

## UTILIZACIÓN DE LA FUNCIÓN DE ARRASTRE DEL SOFTWARE CABRI-GÉOMÈTRE PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO GEOMÉTRICO EN ALUMNOS DE BACHILLERATO

Jesús Salinas Herrera

Colegio de Ciencias y Humanidades, Plantel Vallejo, UNAM .

jes54@servidor.unam.mx

México

**Resumen.** - La irrupción de la tecnología en la enseñanza ha generado nuevos escenarios para el aprendizaje. Esta situación implica la necesidad de tener en cuenta el papel de los instrumentos en las actividades de aprendizaje y discriminar el tipo de función didáctica que pueden desempeñar. Por ello, esta investigación se ubica en la línea de trabajos que se interesan por indagar el tipo de percepción que los estudiantes desarrollan acerca del comportamiento dinámico de una figura construida con un software de geometría dinámica. Dada la estrecha relación entre la práctica del arrastre y sus posibles consecuencias teóricas en el desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes, el presente estudio indaga la manera en que éstos perciben el arrastre de un Cabri-dibujo después de la realización de múltiples construcciones geométricas, tanto con regla y compás como con el software Cabri – Géomètre..

**Palabras clave:** - geometría dinámica, arrastre, pensamiento geométrico.

**Abstract.** - The irruption of the technology in the education has generated new scenes for the learning. This situation implies the need to think over the paper of the instruments in the activities of learning and to discriminate the type of didactic function that they can play. For it, this study is located in the line of works that are interested for research the type of perception that the students develop about the dynamic behavior of a figure constructed with software of dynamic geometry. Given the narrow relation between the practice of the dragging and his possible theoretical consequences in the development of the geometric thinking of the students, the present study research the way in which students perceive the dragging of a Cabri-drawing after to carry out multiple geometric constructions, both with rule and compass and with the software Cabri - Géomètre.

**Key words:** - dynamic geometry, dragging, geometric thinking.

### Introducción

La presencia de calculadoras, computadoras y software educativo en las escuelas modifica el entorno de la acción docente y establece nuevas condiciones para el aprendizaje de las matemáticas. Esta situación implica la necesidad de tener en cuenta el papel de este tipo de instrumentos en las actividades de aprendizaje (Verillon y Rabardel, 1995) y esclarecer el tipo de función didáctica que pueden desempeñar. Al respecto, Willibald Dörfler (1993) ha señalado que el uso apropiado de la computadora en la enseñanza de las matemáticas tiene el potencial, que no poseen otras herramientas, para producir “cambios estructurales en el sistema de (cognitivo) actividades del usuario humano” (Dörfler 1993, p.161). Sin embargo, es claro que, no es suficiente disponer de cierto tipo de tecnología; sino lo más importante es saber cómo explotar ese potencial en la enseñanza. Como señala Dörfler (1993), esto hace

más urgente identificar la idea crucial alrededor de la cual organizar el uso de la nueva tecnología en la educación matemática, en particular el de la computadora.

El uso de la tecnología en la enseñanza y aprendizaje ha sido estudiado por diversos investigadores desde diferentes perspectivas. El presente trabajo considera el uso de la computadora en el proceso enseñanza-aprendizaje de la geometría, en particular, relacionado con la aprehensión perceptiva de las propiedades y relaciones en un Cabri-dibujo. El software Cabri-Géomètre proporciona una interface, la cual genera un objeto, que siguiendo a Colette Laborde (2000), llamamos “Cabri-dibujo”. El comportamiento de este nuevo objeto es diferente al de un simple dibujo con lápiz y papel o al de una construcción con regla y compás.

La investigación que se ha realizado acerca del papel que tiene la geometría dinámica en la enseñanza de la demostración es abundante, sin embargo, continua siendo un terreno fértil, pues todavía no se conocen del todo las características esenciales de esas nuevas condiciones y, menos aún, sus alcances y consecuencias (Mariotti, 2002). A pesar de los estudios realizados por distintos investigadores para utilizar la geometría dinámica en el aprendizaje de la prueba matemática, no hay todavía un acuerdo unánime de la manera en que se puede alcanzar esta meta (Balacheff, 1987; Mariotti, 2002; Talmon y Yerushalmy, 2004; Jones, 2000). Algunos autores se han preguntado, incluso, si las propias ventajas de la geometría dinámica pudieran inhibir el aprendizaje de la prueba, al hacer innecesario establecer relaciones entre propiedades que pueden ser visualizadas directamente en una pantalla (Laborde, 2000). Sin embargo, tal visualización no es inmediata sino que existen dificultades para percibir e interpretar adecuadamente tales propiedades, como se reporta en este estudio.

En la literatura de investigación en matemática educativa se suele hablar indistintamente de propiedades y relaciones (Parzyzs, 1988; Laborde, 1993, 1994; Goldenberg y Cuoco, 1998; Laborde y Caponni 1994; Talmon y Yerushalmy, 2004). Sin embargo, en nuestra opinión es necesario tener en cuenta que tales conceptos son distintos y pueden estar relacionados con un diferente nivel de desarrollo cognitivo. Así, en la perspectiva de este enfoque es posible observar no sólo si los alumnos logran percibir las propiedades y relaciones en una construcción geométrica sino indagar que tipo de noción tienen de estos conceptos (Salinas y Sánchez, 2006).

### **Problema de Investigación**

Dada la estrecha relación entre la práctica del arrastre y sus posibles consecuencias teóricas en el desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes, el presente estudio indaga la manera en que éstos perciben el arrastre de un Cabri-dibujo después de la realización de múltiples actividades de geometría tanto con regla y compás como con el software Cabri –

Géomètre. Asimismo, explora la manera en que los alumnos relacionan lo visual con lo geométrico en un Cabri-dibujo. Así pues, de manera específica, el problema de investigación consiste en responder si una experiencia de enseñanza utilizando herramientas de mediación semiótica para elaborar construcciones geométricas, permite desarrollar en los estudiantes los requisitos cognitivos necesarios para percibir las propiedades y relaciones representadas por dicha figura geométrica.

### **Marco Teórico**

Seguimos la perspectiva del análisis semiótico de Vygotsky (1985), el cual considera los procesos de mediación semiótica de las herramientas culturales, de los instrumentos psicológicos y de la mediación social. Los instrumentos psicológicos son los recursos simbólicos – signos, símbolos, textos, formulas medios gráfico-simbólicos – que ayudan al individuo a dominar sus propias funciones psicológicas naturales (Kozulin, 2000).

El uso de dispositivos técnicos en los procesos de aprendizaje ha conducido a la necesidad de ampliar y profundizar el análisis de su funcionamiento. Así, algunos autores han establecido una distinción importante entre el término de “artefacto” y el de “instrumento” (Verillon y Rabardel, 1995). Por una parte, se considera que un artefacto es un objeto particular con características intrínsecas, diseñado y construido con el propósito de realizar una tarea determinada. Por otra parte, se concibe un instrumento como un artefacto con las modalidades de su uso, en la manera en que ha sido elaborado por un usuario particular. Un mismo artefacto es un instrumento diferente para un novato que para un experto. La noción de un instrumento remite al sujeto e involucra la contraparte mental de un uso bien adaptado de un artefacto (Rabardel, 1995). Por consiguiente, un instrumento es una construcción interna, la cual tiene un desarrollo a lo largo de un proceso; “esto significa que en diferentes momentos, diferentes instrumentos están involucrados, no obstante que el mismo artefacto es de hecho usado” (Mariotti 2002, p.703).

La literatura reporta problemas diversos en los estudiantes para establecer un vínculo entre lo visual con lo geométrico en un Cabri-dibujo. Sin embargo, también se ha mostrado que los aspectos perceptivos del dibujo pueden favorecer su lectura geométrica (Duval, 1988, Laborde, 1994). Por lo tanto, consideramos que una manera de abordar esta situación es investigar más sobre la interacción entre lo visual y lo geométrico (Parzyzs, 1988; Laborde, 1993, 1994; Goldenberg y Cuoco, 1998; Laborde y Caponni 1994; Talmon y Yerushalmy, 2004).

## Metodología

Se llevó a cabo un experimento de enseñanza basado en actividades de construcción geométrica utilizando el software Cabri – Géomètre, en un curso de geometría plana en el bachillerato, con alumnos de segundo semestre. El objetivo de las actividades fue doble: capacitar a los alumnos en el manejo del Cabri y detectar el tipo de génesis instrumental que desarrollan los alumnos, es decir, observar como utilizan el arrastre y que significado le dan. En cada sesión se les proporcionaron hojas de actividades a los alumnos y debían trabajar con ellas por parejas y llenarlas.

Las actividades consistieron en la construcción de una figura siguiendo un procedimiento dado. De esta manera los estudiantes realizaron 14 construcciones (el anexo ilustra una de dichas actividades). Al término de cada una de ellas, se les pidió que exploraran que elementos de la figura eran arrastrables y reportaran sus observaciones. Los conceptos que se trabajaron en ellas son: ángulos opuestos por el vértice; ángulos suplementarios y complementarios; rectas perpendiculares y mediatrices; rectas paralelas y ángulos formados por una transversal y suma de ángulos internos de un triángulo.

Los aspectos que fundamentalmente nos interesó observar en estas actividades fueron tres: 1) la manera en que los alumnos describen la dinámica general del diagrama cuando utilizan la herramienta de “arrastre”, 2) la posible identificación de propiedades y relaciones entre elementos del diagrama, y 3) la escritura de la proposición esperada.

Las categorías que identificamos para el análisis de las respuestas de los alumnos, son tres:

Descripción Fenomenológica General \_\_\_\_\_ DG

Identificación de propiedades y relaciones \_\_\_\_\_ DF

Descripción Dinámica Precisa \_\_\_\_\_ DP

La primera categoría alude a una descripción general de la dinámica de la figura usando la herramienta de arrastre. Utilizamos la siguiente gradación de esta categoría:

DG. Descripción fenomenológica general

2. Describen de manera general la dinámica de la figura separada del contexto del software.

1. Describen de manera general la dinámica de la figura en el contexto del software.

0. No describen la dinámica de la figura.

La segunda categoría hace referencia a si los alumnos identifican las propiedades y relaciones entre los elementos de la figura. Utilizamos la siguiente gradación para esta categoría:

DF. Identificación de propiedades o relaciones entre elementos de la figura.

2. Señalan la propiedad o relación geométrica representada.

1. Identifican los elementos de la relación requerida sin señalar alguna vinculación entre ellas.

0. No señalan ninguna característica geométrica representada en el diagrama.

Finalmente, la tercera categoría recoge la información de si los alumnos logran escribir la proposición esperada, en la cual identifican una relación geométrica.

DP: Escritura de la proposición esperada.

2. Escriben la proposición.

1. Expresan ideas relacionadas con la proposición, pero no la escriben explícitamente.

0. No expresan idea alguna de la proposición.

A continuación se ilustra la aplicación de las categorías en el análisis de una de las respuestas de una pareja de alumnos. La tarea a la que hacen referencia es construir dos rectas que se intersectan y observar que los ángulos opuestos por el vértice son iguales.

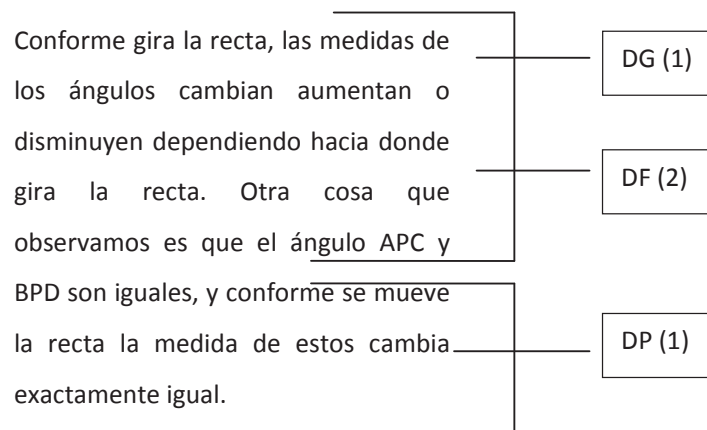


Fig. 1 Ilustración de la aplicación de las categorías de análisis a una respuesta de la pareja de alumnos Luciano & Víctor Manuel. Los números indican la gradación de la categoría respectiva.

## Resultados

Con respecto a la descripción dinámica general (DG), predomina la descripción contextualizada por el software (casos con puntuación de 1) con 70.3 %. Sin embargo, también es importante señalar que la mayor parte de los alumnos realizan una descripción descontextualizada en al menos una tarea (casos con puntuación de 2). De esta manera, esta

situación muestra una tendencia en el proceso de descontextualización de la herramienta utilizada y la incipiente capacidad que manifiestan los alumnos para usar un lenguaje simbólico.

Con respecto a la segunda categoría, observamos que los estudiantes tienen grandes dificultades para identificar las características geométricas representadas en los diagramas construidos con Cabri. 48% de casos con puntuación de 0. El 24% de veces los alumnos identifican los elementos de la relación requerida sin señalar alguna vinculación entre ellas y se presenta el 28% de casos con puntuación de 2. En este caso es importante acotar, que fundamentalmente estas respuestas se concentran en proposiciones muy familiares para los alumnos. De esta manera, se pone de manifiesto la dificultad de los alumnos para relacionar elementos de una figura entre sí.

Finalmente, con relación a la tercera categoría, sólo en el 9.8% de los casos los alumnos escriben la proposición esperada. Esta categoría permite observar si los alumnos son capaces de expresar una proposición geométrica en términos de una condicional, lo cual significa que existen serias dificultades para que los alumnos puedan reconocer explícitamente que ciertas condiciones geométricas producen otros resultados geométricos.

### **Conclusiones**

El estudio permite observar que los alumnos llegan a usar la función de arrastre del software Cabri – Géomètre para describir una relación geométrica y su comportamiento dinámico y en consecuencia esta actividad incide en un rasgo cognitivo necesario para que aprendan a elaborar una conjetura.

Los resultados obtenidos muestran el tipo de dificultades que tienen los alumnos en la interpretación adecuada del uso de la función de “arrastre” y nos brindan una orientación de los aspectos que es importante atender para un mejor aprendizaje.

De acuerdo con el marco teórico de referencia, los tres aspectos observados en las categorías de análisis están relacionados con el desarrollo de un pensamiento teórico y son necesarios para que los alumnos avancen en la elaboración de un argumento deductivo.

Si bien, los resultados obtenidos con el uso del Cabri muestran dificultades para que los alumnos accedan a un dominio cognitivo adecuado, también es necesario resaltar la emergencia de una tendencia de desarrollo en estas direcciones.

### **Referencias bibliográficas**

Esta investigación se realizó en el marco del Proyecto PB101109 del Programa Iniciativa para Fortalecer la Carrera Académica en el Bachillerato de la UNAM, 2009.

- Balacheff, N. (1987). Processus de preuve et situations de validation; *Educational Studies in Mathematics* 18, 147-176.
- Dörfler, W. (1993). Computer use and view of the mind. In C. Keitel & K. Ruthven (Eds.), *Learning from computers: Mathematics education and technology* (pp. 159-186). Berlin: Springer-Verlag.
- Duval, R. (1988). Pour une approche cognitive des problèmes de géométrie en termes de congruence, *Annales de didactique et de sciences cognitives*, Université Louis Pasteur et IREM, Strasbourg, Vol. I, 57-74.
- Goldenberg, E. P. y Cuoco, A. (1998). What is Dynamic Geometry?, en R. Leherer & D. Chazan (eds.), *Designing Learning Environments for Developing Understanding of Geometry and Space*. Lawrence Erlbaum Associates, Mahwah, NJ, pp. 351-368.
- Jones, K. (2000). Providing a foundation for deductive reasoning: students' interpretations when using dynamic geometry software and their evolving mathematical explications. *Educational Studies in Mathematics* 44, 55-85.
- Kozulin, A. (2000). *Instrumentos psicológicos. La educación desde una perspectiva sociocultural*. Barcelona: Paidós.
- Laborde, C. (1993). The computer as part of the learning environment: the case of geometry, in *Learning from Computers* Keitel C. & Ruthven K. (eds), NATO ASI Series, Springer Verlag, Heidelberg (à paraître).
- Laborde, C. (1994). Les rapports entre visuel et géométrie dans un eiao. En M. Artigue, R. Gras, C. Laborde, P. Tavinot, *Vingt ans de didactique des mathématiques en France*. La Pensée Sauvage, Paris, France.
- Laborde, C. y Caponni, B. (1994). Cabri-Géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(1-2) 165-210.
- Laborde, C. (2000). Dynamic geometry environments as a source of rich learning contexts for the complex activity of proving. *Educational Studies in Mathematics* 44, 151-161.
- Mariotti, M. A. (2002). The influence of technological advances on students' mathematics learning. En: L. English, et al. (Eds.), *Handbook of research in mathematics education* (pp. 695-723). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Parzyz, B. (1988). Knowing vs. Seeing. Problems of the plane representation of space geometry figures, *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 19, no. 1, 79-92.

Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies- Approche cognitive des instruments contemporains*. Paris: A. Colin.

Salinas, J. y Sánchez, E. (2006). Interpretation of the Cabri dragging in a learning experience. *Proceedings of the Twenty eight annual meeting of the north American chapter of the international group for the psychology of mathematics Education, Vol. 2* 427-429.

Talmon, V. y Yerushalmy. M. (2004). Understanding dynamic behavior: parent-child relations in dynamic geometry environments. *Educational Studies in Mathematics* 57, 91-119.

Verillon, P. y Rabardel, P. (1995). Cognition and Artifacts: A contribution to the study of thought in relation to instrumented activity. *European Journal of Psychology of Education*, 10, 77-101.

Vygotsky, L. (1995). *Pensamiento y lenguaje*. Barcelona: Paidós.

## ANEXO

### EJEMPLO DEL TIPO DE ACTIVIDADES QUE REALIZARON LOS ALUMNOS

#### ACTIVIDAD 3

Nombre \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_ Edad \_\_\_\_\_

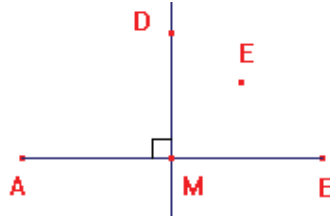
#### Rectas Perpendiculares y Mediatrices.

1. Crear el segmento AB (Barra de herramientas tercer botón, *Rectas*; herramienta, *Segmento*).
2. Construir su mediatriz (Barra de herramientas quinto botón, *Construir*; herramienta, *Mediatriz*)
3. Crear el punto M, la intersección del segmento AB y la mediatriz (Barra de herramientas segundo botón, *Puntos*; herramienta, *Punto de intersección*).
4. Crear el punto D sobre la mediatriz (Barra de herramientas segundo botón, *Puntos*; herramienta, *Punto sobre objeto*) y crear el punto E que no esté sobre el segmento AB ni sobre la mediatriz (Barra de herramientas segundo botón, *Puntos*; herramienta, *Punto*).
5. Medir las distancias AD, DB, AE y EB (Barra de herramientas noveno botón, *Medir*; herramienta, *Distancia y longitud*). Arrastrar los puntos D y E (Barra de herramientas primer botón, *Puntero*; herramienta, *Puntero*). ¿Qué observas?



6. Marcar el ángulo  $\angle AMD$  (Barra de herramientas décimo botón, Ver; herramienta, *Marca de ángulo*).

7. Medir el ángulo  $\angle AMD$  (Barra de herramientas noveno botón, *Medir*; herramienta, *Ángulo*). ¿Qué Observas?, anótalo.



Escribe tus observaciones acerca del comportamiento dinámico de la figura al utilizar la función de “arrastre”. Formula una conjetura.