# Escola de verão de Educação Matematica

SANTAREM, JULIO 1999

Panel: Qualidade da Investigação

# Educación Matemática, Investigación y Calidad

Luis Rico Romero Universidad de Granada, España

## I ¿Qué es la investigación en educación matemática?

#### Postulados:

## 0.- El entorno humano es cultural.

La sociedad proporciona a hombres y mujeres los recursos que necesita para su desarrollo intelectual, físico y moral, y los medios para su sostenimiento (salud, alimentación, técnica, leyes,..). La cultura es uno de esos recursos, ya que está constituida por mecanismos generales de control que gobiernan la conducta humana.

La cultura da sentido a lo que nos rodea, es decir, permite dar razón y explicar hechos, acciones y objetos. No hay personas sin cultura.

Las grandes instituciones sociales administran los bienes humanos; el sistema educativo es una de esas instituciones públicas. (Geertz, 1987; Mithen, 1996)

1.- La escuela transmite la cultura de una sociedad.

El sistema educativo transmite conocimientos, artes, destrezas, lenguajes, convenciones, actitudes y valores; de esta manera pone a disposición de las jóvenes generaciones parte del capital intelectual, emocional y técnico con el que cuenta la sociedad. La cultura es, fundamentalmente, creación y descubrimiento. Las matemáticas son parte de la cultura que se transmite por medio del sistema educativo. Las matemáticas son conocimiento social y público, forman parte de las

estructuras de significado, que dan sentido y dotan de objetividad a nuestra

información, constituyéndola en conocimiento fundado. Es por ello que hablamos de *educación matemática*.

(Ortega, 1914; Stenhouse, 1984)

## 2.- La enseñanza es una actividad científica.

La educación implica una actividad intelectual intensa de carácter explicativo, en la que se presentan, discuten e interiorizan estructuras conceptuales y herramientas intelectuales apropiadas para la representación, comprensión y transformación del medio propio de los escolares y del mundo en general.

La educación proporciona sentido a la naturaleza y al medio social, y puede considerarse como actividad científica genuina.

La educación matemática tiene los rasgos epistémicos básicos de una actividad científica, ya que inicia y desarrolla en los jóvenes sus capacidades para explicar, predecir y controlar los fenómenos naturales, físicos y sociales mediante el dominio de familias de procedimientos convencionales y de estructuras formales. Descubrimiento y creación son núcleos del conocimiento y de la educación matemática.

(Echevarría, 1995; San Martín, 1999)

3.- En el trabajo del profesor hay tareas de investigación.

Aceptar la enseñanza como tarea científica implica asumir cierta autonomía para el profesor, basada en un papel investigador. El profesional de la educación asume algunas características del investigador, como la capacidad para un ejercicio profesional autónomo mediante el análisis sistemático, el trabajo en equipo, el estudio de la labor de otros profesores y la falsación de innovaciones curriculares mediante criterios empíricos basados en procedimientos de verificación en el aula. La investigación sobre desarrollo del currículo se basa en estudios realizados en clases escolares y se sostiene sobre el trabajo y experiencias de los profesores. El profesor-investigador se preocupa por comprender mejor su propia práctica y se propone interpretar la propia experiencia.

(Howson, Keitel & Kilpatrick, 1981; Stenhouse, 1984; Shöm, 1998)

4.- La ciencia es una actividad de resolución de problemas.

La ciencia se propone dar respuestas a cuestiones reales y contribuir a mejorar el mundo, no sólo el mundo físico sino, principalmente, el mundo social. Ello implica mejorar nuestro conocimiento.

Además de conocimiento, la ciencia es un conjunto de intervenciones en el mundo, cuyos objetivos no se circunscriben a la búsqueda de la verdad o a un mejor conocimiento de la realidad; la ciencia es acción modificadora y transformadora de la realidad o del mundo. El saber científico es un factor de transformación del mundo; lo esencial de la ciencia es su capacidad innovadora. (Laudan, 1986; Echevarría, 1995)

5.- La educación matemática es una actividad científica.

Desde nuestra posición, la educación matemática se propone intervenir en la sociedad mediante la identificación, planteamiento, tratamiento y resolución de los problemas que surgen en el sistema educativo conectados con la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Mediante el conocimiento fundado de tales problemas la educación matemática se propone transformar la sociedad. (Rico, Sierra y Castro, 1999)

- 6.- En educación matemática se pueden distinguir, al menos, tres niveles de interpretación:
- 6.1.- Educación matemática como conjunto de conocimientos, artes, destrezas, lenguajes, convenciones, actitudes y valores, centrados en las matemáticas y que se transmiten intencionalmente por medio del sistema escolar.

A diferencia de la matemática, la educación matemática no se reduce a conocimiento y dominio de destrezas.

El profesional de la enseñanza está ocupado en este nivel de interpretación y en la resolución de los problemas que aquí surgen. Este es su ámbito de investigación.

En este caso la educación matemática estudia gran variedad de acciones, términos, símbolos, técnicas, actitudes y recursos utilizados para construir y aplicar las matemáticas; también sus modos de empleo para comunicar conocimientos y organizar grandes parcelas de la actividad intelectual, científica, económica, cultural y social, tal y como ha ocurrido a lo largo de la historia.

La educación matemática, en este nivel, se propone estructurar el conocimiento matemático y enriquecer su significación de manera apropiada, incorporando otros significados distintos del formal y veritativo, con el fin de que este conocimiento sea transmitido y aprendido. Su campo de trabajo está en el aula o en el sistema escolar organizado en aulas

6.2.- Educación matemática como conjunto de procesos implicados en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, es decir, en la construcción, comprensión, transmisión y valoración del conocimiento matemático, que ocurren con carácter intencional y tienen lugar mediante interacciones entre profesores y

alumnos al asignar y compartir significados.

A diferencia de la pedagogía y de la psicopedagogía, la educación matemática no reduce los procesos de enseñanza y aprendizaje a sus aspectos convencionales y generales, sino que los conecta con unos determinados conocimientos matemáticos.

El profesional de la enseñanza (como experto) y el formador de profesores (como profesional) están ocupados en la resolución de los problemas que surgen en este nivel de interpretación. También es un ámbito posible de investigación.

En este caso la educación matemática analiza y estudia las condiciones para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas mediante aproximaciones de carácter explicativo e interpretativo, en las que se presentan, discuten e interiorizan estructuras conceptuales y herramientas intelectuales apropiadas. Su campo de estudio se amplía a la globalidad de centros escolares y centros de formación de profesores.

6.3.- Educación matemática como disciplina que estudia los problemas que surgen durante los procesos de explicitación, organización, comunicación, transmisión, construcción y valoración del conocimiento matemático.

Nos referimos ahora a una disciplina específica que, en España, se denomina Didáctica de la Matemática. Los problemas que estudia la Didáctica de la Matemática surgen en los ámbitos antes mencionados: innovación curricular y formación del profesorado de matemáticas. También estudia los problemas teóricos y metodológicos debidos a su fundamentación como disciplina.

La Didáctica de la Matemática tiene sus propios expertos, que son los investigadores de las universidades y centros especializados de investigación. Estos expertos son los que, en un sentido social y académico restrictivo, se consideran investigadores en educación matemática.

En este caso la Didáctica de la Matemática indaga con fines epistémicos los problemas que surgen del ámbito curricular, de la evaluación, de la formación del profesorado y de la teorización y fundamentación de la propia disciplina.

Esta disciplina se ocupa de estudiar e investigar los problemas de la educación matemática y proponer marcos explicativos para su resolución. Su campo de trabajo se amplía a la totalidad del sistema educativo y también a los sistemas no estructurados de formación matemática.

(Abrantes et al., 1996; Nissen & Blomhøj, 1993; Rico, Sierra y Castro, 1999)

#### 7.- ¿Qué es investigar en educación matemática?

Investigación científica es la actividad basada en el método científico.

Método científico es el método basado en la observación y el análisis sistemático de hechos, formulación de hipótesis y teorías y comprobación de su validez.

Hipótesis: proposición especulativa o supuesto inicial cuya validez ha de ser confirmada por la observación o el razonamiento.

Teoría: representación abstracta simplificada de un conjunto de fenómenos que logra una explicación científicamente plausible de los mismos.

Los problemas que surgen en los ámbitos de reflexión antes mencionados pueden ser objeto de investigación científica para la educación matemática.

Una investigación en educación matemática selecciona sus problemas en los ámbitos mencionados y se atiene a las condiciones generales de la investigación científica: indagación sistemática con fines epistémicos.

Niss (1998) considera una disciplina (didáctica de la matemática), unos esfuerzos, unas aproximaciones y unas actividades.

(RAC, 1996; Kilpatrick, 1992; Puig, 1998)

#### 8.- Cuestiones abiertas.

Las consideraciones anteriores dejan multitud de cuestiones abiertas:

- ¿Cuáles son los temas propios de la investigación en educación matemática?
- ¿Qué especificidad añade lo matemático a la investigación educativa?
- ¿Hay criterios para distinguir la adecuación o no adecuación de un tema de investigación?
- ¿Quiénes tienen legitimidad para llevar a cabo una investigación?
- ¿Cómo diferenciar los estudios sobre innovación de la investigación genuina?
- ¿Qué tipologías generales hay sobre investigación en educación matemática?
- ¿Qué estatus tiene el investigador en educación matemática? ¿cuál debiera tener?
- ¿En qué instituciones debe realizarse la investigación?
- ¿Cuál es la comunidad ante la que se presentan y validan las investigaciones?
- ¿Cómo se evalúa una investigación en educación matemática?

Muchas de estas cuestiones dependen de las condiciones de cada país, de cada sistema educativo, de cada institución universitaria. La discusión sobre la calidad de la investigación pone de manifiesto estas preocupaciones y debiera aproximar una respuesta a algunas de las cuestiones planteadas.

# Il ¿Qué es una investigación de calidad en educación matemática?

#### Postulados:

- 0.- Preocupación constante por la calidad de la investigación.
- La preocupación por la calidad de la investigación en educación matemática ha sido una constante desde el despegue de este campo de indagación, y ha ido en paralelo con el avance de la metodología para la investigación educativa. (Freudenthal, 1982; Begle, 1979).
- 1.- Necesidad de criterios.
- El desarrollo de la investigación educativa y un interés sistemático por la calidad de los resultados han obligado a establecer estándares y determinar criterios para la valoración de estas investigaciones. (Wittrock, 1986; Shumway, 1980)
- 2.- Los criterios para valorar la investigación educativa están estandarizados. Entre los criterios mas usuales encontramos: Empiricidad, Factibilidad, Claridad, Pertinencia para la comunidad, para la práctica o para la teoría, Originalidad, Eticidad y Precisión (Fernández, 1995). Cada uno de estos criterios explicita alguna preocupación básica de los investigadores en educación.

Criterio	Explicitación
Empiricidad	¿Es posible recoger algún tipo de información para dar respuesta al problema? ¿Son adecuados los intrumentos utilizados? ¿Es replicable?
Factibilidad	¿Es posible resolver el problema con los medios disponibles? Los resultados ¿son predecibles?
Claridad	¿El enunciado está organizado y estructurado con brevedad y concisión? ¿El problema está enunciado con rigor y precisión?
Pertinencia para la comunidad	¿Es asimilable a algún tópico dado en una agenda de investigación? ¿Conecta con otros problemas ya estudiados?
Pertinencia para la práctica	¿Sería de utilidad inmediata para la práctica? ¿Cuál sería su ambito de aplicación?
Pertinencia para la teoría	¿Se sostiene sobre un marco teórico coherente? ¿Es, potencialmente, falsador o generador de teoría?
Originalidad	¿Es probable que haya sido considerado previamente? ¿Oferta un nuevo punto de vista para algún problema conocido?
Eticidad	¿Conllevaría su resolución algun tipo de daño o agravio a alguién?
Precisión	¿Hay un análisis conceptual coherente? ¿Son precisos los términos que establecen el enunciado del problema?

Fiabilidad y validez suelen considerarse criterios de calidad para los instrumentos de investigación

3.- Los criterios para evaluar la investigación en educación matemática no son específicos.

Los criterios utilizados para evaluar la calidad de la investigación en educación matemática coinciden, en términos generales, con los establecidos por los expertos en educación. Freudenthal (1982) presentó tres criterios de calidad: fiabilidad, validez y pertinencia, y discutió el sentido de estos criterios para nuestra disciplina.

Kilpatrick y Sierpinska (1993) consideraron tres aproximaciones generales a la investigación educativa: positivista, fenomenológica y crítica; después de analizar estos paradigmas adoptan una posición holística respecto de las aportaciones a la investigación educativa:

No single research method can address the full range of questions of interest to mathematics educators (p. 17).

Estos autores establecen una serie de criterios para evaluar la calidad de la investigación en educación matemática, que se derivan de los criterios generales. Los criterios considerados son: Pertinencia, Validez, Objetividad, Originalidad, Rigor y precisión, Predicitibilidad, Reproducibilidad y Conexiones; estos criterios

Criterio	Explicitación
Pertinencia	¿Para qué o para quién es importante la investigación? ¿Qué se va a mejorar? ¿Qué utilidad va a tener?
Validez	¿Cómo se justifica la interpretación que se hace de la investigación? ¿Qué consecuencias se derivan?
Objetividad	¿Hasta qué punto es posible refutar las conclusiones y argumentos utilizados?
Originalidad	¿Hasta que punto la investigación muestra ideas conocidas en una nueva perspectiva?
Rigor y precisión	¿Qué precisión tienen las observaciones realizadas? ¿Con que exigencias se han llevado a cabo? ¿Qué precisión tienen los criterios para interpretar las informaciones obtenidas?
Predictibilidad	¿Qué explicación se deriva del estudio? ¿Qué comprensión proporciona? ¿hasta que punto se anticipan las actuaciones de alumnos y profesores?
Replicabilidad	¿Están claramente descritos los procedimientos utilizados? ¿Sería posible para otro investigador replicar el estudio? ¿Es pública la totalidad de la información?
Conexiones	¿De qué modo está relacionado el estudio con la matemática y con la educación?

## 5.- Limitaciones actuales.

Aún no se ha dado respuesta satisfactoria a la cuestión de la calidad de la investigación en educación matemática.

La dependencia de los criterios generales de valoración muestran cierta debilidad teórica. La especificidad matemática no queda recogida explicitamente por los criterios. Tampoco las condiciones propias de la educación matemática.

# III ¿Cuáles son las condiciones fundamentales para realizar investigación de calidad en educación matemática?

1.- El planteamiento de la pregunta no permite respuesta.

En los términos en los que viene enunciada esta pregunta resulta excesivamente categórica. Como se ha mencionado, hay diversos niveles de reflexión en la investigación en educación matemática; también hay diversidad de intereses, de tipos de investigación y de condiciones institucionales en las que llevar a cabo la investigación. Para buscar respuesta hay que contextualizar la pregunta, hay que proporcionar una serie de indicadores que permitan dar respuesta apropiada.

2.- Los criterios de calidad tienen una caracterización precisa pero su aplicación no es fácil y carece de consenso.

## Consideramos tres dificultades:

2.1.- Coherencia y consistencia interna no entran en los criterios usuales.

Una investigación debe formar parte de un marco teórico, de un modo de entender la educación matemática y abordar sus problemas. La coherencia entre el marco elegido, la metodología empleada, el problema estudiado y los medios puestos en funcionamiento deben ser evaluables con criterios precisos. En términos generales, las investigaciones aisladas carecen de calidad.

2.2.- Los criterios establecidos parecen no tener fuerza intrínseca.

Trabajos superficiales pueden satisfacer formalmente los criterios generales y cubrir una apariencia de calidad. Para evaluar adecuadamente una investigación en educación matemática se necesita tener cierto dominio en profundidad del marco de los investigadores y una intuición que no se contempla en los criterios.

2.3.- La evaluación de la calidad no se justifica públicamente.

En los países europeos no hay sistema público y regular de evaluación de la investigación; no es usual explicitar con objetividad la valoración de los trabajos de investigación y de sus resultados. Se acepta implícitamente un relativismo considerable, que no permite profundizar en los criterios.

## 3. Componentes de la investigación.

El proceso de investigación tiene dos componentes: teorización y estudio empírico. Entendemos estas dos acciones y sus relaciones dialécticas en el sentido de Popper para caracterizar el conocimiento científico: el propósito de la ciencia es captar verdades significativas sobre el mundo, y para hacerlo debe formular teorías potentes. Las teorias son conjeturas sobre la naturaleza de la realidad que permiten resolver los problemas que crea el que nuestras expectativas no se realicen. Forma parte del proceso consciente de construcción de teorías el que para ello utilicemos con toda libertad cualquier material: mitos, costumbres, prejuicios o suposiciones; lo importante es lo que hacemos con esas teorías, no su procedencia; lo esencial es el carácter explicativo y fundado con el que se utilizan. Una vez formulada una teoría, debe ser severamente criticada tanto por su análisis lógico como por su contrastación empírica.

Las acciones de teorizar y de indagar empíricamente caracterizan la investigación en cualquier disciplina y están interrelacionadas. (Popper, 1979; Jaeger, 1988; Bloor, 1991).

## 4. Condiciones básicas y peligros a conjurar.

Condiciones básicas para la investigación de calidad son un marco teórico coherente, unos criterios metodológicos consistentes y una comunidad científica crítica y constructiva.

Peligros que se deben evitar:

personalismos, ambiciones infundadas, fraccionamiento de personal y recursos; jergas confusas, fundamentaciones poco coherentes, teorías ad hoc; desconocimiento de los principios metodológicos básicos, tratamientos innecesarios, ausencia o insuficiencia de las categorías de análisis; escasa definición del problema; inadecuación entre teoría, problema y tratamiento; esfuerzo escaso o limitado en la interpretación y análisis de los resultados. (Romberg, 1992; Eco, 1992)

#### 5.- Balance actual

La investigación en educación matemática parece sostenerse sobre criterios de calidad bien fundados, pero estos criterios no contemplan la especificidad del campo.

No parece haber consenso sobre el modo de establecer la calidad de las investigaciones en educación matemática. Es relativamente sencillo reconocer la calidad de una investigación cuando la tiene; mayor dificultad encontramos para explicar la falta de calidad en muchos otros trabajos.

La ausencia de un sistema público de valoración impide discutir los criterios existentes y compartirlos en una comunidad más amplia.

El proceso de formación de investigadores proporciona una oportunidad única para establecer con firmeza criterios de calidad.

#### Referencias:

**Abrantes**, **P. Cunha**, **L. & ponte**, **J.P.** 1996. *Investigar para aprender matemáticas*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

**Begle, E.** 1979 *Critical Variables in Mathematics Education.* Washington: Mathematical Association of America.

**Bloor, D.** 1991 *Knowledge and Social Imagery*. Chicago: The University of Chicago Press

**Eco**, **U.** 1992. *Como se hace una tesis.* Barcelona: Gedisa Editorial.

Echevarría, J. 1995. Filosofía de la Ciencia. Madrid: Editorial Akal.

**Fernández**, **A.** 1995. *Métodos para evaluar la investigación en Psicopedagogía.* Madrid: Editorial Síntesis.

**Freudenthal, H.** 1982. Fiabilité, Validité et Pertinance -criteres de la recherche sur l'Enseignement de la Mathématique. *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 13, pp. 395-408.

Geertz, C. 1987. La interpretación de las culturas. Barcelona: Gedisa.

Howson, G.; Keitel, K & Kilpatrick, J. 1981. Curriculum Development in Mathematics. Cambridge: Cambridge University Press.

**Jaeger, R.** 1988. *Complementary Methods for research in education.* Washington: American Educational research Association.

**Kilpatrick, J.** 1992 History of Research in Mathematics Education. En Grouws, D. Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. New York: Macmillan

Laudan, L. 1986. El progreso y sus problemas. Madrid: Encuentro Ediciones.

**Mithen, S**. 1996. Arqueología de la mente. Orígenes del arte, de la religión y de la ciencia. Barcelona: Grijalbo-Mondadori.

**Niss, M.** 1998. Aspects of the Nature and State of Research in Mathematics Education. Roskilde: Roskilde University IMFUFA.

**Nissen, G. & Blomhøj, M.** 1993. *Criteria for Scientific Quality and Relevance in the Didactics of Mathematics*. Roskilde: Roskilde University IMFUFA.

Ortega y Gasset, J. 1914. *Meditaciones del Quijote*. Obras Completas Tomo I (1983) Madrid: Espasa Calpe.

Popper, K. 1979. El desarrollo del conocimiento científico. Buenos Aires: Paidós.

**Puig, L.** 1998. *Investigar y enseñar. Variedades de la educación matemática.* Bogotá: Una empresa docente.

Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales 1996. Vocabulario Científico y Técnico. Madrid: Espasa Calpe.

Rico, L., Sierra, M. y Castro, E. (en prensa). Didáctica de la Matemática. Madrid: Editorial Síntesis.

**Romberg, T.** 1992 Perspectives on Scholarship and Research Methods. En Grouws, D. *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan

San Martín, J. 1999. Teoría de la cultura. Madrid: Editorial Síntesis.

Schöm, D. 1998. El profesional reflexivo. Barcelona: Paidós.

**Shumway**, R. 1980. Research in Mathematics Education. Reston VA: National Council Teachers of Mathematics.

Stenhouse, L. 1984. Investigación y desarrollo del curriculum. Madrid: Morata.

Wittrock, M.C. 1986. Handbook of Research on Teaching. A Project of the American Educational Research Association. New York: Macmillan.