VISIÓN ABSOLUTISTA DEL PRINCIPIO DE IDENTIDAD EN EL CURRÍCULO ESCOLAR DE MATEMÁTICAS

Andrea L. López Pineda, Beatriz Moreno Carrillo
Fac. Psicología UAQ, COBAQ Plantel 17. (México)
allopine@uaq.mx, betthy_moreno@hotmail.com
Campo de investigación: pensamiento algebraico. Nivel educativo: medio
Palabras clave: absolutismo, principio de identidad, bachillerato

Resumen
El presente trabajo indaga, a través de un cuestionario, la interpretación por parte de 40 estudiantes de bachillerato, referida al principio de identidad en expresiones algebraicas y figuras geométricas básicas, los resultados se analizan a la luz de las aproximaciones filosóficas absolutista y falibilista, mostrando una tensión entre las interpretaciones de los estudiantes y la concepción absolutista subyacente en el currículo escolar.

Introducción

El área de matemáticas, no obstante ser de gran importancia en la formación de los estudiantes, es también fuente de los principales obstáculos para desempeñarse adecuadamente desde el punto de vista académico. Es una de las materias con mayor índice de reprobación, igualmente constituye una de las principales causas por las cuales muchos niños y jóvenes abandonan sus estudios. Así mismo es una materia generalmente temida y rechazada por la mayoría de los estudiantes. Lo anterior implica que muchos jóvenes elijan una carrera que no requiera dichos contenidos.
Ante esta problemática los programas de investigación en educación matemática se han enfocado particularmente a encontrar los mecanismos, la metodología que permita a los estudiantes acceder a dicho conocimiento. Sin embargo estos programas dan por hecho que el contenido matemático incluido en las propuestas curriculares, es un contenido establecido con un alto nivel de certidumbre y por lo mismo incuestionable, impidiendo formular cualquier cuestionamiento referido a la naturaleza de la propia matemática como fuente de dificultad para su aprendizaje.
En este trabajo proponemos dirigir la mirada hacia un aspecto que pocas veces se trabaja en la investigación educativa en el área de matemáticas y que se refiere a la cuestionabilidad de los contenidos incluidos en el currículo escolar de matemáticas. Un punto esencial para reflexionar alude a la infalibilidad de los principios lógicos (identidad $A = A$, no contradicción $A \neq$ no A y tercero excluido) como parte fundamental de la construcción del saber matemático. Por ello se presenta un panorama general sobre las diferentes concepciones acerca de la naturaleza de la matemática, como un primer punto, el cual nos permitirá un acercamiento a la lectura de las interpretaciones de los estudiantes a expresiones algebraicas básicas y relacionadas con figuras geométricas elementales.

Posturas en Filosofía de las Matemáticas

Los programas de investigación en educación matemática tienen entre otros objetivos, la búsqueda de estrategias o nuevas metodologías que puedan favorecer el aprendizaje de las matemáticas escolares. Ello implica, aún cuando no se explicite, una posición filosófica con respecto a la perspectiva que se tenga de la naturaleza de las matemáticas.

Existen varias posiciones dentro de la filosofía de las matemáticas, sin embargo, en las clasificaciones que se mencionan con mayor frecuencia destacan dos perspectivas. Una de las cuales es la absolutista, (Ernest, 1998) o fundacionalista, también denominado programa euclideano, en el cual se incluyen aproximaciones tales como la de los intuicionistas, logicistas y formalistas. Otra postura afín es la monológica que tiene aspectos en común con las nombradas también posiciones modernas, y se argumenta, derivan de una filosofía cartesiana y kantiana. Por otra parte, el segundo enfoque designado posmoderno, incluye perspectivas como el socio-constructivismo - influenciado por la filosofía del lenguaje de Wittgenstein-, ésta incide en programas de investigación en educación matemática como en el humanismo, la etnomatemática y la educación crítica de la matemática.
A continuación exponemos de manera muy sintética dichas aproximaciones: La perspectiva absolutista, de acuerdo a Ernest (1994) se fundamenta en las siguientes tesis: 1) El conocimiento matemático parte de verdades indudables 2) La deducciones completamente fiables se logran considerando premisas explícitas, es decir, se puede lograr deducciones enteramente fiables a partir de premisas explícitas; y por último 3) tiene como ideal alcanzar un conocimiento matemático establecido a partir de pruebas impecables, esto es, las propiedades lógicas de las pruebas matemáticas son suficientes para establecer el conocimiento matemático, sin necesidad de mediación humana o de aspectos sociales. Esta postura, expresa Ernest, tiene un carácter eminentemente monológico, y está fundada en la racionalidad cartesiana y el modernismo. De manera particular la perspectiva monológica argumenta que no es necesario el diálogo, conversación o dialéctica en la generación del conocimiento matemático ya que éste surge a partir de cimientos firmes y únicos, los cuales lo fundamentan.
Por otra parte el fundacionalismo, siguiendo a Ernest, incluye las escuelas logicista, formalista e intuicionista, movimientos muy populares en la primera mitad del siglo XX, éstos, toman como fundamento el paradigma euclidiano aspirando a la reconstrucción de una estructura racional de un pensamiento indubitable. Sin embargo, esta aspiración no fue lograda dada la imposibilidad implícita en sus objetivos y por las aportaciones de los propios matemáticos que mostraron las restricciones generadas por este paradigma.
En lo que respecta a las posturas denominadas modernas, generadas particularmente a partir de la filosofía de Descartes y Kant, se puede afirmar que la característica sobresaliente de éstas es el papel preponderante de la razón para acceder al conocimiento. La razón entonces se constituye como la base única que sostiene de manera irrefutable la verdad del conocimiento. Esta propuesta sostiene y a su vez consolida los principios lógicos aristotélicos (identidad, no contradicción y tercero excluido).
Es a partir del siglo XX cuando aparecen posiciones que ponen en tela de juicio las perspectivas absolutistas, fundacionalistas y modernas de la matemática, las cuales hicieron factible el surgimiento de nuevas aproximaciones referentes a la naturaleza y modo de proceder de la matemática, como la posmoderna, cuasi empiricista o falibilista y las dialógicas.
La aproximación posmoderna, niega la existencia de verdades absolutas y la racionalidad como fuente del conocimiento y por lo tanto cuestiona la objetividad. Esta versión posmoderna asume que el saber matemático es un producto social, refuta la lógica aristotélica dando lugar a otras lógicas como la difusa, la cual muestra de manera más aproximada la forma de pensar de los seres humanos (Moslehian, 2004). El trabajo de Wittgenstein y Lakatos ha sido fundamental en el desarrollo de esta postura.

En esa misma línea la visión cuasi-empiricista o falibilista admite la creación de la matemática a partir de la experiencia práctica y situada socialmente, por ello se puede afirmar que el conocimiento matemático es situado, falible, dependiente de la cultura y los individuos que la conforman. La manera de validar dicho conocimiento, así como los métodos empleados dependerán de la ubicación cultural, social e histórica.

Coincidiendo con estas visiones la postura dialógica (Ernest, 1994) afirma que la comprensión es una actividad fundamentalmente textual, simbólica; la clase sustancial de conceptos y contenidos matemáticos se han constituido a través de la participación dialógica o dialéctica de sus creadores, por último considera que la metodología de las matemáticas puede ser tomadas en cuenta de una manera explícita y constitutivamente dialéctica.

En las aproximaciones señaladas anteriormente, el papel que juega la axiomatización –en la cual están implícitos los principios lógicos aristotélicos marca una diferencia considerable entre las posturas modernas y posmodernas, absolutistas y falibilistas,

En el despliegue del contenido matemático escolar, los principios derivados de la lógica aristotélica, generalmente quedan implícitos e incuestionables. Pareciera ser así que la visión absolutista es la que subyace en el currículo de matemáticas en los niveles básico, básico medio y medio superior.

Planteamiento del problema

En este trabajo se indaga sobre las interpretaciones de estudiantes de bachillerato acerca de cómo asumen el principio de identidad (A = A) dentro de contenidos algebraicos elementales y figuras geométricas básicas a fin de identificar si existe una correspondencia entre las interpretaciones hechas por los jóvenes y las posturas filosóficas descritas anteriormente.

Se plantea tal cuestionamiento porque consideramos que uno de los principales obstáculos en el aprendizaje de la matemáticas lo constituye la dificultad que tienen los estudiantes para pensar estrictamente con una lógica bivalente, forma de pensar requerido para desarrollar los contenidos en esta asignatura.

En matemáticas se necesita de manera esencial que se admitan sin más, los principios lógicos, y las normas para trabajar en esta disciplina obedecen a dichos lineamientos, sin embargo, como se ha mostrado en las diferentes perspectivas filosóficas, estos principios no son del todo incuestionables, antes bien son principios establecidos en un momento determinado de la historia de la humanidad

Los jóvenes pueden pensar la realidad y su entorno de múltiples maneras, y por consiguiente no todas se encausarían en una dirección, ellos intentarían darle sentido a partir de su propia experiencia, sin embargo, una petición de principio es abandonar cualquier forma de proceder y de pensar que no sea lógica.

Materiales y Método

Para lograr dicho objetivo se llevaron a cabo reuniones –cinco sesiones de una hora cada una-, con un grupo de estudiantes de bachillerato de cuarto semestre, en las cuales se discutieron algunos aspectos sobre los principios lógicos, fundamentalmente el principio de identidad. Al término de estas pláticas se aplicó un cuestionario – que incluía 11 reactivos- para indagar las posibles interpretaciones de un grupo de 40 estudiantes sobre dicho *principio en expresiones algebraicas elementales. Dos ejemplos del tipo de reactivos propuestos fueron:*

- Dibuja dos ejemplos que correspondan a cada una de las siguientes expresiones:
  1 = 1
  x = x
  x = y
- Señala el número de valores (1,2,3,4...∞) que pueda tener la letra en la siguiente expresión. Justifica tu respuesta 3 + a + a + a = a + 10

Posteriormente, al inicio del siguiente ciclo escolar -quinto semestre- se aplicó un segundo cuestionario referido a la interpretación de este mismo principio en figuras geométricas básicas. Un ejemplo de reactivos para este cuestionario fue el siguiente:
A continuación se presenta una serie de figuras y a su derecha un conjunto de expresiones, tacha el inciso o incisos que correspondan a la figura, puedes marcar una o más opciones. Proporciona la justificación.

a) 1 = 1
b) 1
c) x = x
d) x = y
e) 0tra (Escríbela)

¿Por qué?

- se presentó una línea recta, un triángulo equilátero, dos círculos iguales y un cuadrado y rectángulo

Análisis de resultados

Los resultados obtenidos en el primer cuestionario señalan la dificultad por parte de los estudiantes para reconocer la identidad en las expresiones x = x y 1 = 1 ya que sólo un 3% de los estudiantes alude a la identidad, mientras que la igualdad es reconocida como tal en un 94%. En la expresión x = y, en términos canónicos pudiera interpretarse como igualdad o como relación funcional. Sin embargo los estudiantes la interpretan más como una similitud o relación que como una igualdad en un 72%, donde x y y se asumen como dos cosas diferentes que comparten alguna similitud, categoría, clase o tienen alguna relación.
Por otra parte en expresiones como 3 + a + a + a = a + 10 un 5.5% de los estudiantes considera que la literal puede asumir diferentes valores en dicha expresión, lo que muestra la dificultad para identificar la identidad correspondiente a la literal a, asimismo encontramos en 38 estudiantes, (97%) la imposibilidad de discriminar cuando la literal se refiere a número generalizado, incógnita o en relación funcional.
En términos generales, se podría afirmar que el principio de identidad no parece ser lo más evidente en las expresiones algebraicas, la interpretación más común se refiere a la igualdad. Cuando la variable se presenta en varias ocasiones en una expresión es más evidente que el principio de identidad se ignora, pues le asignan valores diferentes.
Con respecto al segundo cuestionario, las respuestas para la línea recta muestran que el 60% (25 estudiantes) marcan como única respuesta la unidad, sin embargo no hacen referencia a una identidad. El 12% da 1=1 y 1, que pudiera interpretarse como igualdad e identidad, pero no lo explicitan.

En relación al triángulo el 43% (18 estudiantes) marca como respuesta única la unidad, el 14% (6 estudiantes) da respuesta distintas como 1+1+1, x=3, $x \neq x=x$, 3=1, esta última respuesta, según aclaraciones dadas por el estudiante se refería a que los tres lados dan como resultado un triángulo, lo cuál tiene sentido para el estudiante, sin embargo rompe con la formalización matemática.
Para la igualdad entre los círculos 43% (18 estudiantes) dan dos respuestas 1=1 y x=x, indicando que puede ser una igualdad entre la unidad y cualquier valor. El 17% marca sólo x=x que indicaría que los círculos pueden tomar cualquier valor.
Ante la presencia de la figura del cuadrado igualado al rectángulo, el 63% da como respuesta x=y, justificada por una diferencia de tamaño entre las figuras e interpretan el signo de igualdad como una relación de cuadriláteros. Sólo un estudiante marca que $x\neq y$ porque son de diferente tamaño.
Parece que los estudiantes identifican más fácilmente la forma de la figura y sus lados que las relaciones de igualdad o identidad.
Cabe señalar que la forma de proceder en la enseñanza de las matemáticas generalmente pasa por alto las múltiples interpretaciones de los estudiantes, asimismo, tanto en el discurso del profesor como en los contenidos incluidos en los programas textos y apuntes, la diferencia entre igualdad e identidad pocas veces se aborda, por ello, cabría preguntarse el por qué de tal omisión. Pareciera ser, que se asume que los estudiantes han introyectado el principio de identidad sin mayor cuestionamiento y además con la flexibilidad suficiente para moverse entre identidad e igualdad en función del contexto en donde se encuentre.

Conclusiones

Considerando lo anterior, se puede afirmar que en el proceso educativo se esperaría una aceptación tácita de los principios lógicos aristotélicos que subyacen en la práctica docente en matemáticas, no obstante los estudiantes muestran múltiples interpretaciones, alejándose así de la convención propia de esta área del saber.
Por lo tanto consideramos que existiría una tensión entre los programas, el discurso del profesor y los textos de matemáticas que parecen mostrar una visión absolutista y las interpretaciones de los jóvenes que se comprenderían desde una postura falibilista y posmoderna.
Reconocer las posibilidades de sentido mostradas por los estudiantes con respecto al contenido matemático, nos permitiría abrir espacios de trabajo y reflexión para comprender la dificultad generalizada en esta asignatura en los ámbitos educativos. Asimismo daría pauta a otras perspectivas referentes al trabajo en el aula.
Por último cabe preguntarse si el pensamiento lógico bivalente es el medio por el cuál la enseñanza debe continuar.

Referencias bibliográficas

Alemán, A. (2001). *Lógica, matemáticas y realidad*. Edit. Tecnos. España.
Bishop, A. J. (1996). International Handbook of Mathematics Education, 827-876. Kluwer Academic Publisher, Netherlands.

Brown, T. Towards a Hermeneutical Understanding of Mathematics and mathematical Learning. en *Constructing Mathematical Knowledge: Epistemology and Mathematics Education*. Edited by Paul Ernest. The Falmer Press. London.

Ernest, P. (1994). The Dialogical Nature of mathematics., en *Mathematics, Education and Philosophy: An International Perspective*. Paul Ernest. The Falmer Press.

Ernest, P. (1996). The nature of mathematics and teaching, en *Philosophy of Mathematics and Education Journal*. No. 9, November, 1996.

Ernest, P. (2004) What is the Philosophy of Mathematics Education?. En *Philosophy of Mathematics and Education Journal*. No. 18, October 2004.

Gascón, J., Bosch, M. y Bolea, Pilar (2001) ¿Cómo se construyen los problemas en didáctica de las matemáticas? En *Educación Matemática*. Vol. 13.No. 3.Diciembre, 2001. Grupo Editorial Iberoamérica. México.

Hersh, R. (1997). *What is Mathematics really?* Oxford University Press.

Lerman, S. y otros (2002). Developing Theories of Mathematics Education Research: The ESM Story. En *Educational Studies in Mathematics*. 51: pp.23-40. Kluwer Academic Publisher.

Moslehian, M. S. Posmodern View of Humanistic Mathematics. *Philosophy of Mathematics Education Journal*. No. 18 October 2004.

Sierpinska, A y Lerman, S. (1996). Epistemologies of Mathematics and of Mathematics Education en Bishop, A. J. *International Handbook of Mathematics Education*, 827-876. Kluwer Academic Publisher, Netherlands.

Skovsmose y Nielsen. (1996). Critical Mathematics Education. En Bishop, A. J. *International Handbook of Mathematics Education*, 827-876. Kluwer Academic Publisher, Netherlands.