

## USO DE LA CALCULADORA BÁSICA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ADITIVOS

Eduardo Basurto Hidalgo

Centro de Investigación y Estudios Avanzados

basurtomat@hotmail.com

Campo de investigación: Resolución de problemas

México

Nivel: básico

**Resumen.** Este artículo reporta los resultados obtenidos en un estudio realizado con estudiantes entre 13 y 15 años, los cuales trabajaron en la resolución e invención de problemas de números con signo utilizando una calculadora no programable, esto con el propósito de extender el dominio numérico de los naturales a los enteros. Algunos de los resultados obtenidos indican que cuando los estudiantes resuelven operaciones aditivas de números enteros, con la calculadora la presencia de una sintaxis distinta a la del lenguaje matemático escrito, evolucionan la semántica del concepto de entero y que además al variar los contextos de dichos problemas se involucran en estructuras de problemas poco comunes con lo que enriquecen los sentidos de usos de los números negativos.

**Palabras clave:** calculadora básica, problemas aditivos, números con signo

### Introducción y objetivo

Los números enteros y sus operaciones ocupan un lugar importante en la enseñanza del álgebra. Se menciona en el Yearbook NCTM (1992) “Ya son cerca de 20 años desde que las primeras calculadoras de mano fueron ofrecidas a la venta como productos de consumo cotidiano.” Como consecuencia de esto vino su inserción en el ámbito educativo. De manera institucional en el Plan de Estudios 2006 (SEP 2006, P.24) se dice que “Es necesario el aprovechamiento de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) en la enseñanza...”. El libro para el maestro de educación secundaria con respecto a la calculadora en operaciones aditivas de números con signo afirma que, “a través del uso de las teclas -, M+, M- y +/- los estudiantes comprenderán los diversos significados del símbolo - cuando aparece en una expresión” (SEP 1994, P.131).

### Problema de investigación

Esta investigación pretende indagar la manera en que los alumnos utilizan la calculadora básica al resolver problemas aditivos. Surgen preguntas tales como: ¿Puede el manejo de reglas de escritura distinta a la escritura natural inhibir o beneficiar la extensión del dominio numérico de los naturales a los enteros?, ¿Puede la calculadora, ayudar a construir los conceptos necesarios para la resolución de situaciones aditivas?

### Marco teórico

Los problemas que se utilizaron pertenecen a la clasificación de problemas aditivos de Bruno y Martínón (1997), la cual se enfoca en la estructura y en la forma semántica de los problemas y cuya extensión es de 11 clases de problemas como se muestra en la Tabla 1.

ESTRUCTURA FUNCIONAL	FORMA SEMÁNTICA
$a(t) + b(t) = u(t)$	Combinación de estados (1) [COMBINACIÓN]
$e(i) + v = e(f)$	Variación de un estado (2) [CAMBIO]
$e + c = d$	Comparación de estados.(3) [COMPARACIÓN]
$v(i, m) + v(m, f) = v(i, f)$	Combinación de variaciones sucesivas.(4)
$V_a(i, f) + V_b(i, f) = V_e(i, f)$	Combinación de variaciones (5)
$V_e(i, f) + c = V_d(i', f')$	Comparación de variaciones(6)
$V(i, f) + c = v_e(i', f')$	Variación de variaciones.(7) [DOS CAMBIOS]
$C_{ed} + C_{dg} = C_{eg}$	Combinación de comparaciones adyacentes(8)
$C_{ag} + C_{bh} = C_{ed}$	Combinación de comparaciones(9)

$C(i) + v = C(f)$	Variación de una comparación(10)
$C_{ed} + C = C_{gh}$	Comparación de comparaciones(11)

Tabla 1

Con el fin de ubicar las respuestas de los estudiantes en algún punto específico de la transición entre los naturales y los enteros se utilizaron los Niveles de conceptualización de Negativos de Gallardo (2002). Estos niveles son los siguientes:

-Sustraendo. En este caso la noción del número siempre obedece a la magnitud. Esto es en la resta de dos cantidades  $a - b$ , siempre  $b$  será menor que  $a$ , donde  $a, b$  son números naturales, es decir, en este nivel el signo “-” solo tiene un carácter binario a nivel de sustracción.

-Número relativo. Este nivel de aceptación se hace presente cuando un estudiante puede concebir la idea de opuestos, esto en situaciones discretas así mismo es un nivel que aparece cuando la idea de simétricos se manifiesta en situaciones continuas.

-Número aislado. Este se presenta cuando un estudiante es capaz de aceptar un número negativo como la solución de una operación, de un problema o una ecuación.

-Negativo formal. Aparece cuando el estudiante reconoce al número negativo como parte de un conjunto numérico en donde quedan incluidos tanto los positivos y los negativos así como sus propiedades, el cual se conoce como el conjunto de los enteros.

El tercer elemento para analizar el desempeño de los estudiantes, fue el proceso de “Génesis Instrumental” el cual según Artigue (2002) consiste en la manera en que un artefacto (calculadora) se convierte en un instrumento, a través del reconocimiento de las potencialidades y limitaciones del mismo.

Un instrumento se diferencia del artefacto en el cual se basa en sentido de que el primero “es una entidad mixta, parte artefacto y parte proyectos cognitivos los cuales lo hacen un

instrumento” Artigue (2002). Es decir, esta conversión del artefacto (calculadora) a instrumento involucra una evolución en los roles de aplicación de las diferentes usos de la calculadora (artefacto).

El proceso de **génesis instrumental** según Artigue (2002) se desarrolla en dos direcciones:

- *La primera se enfoca hacia el artefacto, tomando en cuenta y asimilando progresivamente sus potencialidades y limitaciones, utilizando o transformando éstas para usos específicos. Esta parte es conocida como: **INSTRUMENTALIZACIÓN DEL ARTEFACTO***
- *La segunda se dirige al sujeto, principalmente al desarrollo o apropiación de planes de acción instrumentada los cuales eventualmente tomarán forma como técnicas instrumentadas que permitan dar respuestas efectivas a tareas otorgadas. **INSTRUMENTACIÓN.***

Estas técnicas instrumentadas deben ir de la mano con el discurso teórico para no convertirse en una rutina de memoria.

### Diseño la investigación

La investigación se desarrolló en dos fases, primero se aplicó un cuestionario a 16 estudiantes de segundo de secundaria de entre 12 y 13 años, a partir de ese cuestionario se seleccionaron dos estudiantes ya que eran quienes obtuvieron los mejores resultados en el cuestionario. A dichos estudiantes se les realizó una entrevista didáctica y exploratoria que contenía cuestionamientos muy similares a los presentados en el cuestionario pero con preguntas en las que se tratara llevar a los alumnos a su límite de conocimiento.

Protocolo básico de entrevista (ítems)

Parte A

1139

1. ¿Qué quiere decir “Tengo 60 pesos”?
  2. ¿Qué quiere decir “Un buzo se encuentra a 10 m bajo el nivel del mar”?
  3. ¿Cómo resolverías la siguiente operación en la calculadora?  $(+5) + (-3)=$
  4. ¿Cómo resolverías la siguiente operación en la calculadora?  $(-5) + (-3)=$
  5. ¿Cómo resolverías la siguiente operación en la calculadora?  $(+5) - (+3)=$
  6. ¿Cómo resolverías la siguiente operación en la calculadora?  $(+3) - (+5)=$
  7. ¿Cómo resolverías la siguiente operación en la calculadora?  $(+5) - (-3)=$
  8. Escribe una situación en la uses el número -9
  9. Inventa un problema que corresponda a la operación planteada.  $(-4) + (-3) =$
  10. Inventa un problema que corresponda a la operación planteada.  $(-5) - (-2) =$
  12. Oprime la siguiente secuencia de tecla en la calculadora, ¿Cuál es el resultado?
- Estas de acuerdo. Después inventa un problema que corresponda a la situación.



### Parte B

No	Problema
1	Karla compro 70 boletos de lotería de los cuales 38 no tienen premio ¿Cuántos de los boletos si tuvieron premio?
2	Un día en la ciudad de Acapulco, la temperatura fue de 15° C por la mañana y por la tarde aumentó 17° C ¿Cuál fue la temperatura por la tarde?
3	El ascensor de un edificio se encuentra en el piso 2 del sótano si sube 18 pisos ¿En qué piso se encuentra?
4	Paco debe \$10 pesos. Si su amigo Alan le presta \$8 pesos. ¿Cuánto debe Paco?
5	Carlos tiene \$15. Juan tiene \$4 menos que Carlos ¿Cuánto dinero tiene Juan?
6	La primera semana del mes realicé una compra de \$40 con mi tarjeta de crédito. La tercera semana realicé un pago de \$30¿Cuál es mi situación a fin de mes?
7	A Pedro le dieron \$7 de domingo, en casa de su abuelos, más tarde en casa de sus tíos perdió \$5 en volados con su primo Luís ¿Cómo quedó su cantidad de dinero de Pedro?
8	Ayer, de la madrugada al medio día, la temperatura aumentó 10° y hoy aumentó 3° menos que ayer ¿Cuánto aumentó hoy?
9	El miércoles Diana perdió \$ 5. El jueves Diana perdió \$ 8 menos que el miércoles. ¿Cuánto perdió o

	ganó Diana?
10	Alejandro tiene 3 canicas menos que Maria, Diana tiene 7 más que Alejandro, ¿Cuántas canicas más tiene Diana que María?
11	El lunes Juan tenía \$3 más que Marcos, el martes Marcos ganó \$5 más que Juan ¿Cuánto más tiene el martes Marcos que Juan?
12	Daniel tiene 2 pesos menos que Ernesto. Lo que Héctor tiene más que Gabriel es 5 pesos más de lo que tiene Ernesto que Daniel ¿Cuánto dinero tiene Héctor más que Gabriel?

### Análisis de datos

El cambio en la sintaxis al resolver operaciones aditivas de números con signo en la calculadora además de vía papel y lápiz, parece no alterar los procedimientos de solución de los estudiantes ya que al no tener conocimiento del funcionamiento de la misma en el dominio de los enteros, trabajan en el dominio de los naturales gracias a las equivalencias sintácticas que conocen, esto es, resolvían las operaciones de forma mental y las cambiaban en términos de números naturales para poder ingresarlas a la calculadora.

Cuando se solicita explícitamente que utilicen la calculadora ingresando números signados es cuando realmente los estudiantes comienzan a darse cuenta de las diferencias de la sintaxis de la calculadora con respecto a la escritura en papel y lápiz.

Conforme a lo revisado en los cuestionarios y las entrevistas principalmente, se puede decir que este enfrentamiento con las limitaciones y potencialidades de la calculadora básica en cuanto a las operaciones aditivas de números con signo, ayuda a refirmar los conceptos que el estudiante tiene sobre las operaciones aditivas de números con signo.

Esta situación por momentos puede promover la extensión del dominio numérico, esto, al tiempo de que los estudiantes comienzan a predecir resultados incorrectos en la calculadora provocados por dichas limitaciones, es decir, la calculadora si puede ser una ventana de significados pero trabajando mediante situaciones que ponen en conflicto al estudiante al tener la necesidad de explicarse las acciones de misma.

La manera en que se les presentaron los problemas a los estudiantes se basó en solicitar que primero resolvieran con lápiz y papel, lo cual, cabe mencionar que en su mayoría lo

realizaban trabajando con números Naturales, después se les sugería que utilizaran la calculadora, y al confrontar la sintaxis del lenguaje matemático en lápiz y papel con en del la calculadora era que emergía los enteros.

Es decir, la calculadora ayudaba a través de sus cambios de sintaxis por momentos era útil al resolver los problemas ya que llegaban a una interpretación correcta de la semántica de los mismos, ya que cuando los estudiantes resolvían en el terreno de los naturales aunque llegaran a soluciones correctas, debido a algunas equivalencia sintáctica entre los Naturales y los Enteros, se alteraba el significado y sentido de la solución.

Vale la pena mencionar que la introducción del artefacto deberá ser vía actividades que le permitan al estudiante generar su propio proceso de génesis instrumental previo a la enseñanza. Este momento de carácter espontáneo permitirá a los estudiantes además de iniciar la incorporación del artefacto ya como un instrumento en la realización de tareas, podrá hacer evolucionar los conceptos que intervengan en dicho proceso.

## Conclusiones

En este trabajo se concluyó que la sintaxis distinta de la calculadora ayudó a la correcta conceptualización de los números con signo en situaciones aditivas.

A manera de orientación, es importante el hecho de que, como ya se mencionó al principio de esta investigación, se tiene una amplia confianza en el uso de recursos tecnológicos como recursos que ayudarán al mejoramiento del proceso de enseñanza – aprendizaje, lo cual, como pudimos ver a lo largo de este trabajo puede ser posible en ciertas condiciones.

En lo que se debe hacer conciencia es no pensar que por el simple hecho de introducir los recursos tecnológicos en las aulas e incorporarlos a las tareas de los estudiantes, habrá una transferencia automática o instantánea (falacia didáctica) de los conocimientos de los estudiantes al recurso tecnológico empleado. Sino más bien esta transferencia de

conocimiento, así como el lograr empatar los distintos lenguajes, forman parte de un proceso que toma tiempo a los estudiantes y que sólo se puede lograr con intervenciones didácticas dirigidas y diseñadas específicamente para tales fines.

### Referencias bibliográficas

Alarcón, J. Arriaga, A. Barrón, H. Rosas, R. (1994). *Libro para el maestro. Educación secundaria*. SEP. México.

Artigue, M (2002). Learning Mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 7(3), 245 – 274.

Bruno, A. y Martinón, A. (1997). Clasificación funcional y semántica de problemas aditivos. *Educación matemática*, 9(1). 33-46. Mexico: Editorial Iberoamérica.

Gallardo, A. (2002), “Qualitative analysis in the study of negative numbers”, *Proceedings of the 20<sup>th</sup> International Conference of PME*, Valencia, (2), 377- 384.

National Council of Teachers of Mathematics. (1992). *Yearbook*. Reston, USA. VA: Autor.

SEP (2006). *Plan de Estudios*. Educación secundaria. México.