# Formación de Investigadores en Educación Matemática: el Programa de Doctorado de la Universidad de Granada.

# Luis Rico Romero Departamento de Didactica de la Matemática Universidad de Granada

#### Antecedentes.

Los especialistas en el área de conocimiento señalan los orígenes de la Investigación en Didáctica de la Matemática a finales del siglo XIX, cuando los sistemas educativos nacionales comenzaron a establecer la preparación y formación de los Profesores de Matemáticas dentro de la educación superior. (Kilpatrick, 1994). Conforme los paises comenzaron a implantar sistemas escolares nacionales encontraron que necesitaban una gran cantidad de profesorado cualificado, con una formación profesional adecuada. Aunque la investigación no surgió en las primeras instituciones de enseñanza superior para la formación del profesorado, con el tiempo, y de forma diferente en paises diferentes, la educación matemática llegó a ser reconocida como materia universitaria. Las expectativas de que las personas implicadas en la formación de profesores de matemáticas en la universidad debieran investigar, y no sólo enseñar, llevó a muchas de estas personas a iniciar investigaciones en educación matemática.

En estos comienzos se ha destacado la influencia de los matemáticos profesionales: Klein, con sus objetivos de reforma de planes de estudio y formación de profesores, la Comisión Internacional para la Enseñanza de las Matemáticas (ICMI), fundada en 1908, con los primeros estudios comparativos sobre el estado de la enseñanza de las matemáticas en diversos paises y la edición de la revista L'Enseignement Mathematique, Poincaré, etc. Tambien es destacable la influencia de los psicólogos desde los comienzos: los estudios de Binet con sus contribuciones a la psicología del pensamiento e iniciador de los tests de inteligencia, Galton y sus trabajos sobre la herencia de la habilidad mental, Pearson, Burt y Spearman con su fundamentación de la psicología diferencial, están entre los pioneros de esta contribución de la psicología a la investigación sobre los problemas del aprendizaje de las matemáticas.

La comunidad de educadores matemáticos no se articula, sin embargo, hasta después de la Segunda Guerra mundial; en esta época surge un amplio movimiento internacional, con desarrollo considerable en algunos paises. Durante los 50 y los 60 comenzaron a proliferar documentos de orientación sobre la enseñanza, dirigidos a profesores en ejercicio y basados en estudios e investigaciones. La educación matemática en estos años desarrolla su propio cuerpo de literatura de investigación y comienza a superar los estudios convencionales, con la incorporación de otras fuentes y modelos distintos de los basados en la psicología.

Las propuestas para la reforma del currículo de matemáticas se intensifican durante los 50, lo que lleva a diseñar planes de investigación para dirigir la mejora de los cursos de matemáticas y su enseñanza. El liderazgo de estos esfuerzos tiene lugar en USA, concretándose en varios informes de carácter nacional. Uno de los informes más conocidos, A Survey of Mathematical Education: the Causes of Student Dropout, Failure and Incompetence at the Elementary and Secondary Levels (Dyer, Kalin y Lord, 1956), recomendaba la formación de un comité de investigación en educación matemática que pudiese asesorar sobre el desarrollo de esta investigación. Se mantienen durante esta época los esfuerzos por coordinar el trabajo de expertos en diferentes materias: matemáticos, psicólogos, educadores, profesores de aula y usuarios de las matemáticas; estos esfuerzos se concretan en la organización de encuentros y en la elaboración y realización de proyectos conjuntos.

A finales de la década de los 60 tienen lugar tres conferencias importantes en USA, en las que se establecen las bases del desarrollo posterior de la investigación en educación matemática. La primera conferencia se celebró en 1965, en el Centro de Profesores de la Universidad de Columbia, y centró su atención en los recursos necesarios para la investigación, destacando la necesidad de un servicio que proporcionara acceso a la información del momento sobre los problemas de la educación matemática a nivel internacional.

La segunda conferencia tuvo lugar en 1967 en la Universidad de Georgia y supuso el comienzo real de la interdisciplinariedad en la investigación en educación matemática. Esta conferencia se centró en identificar los problemas, modelos teóricos, diseños de investigación y métodos adecuados en cada caso. La conferencia puso de manifiesto la complejidad de la tarea de investigación en educación matemática; también sirvió de aliviadero a las múltiples quejas sobre la calidad y cantidad de la investigación existente. Se asumió como rasgo distintivo la complejidad de la investigación en este campo y la aceptación de que la comunidad de investigadores es una comunidad diversa.

#### Institucionalizacion en la Universidad.

La tercera conferencia tuvo lugar en la Universidad de Cornell en 1968. El objetivo de esta conferencia estuvo en determinar las condiciones institucionales y científicas para incorporar las investigaciones en educación matemática en los grados académicos universitarios. Gran parte de la discusión estuvo dedicada a determinar criterios para un programa de calidad en la investigación sobre educación matemática.

Un dato importante de esta conferencia estuvo en el énfasis puesto para implicar a los investigadores matemáticos en tareas de investigación en educación matemática, en la discusión sobre la mejor estrategia para desarrollar programas de doctorado sobre educación matemática y las condiciones necesarias para ello. El interés de la discusión y conclusiones llevó a la publicación de un trabajo en el Educational Studies in Mathematics, cuyo resumen de ideas principales presentamos:

"La expansión hacia un sistema de educación obligatoria desde Preescolar hasta los 18 años parece, en este momento, un objetivo a lograr; esto producirá una expansión considerable en la Universidad. Al igual que ocurre en otras áreas, la carencia de profesores de matemáticas para esta expansión es una materia de estudio y reflexión. Ninguna organización gubernamental ni profesional está prestando atención adecuada al problema de la preparación y cualificación del profesorado de matemáticas. Debe aumentar el número de profesores proparados en todos los niveles, desde el Preescolar a la Universidad, y esa preparación debe mejorar; se debe dirigir la investigación para dominar los siguientes problemas:

- 1. Ayuda a los alumnos de aprendizaje lento.
- 2. Diseño de estrategias para el avance de los alumnos retrasados.
- 3. Oferta de variedad de formaciones a los alumnos que concluyen sus estudios.
- 4. Mejora en la educación profesional.
- 5. Formación de especialistas en educación matemática.
- 6. Fomento a los contactos entre la Universidad y los centros de bachillerato.
- 7. Organización sistemática de la educación matemática".

Los asistentes a este congreso consideraron que, para los propósitos de su trabajo la educación matemática puede definirse como un campo de actividad e investigación erudita, dirigido al conocimiento y comprensión de los procesos implicados en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y en la creatividad matemática.

La Educación Matemática debe ser libre para inspirarse en los recursos de la comunidad de investigadores matemáticos y debiera prestar una atención más consciente a los problemas cuyas soluciones son aplicables más directamente a las

situaciones educativas existentes. Esta combinación de la experiencia de la investigación matemática con los problemas escolares no se encuentra con frecuencia.

Entre las críticas que se realizaron en esta conferencia tenemos las siguientes:

- 1 Los resultados de investigación en Educación Matemática no se han aplicado en las escuelas. Este fracaso puede atribuirse a muchos factores: las aplicaciones estuvieron planificadas inadecuadamente; la investigación se realizó con un propósito completamente distinto (por ejemplo para obtener una graduación); no existió comunicación con las escuelas; la investigación fue esencialmente trivial, etc.
- 2 Los informes de muchas de las investigaciones fallaron en expresar con claridad los supuestos del trabajo, conocimiento que es esencial si los resultados van a emplearse en otras circunstancias.
- 3 Las innovaciones curriculares y la práctica docente han resultado escasamente orientadas por resultados de investigación. La utilidad de una investigación en cualquier campo parece depender directamente de la significación de sus resultados e, inversamente, de la cantidad de trabajo que se requiere para determinar si tienen alguna significación.
- 4 La Educación Matemática necesita de un marco teórico estructurado que haga posible situar cualquier investigación dentro de un contexto, como puede hacerse con la investigación en matemáticas.

Por todo ello, se consideró que si la Educación Matemática se orientaba como una actividad académica, era necesario encontrar un lugar en el sistema universitario. Puesto que entonces no existía un espacio adecuado convenía proponer alguno.

Se insistió fuertemente que la Educación Matemática debiera encontrar su lugar en las universidades, dentro de una investigación generalizada sobre el currículo y un desarrollo de actividades, con problemas de investigación surgiendo de esta actividad. Un problema obvio en la relación de la Educación Matemática con la comunidad matemática supone el reconocimiento universitario de quienes la trabajan y los mecanismos institucionales de recompensa. Quitando casos excepcionales, los que se impliquen principalmente en Educación Matemática no serán miembros de la comunidad que investiga matemáticas ni tampoco miembros de la comunidad de Educación. En consecuencia, si este campo disciplinar debe lograr una identidad válida, distinta de las matemáticas y la educación, debieran existir normas apropiadas, y generalmente aceptadas, con respecto a las cuales se pueda establecer el éxito o el fracaso.

Fue un sentimiento compartido que una de las cualificaciones más importantes para trabajar en Educación Matemática es un alto nivel de pericia y habilidad en matemáticas, de mayor consideración según aumenta el nivel educativo de las matemáticas en las que el investigador está trabajando. Todos los que estén en el campo deben estar capacitados para distinguir entre matemáticas correctas e incorrectas en todos los niveles ligeramente superiores a aquel en el que se encuentra trabajando; éste es un requerimiento sustancial que cualquier programa de formación en Educación Matemática debe tener en cuenta. Algunos de los mejores investigadores en Educación Matemática actual tienen un doctorado en matemáticas y experiencia investigadora en matemáticas. Esta cantidad de preparación matemática no debiera considerarse excepcional, antes bien una meta a la que acercarse tanto como sea posible. Una solución a este problema de formación estaría en la participación significativa en Educación Matemática de algunos de los que investigan en matemáticas.

Por tanto, pareció conveniente que para que la Educación Matemática consolidara su posición como campo académico respetable, tanto la investigación como las personas

implicadas debieran ser necesariamente de nivel académico superior.

La investigación curricular y los centros de desarrollo en las universidades podrían proporcionar el entorno para programas de graduación con sentido en Educación Matemática y también validar la Educación Matemática como actividad académica. Si se estableciesen tales programas de graduación relativos a Educación Matemática podrían proporcionar personas con buena cualificación para la investigación en este campo, con posibilidad de situarlos en los departamentos universitarios.

"La principal razón para establecer un doctorado en Educación Matemática debe ser alcanzar excelencia en la investigación en este campo y no mantener la excelencia de la investigación en matemáticas."

El artículo concluye con una extensa lista de posibles trabajos de investigación en Educación Matemática agrupados en cinco grandes epígrafes:

- 1. Fundamentación profesional.
- 2. Análisis didáctico de contenidos matemáticos.
- 3. Estudios psicológicos.
- 4. Desarrollo curricular.
- 5. Implementación experimental.

Este Congreso abordó claramente las dificultades de la institucionalización universitaria de la Educación Matemática como disciplina diferenciada y autónoma, y ofreció soluciones cuyas líneas generales han permitido el desarrollo actual" (Long, Meltzer y Hilton, 1970).

Aunque algunas de las denuncias formuladas en el año 70 aún mantienen su actualidad, la conferencia de Cornell supuso el punto de arranque de la institucionalización en la Universidad norteamericana de la investigación en educación matemática. A partir de los 70 diversas universidades europeas van incorporando planes académicos de formación de investigadores y, en algunos casos, programas de doctorado específicos.

# Contexto español.

Mientras el panorama internacional de la investigación en Didáctica de la Matemática comienza a despegar durante los 70, en España asistimos a la implantación de la Ley General de Educación que desarrolla el currículo de las Matemáticas Modernas e incorpora la investigación educativa dentro de las prioridades universitarias con la creación de los ICEs y del INCIE.

Como consecuencia derivada de estas reformas aparece por primera vez en la universidad española la disciplina Didáctica de la Matemática, como denominación de asignaturas que se imparten en los nuevos planes de estudio para la formación inicial de los Profesores de Educación General Básica, en primer lugar, y, posteriormente, en la especialidad de Metodología de la Licenciatura de Matemáticas que se sigue en algunas universidades.

Estos cambios, pequeños pero importantes, permiten que en algunas universidades comiencen a trabajar en Didáctica de la Matemática grupos específicos de investigadores y que comiencen a valorarse académicamente trabajos realizados en este campo. Esto ocurre en la Universidad de Granada en donde los años 75 y 76 se presentan dos tesinas de licenciatura encuadradas en la investigación en Didáctica de la Matemática. Sin embargo, las oportunidades y las condiciones institucionales son muy restringidas e impiden un desarrollo mas ambicioso y adecuado, hasta la reforma de la Universidad del año 84.

Uno de los objetivos básicos de la Ley de Reforma Universitaria (L.R.U. 1984) esta Ley consistió en potenciar los Departamentos como unidades organizativas básicas de las Universidades, cada uno de ellos especializado en un Area de Conocimiento determinada (o en varias afines), y capaces de satisfacer de modo eficaz y competente las necesidades docentes e investigadoras. Por ello la ley establecía que:

"corresponde a los Departamentos la articulación y coordinación de las enseñanzas y de las actividades investigadoras de las Universidades."

Con la nueva estructura universitaria se pretendió evitar que la organización tradicional en especialidades académicas y profesionales constituyera un obstáculo grave para el progreso intelectual, social, cultural y científico. Los especialistas fueron los primeros en reconocer esta necesidad de combinar y redefinir las disciplinas con el fin de crear nuevos campos científicos. Esta opción se realizó diversificando las disciplinas tradicionales en un nuevo catálogo de Areas de Conocimiento, más adaptado al desarrollo actual de las ciencias y más acorde con las necesidades sociales y problemas que se plantean.

La ley establecía las Areas de conocimiento como aquellos campos del saber caracterizados por la homogeneidad de su objeto de conocimiento, una común tradición histórica y la existencia de comunidades investigadoras nacionales o internacionales.

En este marco surge el Area de Conocimiento Didáctica de la Matemática como uno de los campos de conocimiento en los que se estructura la Universidad, reconociendo el esfuerzo realizado por la comunidad de educadores matemáticos de nuestro país en los últimos treinta años. La constitución de Departamentos universitarios en los que está integrada el Area de Didáctica de la Matemática ha supuesto un paso importante para la Educación Matemática en España, disponiéndose de nuevos medios personales y materiales y potenciándose la docencia e investigación en el Area.

# Programas de doctorado.

Uno de los logros mas importantes derivados de esta nueva situación ha sido la organización y desarrollo de Programas de Doctorado específicos de Didáctica de la Matemática, como ha ocurrido en la Universidad Autónoma de Barcelona, Universidad de Valencia y Universidad de Granada.

La importancia de los Programas de Doctorado se resalta en el Real Decreto que regula el Tercer Ciclo de Estudios Universitarios, donde encontramos:

"El Tercer Ciclo, como demuestra la experiencia comparada, constituye condición esencial para el progreso científico y, por ello, para el progreso social y económico de una comunidad por cuanto de la profundidad de sus contenidos y la seriedad en su planteamiento depende la formación de los investigadores.

Por lo demás, el Doctorado tiene una consecuencia adicional de extremada importancia: en él se inicia la formación del Profesorado Universitario. Si se toma en consideración que en la Universidad, docencia e investigación son dimensiones inescindibles, se comprende la importancia que el aprendizaje de ciencias y técnicas especializadas presenta para el Profesorado y, por tanto, para el futuro de los estudiantes universitarios y de la Universidad misma.

Por ello, la Ley de Reforma Universitaria considera el Tercer Ciclo decisivo para promover la calidad de la enseñanza y para potenciar la investigación. Cualquier reforma universitaria debe considerarlo no como el apéndice burocrático de los dos primeros, sino como un periodo clave en el que tiene lugar la articulación entre docencia e investigación, y se forman tanto los investigadores como los futuros docentes universitarios. No en vano su superación permite acceder al título de mayor relieve académico.

A estos efectos, la Ley de Reforma Universitaria se plantea cuatro grandes objetivos en el campo de los estudios de postgrado:

- " \* Disponer de un marco adecuado para la consecución y transmisión de los avances científicos;
- \* Formar a los nuevos investigadores y preparar equipos de investigación que puedan afrontar con éxito el reto que suponen las nuevas ciencias, técnicas y metodologías;
  - \* Impulsar la formación de nuevo profesorado;
  - \* Perfeccionar el desarrollo Profesional, científico y artístico de los titulados superiores."

Queda claro, desde estos supuestos y consideraciones, que el desarrollo de un Area de Conocimiento pasa, necesariamente, por el mantenimiento continuado de un Programa de Tercer Ciclo mediante el que se realicen y logren los anteriores objetivos. En este contexto, la Universidad de Granada aprobó durante el curso 87-88, y a propuesta del Departamento de Didáctica de la Matemática, el Programa de Doctorado en Didáctica de la Matemática, que se ha continuado a lo largo de estos años

# Características generales del Programa.

El Programa de Doctorado de Didáctica de la Matemática quedó incluido en la Subcomisión Asesora IV, que comprende en la actualidad los tipos de Doctorado en Física, Biología, Geología, Ingeniería de Caminos, Informática, Matemáticas y Química. Forma parte de la mencionada Subcomisión el Coordinador del Programa.

El alumno inscrito en los estudios de doctorado deberá cursar y aprobar en el plazo de dos años, prorrogables a tres, un total de 32 créditos (320 horas) mediante los cursos y seminarios incluidos en el programa, así como con créditos obtenidos por la realización de un trabajo de investigación obligatorio, hasta un máximo de 9 créditos. Se exige un mínimo de 16 créditos en materias del área de conocimiento o fundamentales; el resto puede cursarse con asignaturas afines

Los alumnos han de presentar en el Departamento, antes de terminar el Programa, un proyecto de tesis doctoral avalado por el que vaya a ser su director o directores. La tesis deberá terminarse en el plazo de cinco años desde la fecha de inicio de los estudios, ampliables en otros dos años a juicio de la Comisión de Doctorado.

Al comenzar el Programa se asigna un profesor Tutor a cada uno de los alumnos, encargado del asesoramiento y ayuda en todo lo relativo a la realización del Programa. El Tutor puede coincidir, o no, con el Director de la Tesis. El compromiso para la dirección de la Tesis se realiza, usualmente, cuando ha transcurrido parte del Programa y se formaliza con la aprobación por el Consejo del Departamento del proyecto de Tesis Doctoral. Este compromiso formal se articula en función de las líneas de investigación existentes en el Departamento y de los intereses científicos de los doctorandos; las líneas de investigación permiten aprovechar mejor los recursos limitados de personal, tiempo y materiales y facilita el trabajo en equipo, imprescindible para este tipo de investigaciones.

Concluidos los cursos y presentado el trabajo de investigación, cubriendo un total de al menos 32 créditos, el alumno, con la conformidad de su Tutor, recibe una certificación de suficiencia investigadora, dando por finalizados los estudios preparatorios y siendo condición previa para la presentación de la Tesis. No obstante, el proyecto de Tesis ha podido ser presentado y aprobado con anterioridad a la conclusión de los créditos y cursos.

## Organización del Programa.

Según establecen las normas reguladoras de los estudios de Doctorado:

- "Los Programas de Doctorado deberan comprender:
- a) Cursos o Seminarios relacionados con la metodología y formación en técnicas de investigación.

- b) Cursos o Seminarios sobre los contenidos fundamentales de los campos científico, técnico o artístico a los que esté dedicado el Programa de Doctorado Correspondiente.
- c) Cursos o Seminarios relacionados con campos afines al del Programa y que sean de interés para el proyecto de tésis doctoral del doctorando."

Siguiendo estas directrices generales, el Programa de Doctorado de Didáctica de la Matemática presenta la siguiente estructura:

# a) Cursos metodológicos

La metodología de investigación en las áreas científicas sociales ha evolucionado profundamente en los últimos años, superando el paradigma positivista y los trabajos exclusivamente de laboratorio. En el campo de las Ciencias de la Educación, la Metodología de Investigación constituye actualmente un área de conocimiento diferenciada, cuya complejidad no es fácil controlar. Si a esto le añadimos los problemas específicos, derivados de las peculiaridades de la Didáctica de la Matemática, podemos apreciar la importancia considerable que tienen este tipo de cursos

La experiencia nos ha mostrado la importancia del marco metodológico para la realización de una Tesis; un diseño adecuado, junto con los instrumentos pertinentes para el análisis de datos y discusión de hallazgos y resultados, contribuyen a la calidad del producto final. En la actualidad hay tres curos metodológicos en el programa: Metodología de Investigación en Educación Matemática, Diseño de Investigaciones Educativas y Análisis de Datos.

El curso Metodología de Investigación en Educación Matemática aborda tres núcleos de problemas:

- i) los estadios lógicos de investigación en educación Matemática, con la delimitación del problema de investigación, la revisión de la literatura y la naturaleza de los datos empíricos;
- ii) los métodos diferenciales de investigación en educación matemática, considerando: métodos centrados en la materia, métodos centrados en la enseñanza, métodos centrados en el aprendizaje, métodos centrados en el colectivo educativo y métodos integrados;
  - iii) la evaluación de la investigación en educación matemática.

#### b) Contenidos fundamentales

Constituyen la parte central del Programa y se exige, al menos, haber cursado 16 créditos de esta materia. Mientras que los cursos metodológicos, o afines, se pueden compartir con los Programas de doctorado de otras disciplinas, el contenido fundamental es el que marca la especificidad del Programa. En este tipo de cursos podemos diferenciar dos grupos: las materias troncales y las líneas de investigación específicas.

En las materias troncales se encuentran: el curso Teoría de la Educación Matemática, dedicado a los fundamentos de la Didáctica de la Matemática, sus problemas, fuentes de información, paradigmas de investigación y escuelas; el curso Diseño, Desarrollo y Evaluación del Curriculo de Matemáticas, que aborda los fundamentos de la teoría curricular y los problemas que se derivan para la Didáctica de la Matemática del hecho de considerar la complejidad de los planes de formación que tienen lugar en las instituciones educativas. Estos cursos son complementados por el Seminario de Investigación en Didáctica de la Matemática, durante los dos años del programa; el Seminario de Investigación es el espacio natural en el que el alumno del Programa entra en contacto con investigaciones en curso y se enfrenta a los problemas prácticos que supone su puesta en marcha y desarrollo se ha descrito anteriormente. El carácter obligatorio de los cursos de este bloque destaca la importancia que tienen en el

# Programa.

Las líneas de investigación específicas son cursos más cortos, opcionales, en los que se trata de presentar al doctorando el estado de la cuestión en campos específicos de la Didáctica de la Matemática. Se presentan problemas concretos y prioridades de investigación en líneas tales como Pensamiento Numérico, Epistemología y Didáctica de la Combinatoria y Probabilidad, Problemas Aritméticos o Estrategias para la Resolución de Problemas. Los profesores visitantes intervienen en este tipo de cursos, que sirven para intercambiar información entre nuestro Departamento y otros centros de investigación en Educación Matemática.

## c) Materias afines

Dentro de este grupo se incluyen aquellas materias que se consideran convenientes para completar la formación del doctorando, de cara a su labor de investigación en el campo de la Educación Matemática. También está previsto que el alumno, de conformidad con su tutor, pueda elegir materias de otros programas, hasta un total de 5 créditos. En este último caso se encuentran las materias cursadas previamente a la iniciación del Programa y que pueden ser convalidadas con la limitación indicada. Las ofertas de colaboración realizadas por otros Departamentos son un límite para cursar materias afines realmente interesantes.

# Investigación

Trabajo de Investigación

El Programa exige a los alumnos la realización de un trabajo de investigación, dirigido por un Profesor del Programa. El trabajo de investigación consiste en una primera aproximación a la Tesis, en el que se realiza un primer ataque al problema de investigación, pudiendo hacer correcciones o reorientaciones sobre el mismo. El Departamento ha entendido que la mejor forma de aprender a investigar consiste en realizar un trabajo de investigación y, por ello, se estimula a los alumnos a que presenten una Memoria de Tercer Ciclo con los resultados obtenidos. La Memoria no tiene carácter obligatorio ya que puede sustituirse por la redacción de algún artículo o comunicación e, incluso, convalidada por trabajos de investigación previos. Sin embargo, la experiencia ha mostrado que, en la mayor parte de los casos, los alumnos que optaron por realizar la Memoria de Tercer Ciclo son los que han finalizado o tienen muy avanzada su Tesis doctoral.

#### Tesis Doctoral

Para lograr el título de Doctor en Matemáticas, en el programa de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, además de los cursos y trabajos mencionados, se requiere realizar una Tesis Doctoral. El plazo máximo establecido es de 5 años, prorrogables por otros 2. En la práctica, este plazo de 5 años contados desde el comienzo de los cursos reulta corto y hay varias razones que así lo justifican.

Balance actual

En el momento actual se han concluido siete tesis doctorales:

Exploración de Patrones Numéricos mediante Configuraciones Puntuales, Dra. E. Castro; Director: Dr. L. Rico.

Niveles de comprensión en Problemas Verbales de Comparación Multiplicativa, Dr. E. Castro; Director: Dr. L. Rico.

Evolución de concepciones sobre nociones geométricas elementales en entorno de programación con lenguaje LOGO, Dr. A. Contreras; Directora: Dra. Batanero.

Concepciones iniciales sobre la asociación estadística y su evolución como consecuencia de una enseñanza basada en el uso de los ordenadores, Dr. A. Estepa; Directora: Dra. Batanero.

Estructura de los problemas combinatorios simples y del razonamiento combinatorio de los alumnos de Secundaria, Dra. V. Navarro-Pelayo; Director: Dr. Diaz.

Concepciones de los alumnos de Secundaria sobre la noción de función: análisis epistemológico y didáctico, Dra L. Ruiz; Director: Dr. Diaz.

Estudio teórico-experimental de errores y concepciones sobre el contraste estadístico de hipótesis en estudiantes universitarios, Dra. A. Vallecillos; Directora: Dra. C. Batanero.

Asimismo se han realizado doce Trabajos de Investigación dentro del Programa y una Tesina de Licenciatura.

#### Pensamiento Numérico

La línea de investigación Pensamiento Numérico se encuentra dentro de las líneas de investigación establecidas en el Departamento de Didáctica de la Matempática de la Universidad de Granada, y en ella se enmarcan algunos de los trabajos mencionados anteriormente.

Con carácter general, denominamos Pensamiento Numérico a

"la línea de estudio e investigación en Didáctica de la Matemática que se ocupa de los fenómenos de enseñanza, aprendizaje y comunicación de conceptos númericos en el Sistema Educativo y en el medio social. El Pensamiento Numérico estudia los diferentes procesos cognitivos y culturales con que los seres humanos asignan y comparten significados utilizando diferentes estructuras numéricas.

Más en particular, el Pensamiento Numérico ha trabajado en el estudio de :

- \* la elaboración, codificación y comunicación de sistemas simbólicos con los que expresar los conceptos y relaciones de una estructura numérica;
- \* la organización, sistematización y desarrollo de diferentes actividades cognitivas que surgen y encuentran un modo de actuación en el marco de una estructura numérica;
- \* los modos de abordar, interpretar y, en su caso, responder a una variedad de fenómenos, cuestiones y problemas que admiten ser analizados mediante conceptos y procedimientos que forman parte de una estructura numérica" (Castro, E. 1994).
  - El modelo de análisis que aquí se propone tiene en cuenta:
  - a) unos instrumentos conceptuales: sistemas simbólicos estructurados;
  - b) unos modos de uso de los sistemas simbólicos: funciones cognitivas;
  - c) un campo de actuación: fenómenos, cuestiones y problemas.

Desde una perspectiva más amplia, el marco conceptual en el que se enmarca el Pensamiento Numérico tiene unas bases diversificadas:

- 1°.- Asume que la construcción del conocimiento matemático es un fenómeno social y cultural, cuya importancia para la sociedad tecnológica actual es determinante; tiene en cuenta que la educación matemática desempeña un papel relevante en la transmisión de los significados y valores compartidos en nuestra sociedad; por ello, la educación matemática debe considerar críticamente el conocimiento matemático y las acciones comunicativas mediante las que se transmite.
- 2°.- Considera como núcleo para su reflexión el campo de las matemáticas que comienza en la Aritmética escolar y las nociones básicas de número, avanza por los sistemas númericos superiores (enteros, racionales y decimales) y continua con el estudio sistemático de las relaciones numéricas que aborda la teoría de números, la iniciación a los procesos infinitos que dan lugar al sistema de los números reales y los principales conceptos del análisis, vistos desde una perspectiva numérica. Denominamos conocimiento numérico a este modo de priorizar y destacar determinadas ramas de la matemática.
- 3º Tiene una orientación esencialmente curricular, entendiendo que la orientación de la investigación en educación matemática debe resolver los problemas de la práctica escolar considerando el carácter sistémico del cualquier plan de formación en matemáticas dentro del sistema educativo. La valoración del currículo como un plan operativo con diferentes niveles de reflexión e implementación es uno de los rasgos definitorios de nuestra línea. La preocupación por los problemas

que aparecen al considerar la evaluación escolar en matemáticas tienen una especial importancia.

- 4°.- El estudio de los errores y dificultades en la comprensión de los escolares sobre los campos conceptuales antes mencionados constituye, junto con las consideraciones cognitivas anteriormente citadas, la orientación psicológica de nuestras investigaciones.
- 5°.- Finalmente, estamos comprometidos en la formación inicial y pemanente del profesorado de matemáticas y entendemos que esta línea de investigación debe considerar entre sus objetivos prioritarios el aumento de la autonomía intelectual y profesional del educador matemático.

#### Referencias:

Castro, E. (1994). Exploración de Patrones Numéricos mediante Configuraciones Puntuales. Granada: Universidad de Granada.

Kilpatrick, J.; Rico, L.; Sierra, M. (1994). Educación Matemática e Investigación. Madrid: Editorial Síntesis.

Long, R.; Meltzer, N.; Hilton, P. (1970). Research in Mathematics Education. Educational Studies in Mathematics Vol. 2 pp: 446-468.

Rico, L.; Diaz, J. y Batanero, C. (1994) El Programa de Doctorado en Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada. Revista UNO, nº 2, pp: 133-144.