- Escriban la imagen de las primeras funciones que graficaron .
- El valor de b determina.

Trabajo final II. Movimiento de un proyectil sujeto al efecto de la resistencia del aire, en un medio donde la fuerza de retardo es proporcional a la velocidad. Realiza el programa que muestre las trayectorias cuando el usuario ingresa la velocidad inicial y el ángulo inicial con la horizontal, comparándolas con el movimiento idealizado que es cuando la resistencia del medio es despreciada ($k = 0$).

Hicimos el programa y lo ejecutamos para $v_0 = 600$ m/s, $\alpha = 60^\circ$. Obtuvimos el siguiente gráfico y concluimos que a mayor coeficiente de resistencia es más vertical la caída:



Experiencias y conclusiones

En el primer semestre del año 2006 dictamos este curso-taller, con un buen registro de inscripciones. Como el cupo máximo (20) fue superado, debimos hacer una selección de aspirantes. Del total, sólo uno no recibió el certificado de aprobación pero sí de asistencia. La presentación y defensa de estos trabajos fue muy enriquecedora para todo el grupo, ya que cada participante presentó una posible implementación de una situación problemática relacionada con sus diferentes perfiles, esto es, acorde con las carreras de cada uno.

La mayoría de los participantes, futuros profesores de matemática, propusieron actividades en las que sus alumnos deberían utilizar la computadora para facilitar los cálculos y la realización de gráficos, arribando luego a conclusiones. De aquí, observamos que estos participantes no propusieron utilizar el software como una herramienta de apoyo para facilitar la comprensión de los conceptos a estudiar, o para modificar el tipo de actividades habituales a realizar. Simplemente, proponían realizar las mismas actividades que en una clase tradicional, ampliando sólo el número de ejercicios. Distinta fue la situación que se presentó con los alumnos del área de Física. Estos presentaron

actividades con vistas a apoyar las tareas de enseñanza de los diferentes conceptos, extrayendo conclusiones.

Luego de dictar este curso-taller, hemos experimentado su implementación en el desarrollo de algunos contenidos temáticos de la asignatura Cálculo Numérico (Mathews y Fink, 2000) en los años 2006 y 2007, con la finalidad de realizar un seguimiento y evaluación de las repercusiones del curso-taller en la materia. Para ello, combinamos la enseñanza tradicional desarrollada en el aula con el aprendizaje cooperativo por medio de grupos formales (Johnson y cols., 1999), herramienta didáctica empleada en la sala de cómputos para resolver situaciones problemáticas utilizando el software Octave (Ascheri y Pizarro, 2006). En una primera instancia, podemos afirmar que los resultados obtenidos fueron positivos ya que pudimos alcanzar uno de los objetivos propuestos en la asignatura: que los alumnos tuvieran acceso a un software libre y de código abierto para poder desarrollar sus propios programas sin demasiada dificultad. Además, el uso de Octave en Cálculo Numérico redujo la preocupación por las técnicas de cálculo y permitió a los alumnos concentrarse en las ideas centrales de los conceptos matemáticos, favoreciendo a su formación académica. También, se logró que trabajaran más activamente que en años anteriores en las actividades que debían realizar en la sala de computación y usaran sus programas en las evaluaciones parciales de la materia. El haber llevado a cabo este curso-taller antes de comenzar con el desarrollo de Cálculo Numérico ha resultado de apoyo para el proceso de enseñanza y de aprendizaje, lográndose aplicar los métodos numéricos a situaciones problemáticas reales.

Sin embargo, hay que tener presente que el educador debe siempre actuar como guía del aprendizaje, definiendo un punto de equilibrio entre el empleo combinado de las nuevas tecnologías y de los métodos tradicionales, e incentivando al estudiante para que éste realice siempre el esfuerzo de analizar la coherencia de los resultados que está obteniendo, y de comprender los fundamentos teóricos en los que se basan dichos resultados.

Referencias bibliográficas

- Ascheri, M. E., Pizarro, R. A. (2006). Aplicación del aprendizaje cooperativo en el tema: solución de sistemas de ecuaciones lineales. J. E. Sagula (Presidente), Memorias del VIII Seminario de Educación Matemática. (pp. 1-19). Buenos Aires, Argentina: UNLu.
- Ascheri, M. E., Pizarro, R. A., Culla, M. E. (2006). Aplicaciones del lenguaje Octave a problemas de matemática. Manuscrito no publicado, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de La Pampa, Santa Rosa, Argentina.
- Eaton, J. W. (1997). Octave: (octave). Interactive language for numerical computations. (Versión 2.1.x) [Software y manual de cómputo]. Recuperado de <http://www.gnu.org/software/octave/doc/interpreter/index.html>
- García Rojo, J. J. (2003). *Herramientas en GNU/Linux para estudiantes universitarios. GNU/Octave: Cálculo Numérico por ordenador*. Boston, USA: Free Software Foundation.
- Hamilton Castro, A. (2004). Introducción al Octave. [Manual de cómputo]. Grupo de Computadoras y Control, Dpto. de Física, Electrónica y Sistemas,ULL, España. Recuperado de <http://cyc.dfis.ull.es/asignaturas/Curso20042005/octave/ApuntesOctave/octave/ApuntesOctave/ApuntesOctave.html>
- Johnson, D. W., Johnson, R. T. y Holubec, E. J. (1999). *El aprendizaje cooperativo en el aula*. Buenos Aires: Paidós SAICF.
- Mathews, J. y Fink, K.(2000). *Métodos Numéricos con MATLAB*. España: Prentice Hall.