LAS SECUENCIAS DIDÁCTICAS CON ENFOQUE CONSTRUCTIVISTA: EL CASO DE LA FUNCIÓN VALOR ABSOLUTO

María Guadalupe Ordaz Arjona
Universidad Autónoma de Yucatán (México)
oarjona@uady.mx

Campo de investigación: gráfica y funciones. Nivel educativo: superior
Palabras clave: secuencia didáctica, constructivismo, función, valor absoluto

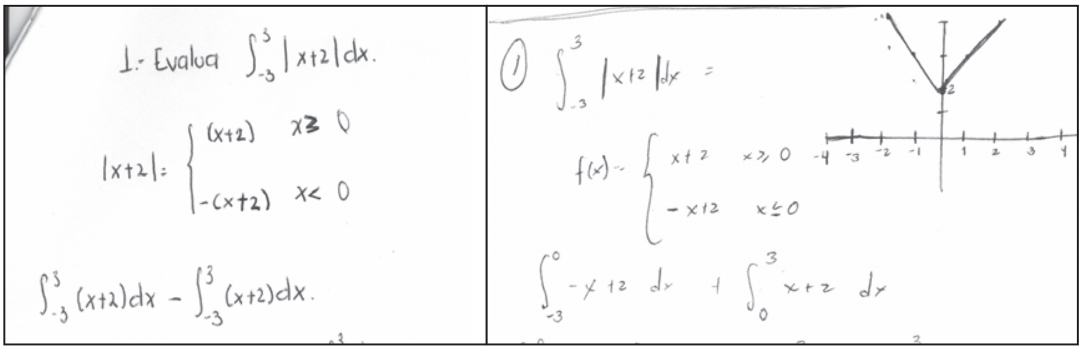
Resumen
El presente escrito reporta los resultados de una investigación desarrollada en la Facultad de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Yucatán (UADY) con el propósito de valorar la utilidad del uso de una secuencia didáctica basada en un enfoque constructivista, para conducir a los alumnos a la construcción del concepto de función valor absoluto.

Introducción

Tradicionalmente, se ha considerado que el éxito en la enseñanza de las matemáticas depende de un profesor ejemplar, suponiendo que el aprendizaje de los alumnos depende únicamente de la atención que presten a la exposición del profesor, del dominio que éste tenga del contenido del curso, así como de sus habilidades docentes.
Cantoral et al (2000) señalan que una creencia ampliamente difundida respecto a la relación entre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas supone una relación de transferencia simple de la enseñanza hacia el aprendizaje, el alumno "graba" lo que se le comunica por medio de la enseñanza, pero las investigaciones contemporáneas demuestran lo inexacto de este punto de vista y hacen evidente que los alumnos construyen regularmente conocimientos que no forman parte del discurso de la enseñanza y resultan con frecuencia inadecuados e incluso erróneos desde el punto de vista matemático.
Hoy en día emergen concepciones que consideran la actividad matemática en un sentido más amplio, según las cuales, toda actividad humana depende de una enorme variedad de restricciones de naturaleza cultural, histórica e institucional. Factores como la motivación, la afectividad, la imaginación, la comunicación, los aspectos lingüísticos o de representación desempeñan un papel fundamental en la conformación de las ideas matemáticas entre los estudiantes. Desde esta perspectiva nuestra forma de aprender matemáticas es el resultado de construcciones sucesivas, cuyo objetivo es garantizar el éxito de nuestra actuación ante una cierta situación. Esta visión rompe con el esquema clásico de enseñanza, según el cual el maestro enseña y el alumno aprende. El papel del profesor en esta perspectiva es mucho más activo; sobre él recae mucho más la responsabilidad del diseño y coordinación de las situaciones de aprendizaje; enseñar debe ahora consistir en crear las condiciones que produzcan la apropiación del conocimiento por parte de los estudiantes, mientras que para el estudiante, aprender debe implicar involucrarse en una actividad intelectual cuya consecuencia final es la disponibilidad de un conocimiento.

La problemática

El actual plan de estudios de las escuelas preparatorias de la Universidad Autónoma de Yucatán, propone el uso de un nuevo paradigma bajo el cual, el estudiante de matemáticas debe construir nuevos conocimientos a partir de otros previos, y que dichos conocimientos sean significativos y no sólo memorísticos. Sin embargo, al entrar en marcha dicho plan de estudios, los profesores se encuentran con la falta de las herramientas adecuadas para conducir a sus alumnos a lograr este objetivo. Es así que nuestro énfasis está en el diseño de actividades adecuadas para favorecer el aprendizaje significativo de los estudiantes, mediante acciones que le permitan analizar, conjeturar, construir su propio conocimiento.
Por otra parte, si abordamos la problemática de la enseñanza de la matemática y particularmente del concepto de función, tenemos que es un de los más difíciles tanto para enseñar como para aprender y que su enseñanza tiende a sobrevalorar los procedimientos analíticos y la algoritmización, dejando de lado los argumentos visuales (Cantoral, Montiel 2001).
La problemática que se aborda en esta investigación tiene su origen en situaciones de precálculo y cálculo, propiamente en el nivel medio superior y superior. En la enseñanza en ambos niveles, la noción de función valor absoluto resulta esencial para las definiciones de conceptos fundamentales referentes al cálculo diferencial e integral. Sin embargo, la mayoría de las veces en su estudio, únicamente se enumeran las propiedades de éste, sin preocuparse por el uso de situaciones de enseñanza que permitan la asimilación del concepto por parte de los estudiantes y aún alumnos que han ingresado a una licenciatura del área de matemáticas, muestran no haber comprendido el concepto de "función valor absoluto", lo cual en un principio pareciera no ser un problema, pero que a la larga se ve reflejado en Cálculo que es una de las asignaturas con mayor índice de reprobación, aún a nivel superior, como lo reportan Ávila y Aparicio (2006), ya que al pedir evaluar $\int_{-3}^{3} |x+2|\,dx$, a estudiantes que han cursado tres cursos de cálculo de nivel superior, cometen errores de tipo conceptual, entre los cuales se encuentran aquellos relacionados con el concepto de valor absoluto, por ejemplo:



Consideraciones metodológicas

Nuestra investigación se basó en el empleo de la metodología de la investigación cualitativa y entre las actividades desarrolladas, destacamos:

Una prueba diagnóstica denominada *test precurso*, aplicada a 20 estudiantes y cuyo objetivo era determinar si los estudiantes tenían los requisitos previos principalmente de álgebra, además de explorar sobre sus conocimientos en relación al concepto de función valor absoluto y los errores cometidos por los alumnos que se deban a la falta de comprensión de dicho concepto.

Con base en la prueba diagnóstica que da muestra de los mismos errores reportados en (Aparicio, Ávila 2006), se *diseñó una secuencia didáctica*, entendiendo ésta como un conjunto de actividades ordenadas, estructuradas y articuladas con grados crecientes de complejidad para la consecución de ciertos objetivos. Las secuencias deben estar diseñadas de manera tal que permitan al estudiante tener acercamientos iniciales al contenido y avanzar paulatinamente a niveles más amplios de comprensión y generalización.

La secuencia didáctica elaborada en este trabajo pretende llevar al alumno a construir la definición de función valor absoluto, así como propiciar que transite libremente por los registros de representación gráfico y analítico, con énfasis en el análisis de las gráficas, se consideraron tanto para el diseño como en la implementación de la secuencia aspectos constructivistas como son: partir del nivel de desarrollo del alumno, posibilitar que los alumnos realicen aprendizajes significativos por si solos y procurar que los alumnos modifiquen sus esquemas de conocimiento; teniendo en cuenta además, que en la perspectiva constructivista, es la actividad del sujeto lo que resulta primordial; no hay "objeto de enseñanza" sino "objeto de aprendizaje" (Moreno, 1992). La secuencia didáctica consta de seis actividades diseñadas mediante preguntas que permitan al alumno conjeturar ideas relacionadas con el concepto de función valor absoluto. La esencia para la realización de dicha secuencia fue el análisis de las rectas $y=x-c$ y $y=-(x-c)$ y la intersección de las mismas. Dichos análisis se hace con el apoyo del software graphmatica, que permitió visualizar el comportamiento de las gráficas de las funciones, se consideró el uso del mismo, sabiendo que la tecnología es un medio entre el estudiante y desarrollo de pensamientos matemáticos y tiene la capacidad de ofrecernos medios alternativos de expresión matemática (Moreno, 1992).

En *la implementación de la secuencia didáctica* intervinieron tres aspectos: la puesta en escena de la secuencia, los estudiantes que participaron en la misma y la dinámica que se utilizó para llevar a efecto la secuencia. A continuación se explica en que consistió cada uno de estos elementos.

La puesta en escena de la secuencia tuvo lugar en la ciudad de Mérida, en las instalaciones de la Facultad de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Yucatán, en una sala de cómputo, equipada con computadoras para cada alumno y una para el profesor, 2 videocámaras, videoproyector, aire acondicionado, etc. Participaron seis estudiantes los cuáles eran recién egresados de bachillerato y admitidos a la Facultad de Matemáticas para cursar las carreras de Licenciatura en Enseñanza de las Matemáticas, Actuaría y Ciencias de la Computación, éstos conformaron dos equipos de trabajo, uno de ellos era aquellos estudiantes que en el test precurso no respondieron correctamente ninguna cuestión del apartado correspondiente a la función valor absoluto y que al entrevistarnos decían no haberlo abordado en el bachillerato, los otros tres estudiantes, reconocían haberlo visto en bachillerato, y que al entrevistarlos a pesar de haber respondido correctamente al menos dos reactivos no supieron dar una justificación aceptable al porqué de su respuesta.

La secuencia didáctica se abordó mediante un taller con duración de 4 sesiones de una hora treinta minutos cada una, en cada sesión del mismo, los estudiantes fueron quienes trabajaron la mayor parte del tiempo, la resolución de cada actividad constaba de dos etapas, en la

primera los estudiantes la abordaban individualmente y en la segunda en equipo. A cada estudiante se le proporcionó hojas de trabajo que corresponden a las actividades de que consta la secuencia, los estudiantes respondieron a los cuestionamientos que se les hacía en cada actividad apoyándose en el software graficador, posteriormente se trabajó la actividad en equipo, se les pidió que discutan sus resultados de cada actividad y llegaron a una conclusión plasmando sus resultados en una hoja de trabajo por equipo.
Después de la resolución individual y la discusión en equipo, se llevó a cabo la discusión del desarrollo de la misma con todo el grupo integrando los resultados para después formalizar la idea o concepto objeto de estudio. Después de cierto número de actividades, se le propondrá al alumno otra en la cuál deberá generalizar la definición de valor absoluto funciones de la forma $y = |x - c|$ donde c es un número real cualquiera, esta actividad con el propósito de llevarlos al desequilibrio, posteriormente se les proporciona una actividad en la que pueden confrontar las respuestas dadas en la actividad anterior, así como ver diferentes casos que le permitan la acomodación y finalmente se les pide generalizar, no sólo a funciones de la forma $y = |x - c|$ sino $y = |ax - c|$ cuando $a \neq 1$.
Una vez concluido el taller, se les aplicó una prueba denominada *test postcurso* el cual tenía como propósito evaluar el avance de los estudiantes después de cursar el taller, así como valorar el impacto de la secuencia didáctica con enfoque constructivista.

Resultados

Los resultados del test postcurso muestran que hubo una mejora del 95 % respecto a los resultados obtenidos en el test precurso en lo que respecta al concepto de función valor absoluto, sin embargo, esto no es suficiente para dar una conclusión, por lo cual, una vez efectuada la puesta en escena, se procedió al análisis de los datos: las actividades efectuadas por los estudiantes, los videos, grabaciones y notas.
Para dar lectura a los datos se acudió al análisis a priori, para tratar lo hipotético, y al análisis a posteriori, para tratar lo que realmente hicieron los estudiantes, y finalmente se confrontaron ambos análisis. Como ejemplo, mostraremos las respuestas de uno de los estudiantes en donde se muestra su avance al resolver cada una de las actividades:

Actividad 1

abs x = { Es aquella que nos permite encontrar valores para las abcisas.

Actividad 2

abs (x – 1) = { Como aquella que al restarle 1 Se corre un valor con respecto a x

Actividad 3

$$abs\,(x+2) = \begin{cases} x+2, & x \geq -2 \\ -(x+2), & x > -2 \end{cases}$$

Actividad 4

$$abs\,(x-c) = \begin{cases} x-c, & x \\ -(x-c), & \end{cases}$$

Actividad 5

Después de analizar diversos casos particulares correctamente, no da respuesta alguna. **S**in embargo como equipo responden correctamente:

$$\textit{abs}\ (x - c) = \begin{cases} x - c, & x \geq c \\ -(x - c), & x < c \end{cases}$$

Actividad 6

$$\textit{abs}\ (ax - b) = \begin{cases} \cancel{a-b}\ ax - b, & x \geq b \\ -(ax - b), & x < b \end{cases}$$

Al igual que en el ejemplo anterior, la investigación muestra gran avance en cada uno de los estudiantes, tanto para los que no habían abordado dicho concepto en bachillerato como los que si reconocían haberlo abordado y recordaban la definición.

Como lo señala la teoría de Asimilación de Ausubel, el alumno aprende significativamente cuando es capaz de relacionar las nuevas ideas con algún aspecto esencial de su estructura cognitiva, al respecto, nos pudimos percatar, que varios de los problemas presentados por los alumnos, son debidos a la falta de comprensión del concepto de función, lo cual no se consideró como requisito en el test precurso, pero que consideramos es de suma importancia para comprender el caso particular de la función valor absoluto.

Se pudo observar que hubo aprendizaje significativo por parte del alumno, pues aunque al final de la actividad aún presenta algunas dificultades para definir la función, al interactuar con el software y las gráficas de las funciones, el alumno logra atribuir significado a lo que está realizando, pudiendo transitar por más de un registro de representación del concepto en cuestión, además de que logra observar las transformaciones que sufre la función $f(x) = |x|$ cuando es afectado por un parámetro, en este caso "c", esto es, al considerar $f(x) = |x - c|$.

Nos pudimos percatar que las respuestas dadas por el alumno al resolver la actividad individualmente, varían notablemente respecto a las presentadas después de discutir con sus compañeros, el desarrollo alcanzado por el alumno individualmente, lo que cada alumno fue capaz hacer solo, puede compararse con el desarrollo potencial del mismo, observando que aquello que no fue capaz de hacer por si mismo, le fue posible hacerlo con ayuda de sus compañeros, lo cual mostró su desarrollo potencial.

En general, podemos decir que se logró que los alumnos discutan, reflexionen, conjeturen, así como convenir en una respuesta, muestran cierto progreso a medida que se van enfrentando a las actividades, logran generalizar la definición para cualquier valor real, recurren a las gráficas antes de dar una respuesta, lo cual muestra que se logró cierto avance respecto a que no sea lo algebraico quien domine.

Sin embargo, los alumnos siguen presentando problemas que aparentemente son de notación pero que se deben entre otras cosas a problemas más importantes como son los debidos al dominio del concepto de función, a pesar de dar respuestas correctas, sus argumentaciones muestran que es necesario hacer un análisis más profundo de los factores que lo llevan a cometer los errores, no sólo en el concepto de función sino en otros conceptos propios del Cálculo, además de que al hacer la confrontación entre el análisis a priori y el a posteriori, concluimos entre otras cosas que la secuencia debe ser rediseñada en base a un análisis de los factores que influyen en los estudiantes y los llevan a cometer esos errores conceptuales, pero que en sí, las secuencias didácticas sin son una herramienta útil, tanto para profesores como para estudiantes en lo referente al logro de aprendizajes significativos y a la construcción del conocimiento por parte de los estudiantes.

Referencias bibliográficas

Aparicio, E., Ávila, E. (2006). Un estudio de las dificultades que presentan estudiantes en el área de cálculo. En *Memorias del V Encuentro de Investigación Educativa*. Mérida, Yucatán, México.

Cantoral, R., Farfán, R., Cordero, F., Alanís J., Rodríguez, R. y Garza, A. (2000). *Desarrollo del pensamiento matemático*. México: Trillas.

Cantoral, R., Montiel, G. (2001). *Funciones: Visualización y Pensamiento Matemático*. México: Prentice-Hall.

Moreno, L. (1992). Fundamentación cognitiva del currículo de matemáticas. Madrid, España: Síntesis.