

LA NOCIÓN DE PRAXEOLOGÍA: UN INSTRUMENTO DE LA TEORÍA ANTROPOLÓGICA DE LO DIDÁCTICO POSIBLE UTIL PARA LA SOCIOEPISTEMOLOGÍA

Corine Castela

IUFM Haute-Normandie - Équipe Didirem Université Paris 7

Francia

Corine.Castela@univ-rouen.fr

Campo de investigación: Estudios socioculturales

Nivel: Superior

Resumen. *Esta conferencia se centra en la noción de praxeología. En la primera parte intento mostrar para aquellos que no conocen la TAD una idea de sus orientaciones fundamentales, por lo menos de las que est en juego a continuación. En la segunda parte, presento la definición de la noción de praxeología que dentro de la didáctica de las matemáticas, se encuentra en los trabajos de Y.Chevallard y otros TADistos; la ilustraré con dos ejemplos que vienen de libros de textos chilenos y franceses. En la tercera parte propongo ciertas evoluciones del modelo de Chevallard que, en mi parecer, aumentan la eficacia de este instrumento sin salir de la TAD, específicamente para tomar en cuenta los aspectos dinámicos que también interesan a la socioepistemología.*

Palabras claves: teoría y práctica, producción y circulación de saberes, institución

Este texto resulta como una de las formas que pueden tomar las interacciones entre marcos teóricos diferentes, pero con cierta proximidad: una aproximación hace interpelaciones a la otra, la cual ésta puede entender y tomar en cuenta mediante ciertas evoluciones pertinentes dentro su marco. De esta fase de la interacción que puso en movimiento la segunda teoría puede resultar que la primera teoría se enriquezca a su vez. Así presento aquí el nuevo modelo de la noción de praxeología que, entre otros elementos, los intercambios con especialistas de la Socioepistemología me condujeron a desarrollar dentro de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD). A mi parecer, esta herramienta puede interesar a la Socioepistemología, pero la validación de esta opinión no me corresponde.

Una introducción a la Teoría Antropológica de lo Didáctica

La Teoría Antropológica de lo Didáctico será presentada como la obra del investigador francés Y. Chevallard: quien la introdujo en 1992 en la revista RDM (*Recherches en Didactique des Mathématiques*) y desde esa fecha de fundación le ha dado sus mayores impulsos. Naturalmente, otros investigadores trabajan dentro de este marco y contribuyen en su desarrollo, con un grupo específicamente importante en España, en torno de M.Bosch y J.Gascón (ver por ejemplo las Actas

1195

del Primer congreso sobre la TAD: 2007 *Sociedad, escuela y matemáticas. Aportaciones de la TAD*, Universidad de Jaen).

Uno de los aspectos a destacar es que la TAD se interesa en las dimensiones sociales de los fenómenos didácticos, ya sean de producción, de circulación, de enseñanza del saber así como de aprendizaje. Es decir, esta teoría no pretende agotar la realidad didáctica.

Este enfoque tiene una concepción social de la índole humana. Para realizar su potencial como ser humano, un individuo requiere, en cada momento de su vida, de recursos sociales e históricamente producidos que se ubican fuera de él, en ciertas organizaciones sociales. De ahí, que las nociones de institución y de sujeto sean centrales en la TAD: una *institución* es una organización social estable (una estabilidad que necesita cierta adaptabilidad); en ésta existen *sujetos* que realizan ciertas actividades sociales, bajo ciertas *restricciones* institucionales, aprovechando ciertos *recursos* disponibles en dicha institución. Los objetos siguientes son ejemplos de instituciones: la enseñanza básica chilena, el bachillerato en México, el libro de texto Arráyan 2do Medio, la noción actual de exponente real, como también la demostración matemática, la manera de seducir en una cultura dada.

La noción de Institución es un elemento clave de la TAD, y la de Práctica social un elemento clave de la Socioepistemología, considero que estos elementos son inseparables: uno no se puede definir sin el otro y a la inversa. En el sentido que N.Covián (2005) le da a esta noción, una práctica social es una institución: « la práctica social no es lo que hace en sí el individuo o el grupo, sino aquello que les hace hacer lo que hacen ». Una práctica social crea un marco para el hacer de los individuos dentro del cual, estos son sus sujetos, es decir que según esta práctica, hay maneras de hacer que son posibles y otras que son prohibidas. A su vez, provee a dichos sujetos de recursos que potencian sus actividades. A la inversa, una institución se constituye como tal por las prácticas sociales de institucionalización; acoge, permite y regula prácticas sociales, quizás es por eso, y para eso que se mantiene.

De lo anterior se desprende: en el marco de la TAD toda investigación abarca un estudio institucional, específicamente si se trata de cambiar algo para mejorar una situación.

Se plantean preguntas como: ¿Qué instituciones *Is* influyen en el fenómeno que se estudia y se pretende cambiar? ¿Qué recursos ofrecen las *Is*? ¿Qué restricciones ejercen? ¿Cuáles son los

márgenes de maniobra? ¿Cómo aprovechar estos márgenes? o ¿Cuáles *ls* se deben (pueden) cambiar y cómo? para que lo imposible se vuelva posible. Tal estudio de la ecología de los fenómenos didácticos constituye un momento insoslayable de cualquier investigación.

La noción de praxeología

En esta parte la atención se centra en la noción de praxeología tal y como se presenta dentro de la TAD (Chevallard, Bosch, Gascón, 1997, Chevallard, 1999).

El modelo de Chevallard

La introducción de esta herramienta corresponde a las intenciones siguientes: 1. luchar contra una visión monumental de la obra matemática, donde se pierden las cuestiones que generaron el desarrollo de los saberes sabios; 2. proponer un modelo universal de las actividades humanas y de los recursos que los grupos humanos producen para llevar a cabo las tareas problemáticas que enfrentan socialmente, es decir, en ciertas instituciones.

Este modelo se representa de la manera siguiente: $[T, \tau, \theta, \Theta]$. Se compone de dos bloques:

- el saber-hacer o la *praxis* $[T, \tau]$;

T es un tipo de tareas, τ una técnica, es decir un conjunto de procedimientos (no necesariamente un algoritmo), que permite tratar ciertas tareas del tipo T (posiblemente no todas), en ciertos dispositivos, con ciertos medios;

- el saber o el *logos* $[\theta, \Theta]$;

θ representa la tecnología de τ , el discurso que se elabora para justificar, hacer inteligible y producir esta técnica; la teoría Θ es el discurso que garantiza la validez de θ .

Cabe subrayar algunos elementos:

Una praxeología es un *objeto social*, una institución. Si bien es una construcción cognitiva, no es la construcción personal de un individuo en su mente. Sin embargo, cada persona que debe enfrentarse a las tareas de tipo T , se verá posibilitada a reconstruir dicha praxeología para sí misma.

Con la componente T y la noción de tipo de tareas, el modelo destaca los aspectos *invariantes* en las tareas problemáticas que encuentran los grupos humanos. Que las tareas no sean siempre diferentes constituye una condición imprescindible para que pueda emerger una técnica. Para que esta técnica se pueda estabilizar, transmitir y legitimar en una institución donde los sujetos se enfrentan al tipo T , es (generalmente) menester que exista un discurso mínimo que justifique que la técnica hace bien lo que pretende hacer; que, si uno logra hacer todos los procedimientos que la componen, entonces lleva a cabo la tarea. Además este discurso intenta hacer inteligible la técnica: porque tal procedimiento produce tal efecto.

En cuanto a la teoría, frecuentemente *falta*. Es decir que en estos casos, el lugar de la teoría en el modelo está vacío. Puede ser que no exista ninguna teoría o que exista una en una institución I pero que ella no viva en la institución I' donde se considera la praxeología.

Determinar una medida inaccessible: ejemplo de dos praxeologías

Para ilustrar lo anterior, presento ahora dos praxeologías relativas al tipo de tareas "*Determinar una medida inaccessible*" que se encuentran en las instituciones siguientes: por una parte, en el libro de texto Arráyan del nivel Segundo Medio (décimo año de escolaridad) en la enseñanza chilena de matemáticas; por otra parte, en el libro de texto Terracher del nivel Première Scientifique (onceavo año) en la enseñanza francesa de matemáticas (Proyecto Ecos-Conicyt, Castela y Al, 2006).

Empecemos por el caso chileno. El tipo de tareas "*Determinar la distancia de un punto A a un punto P inaccessible*" se encuentra en el capítulo "Semejanza de figuras planas". Se brinda la técnica con el texto siguiente:

"Ubicar un punto B a cierta distancia de A y considerar las visuales de A a P y de B a P . Medir los ángulos determinados por ambas visuales $\angle PAB$ et $\angle ABP$. Medir \overline{AB} . Construir a escala un triángulo $A'B'P'$ semejante al triángulo ABP . Medir con regla o huincha la longitud de $\overline{A'P'}$. Calcular la longitud de \overline{AP} , teniendo en cuenta la razón de semejanza de la escala empleada".

La tecnología, es decir los resultados que justifican que con esta técnica es cierto que se consigue la medida buscada, se compone de la definición de la noción de triángulos semejantes, del criterio AA de semejanza y de algunos resultados respecto al tratamiento numérico de la proporcionalidad.

La teoría que propone el libro se organiza así: el teorema de Tales con verificación por mediciones en un dibujo, sin destacar la necesidad de otra forma de validación; demostración efectiva con el teorema de Tales del teorema fundamental: « Toda paralela a uno de los lados de un triángulo determina un triángulo semejante »; presentación de los criterios de semejanza con el comentario que evoca la existencia de una demostración: « Los criterios de semejanza se pueden demostrar a partir del teorema fundamental de semejanza », es decir que se hace referencia al aval epistemológico de otra institución donde existe una teoría más completa.

En este ejemplo tres elementos me parecen importantes: 1. T incluye la realización efectiva de las mediciones en el terreno; 2. τ se sitúa en el ámbito de la geometría de los dibujos con instrumentos, la medición es un proceso admitido para obtener respuestas; 3. θ se justifica por un embrión de teoría que podríamos considerar como conforme con las restricciones de la geometría axiomática y de la ciencia matemática actual si no hubiera huellas de una concepción experimental de la validación.

En el contexto francés, el tipo de tareas no se encuentra de manera sistemática antes del onceavo año, opción científica. En el libro de texto que considero, T consiste en "Calcular las medidas de los lados de un triángulo si se conocen las medidas de un lado y dos ángulos". No se contempla la posibilidad que los alumnos realicen las mediciones en el terreno. La técnica utiliza la ley de los senos que con los mismos resultados numéricos que en el caso chileno constituye la tecnología. La teoría se presenta como una parte de una geometría axiomática natural (área de un triángulo, altura, trigonometría) con demostración formal.

No se puede imaginar que la praxeología chilena se enseñe en el liceo francés, ni tampoco en los séptimo y octavo años. ¿Por qué? Si buscamos las razones de tal situación, tenemos que tomar en cuenta una escala de especificaciones, de restricciones, que surgen de una cadena de instituciones desde organizaciones internas a la disciplina matemática hasta niveles tan altos como la sociedad y aún más la civilización: no se puede porque la geometría de referencia, por lo menos a partir del

8º año es una geometría de objetos ideales, con la demostración como único medio de validación. ¿Por qué? Pues los matemáticos desempeñan un papel dominante en la determinación de las orientaciones de la enseñanza de las matemáticas. ¿Por qué? Pues la sociedad francesa les reconoce esta legitimidad. ¿De cuál proceso histórico viene? No pretendo dar repuestar a esta pregunta, sino dar una idea de la aproximación institucional a lo didáctico que se desarrolla con la TAD.

¿Extensión de la noción de praxeología o nueva representación?

Este título requiere de una explicación. Hasta la fecha no me es posible decir si lo que voy a presentar a continuación brinda o no un cambio del modelo de Y. Chevallard. Esta incertidumbre se desprende de dos razones. Primero, los textos de Chevallard toman en cuenta la complejidad de los fenómenos. Pero, las investigaciones consideran generalmente formas más esquemáticas de los instrumentos propuestos. Considero que la propuesta que presento es una evolución del modelo praxeológico tal y como se presenta en sus usos. La segunda razón es que algunos de los términos empleados para definir los objetos, específicamente la tecnología, son ambiguos: por ejemplo ¿qué significa exactamente justificar la técnica? Entonces, se podría considerar que el modelo que propongo es solamente una explicitación del modelo de Chevallard, que está acompañado de una nueva representación. Antes de presentar mi proposición, explico a continuación las razones que generan este trabajo.

Los saberes que favorecen la utilización de praxeologías matemáticas en la resolución de problemas

Mi interés en el modelo praxeológico nace de mi línea de investigación en didáctica que se centra en la resolución de problemas, más precisamente en las dificultades que tienen los alumnos cuando, a medida que avanzan en la escolaridad, se enfrentan con problemas que exigen de ellos más autonomía. Por ejemplo, a nivel del décimo año, los estudiantes franceses pueden encontrar ejercicios en los cuales deben elegir sin ayuda del enunciado entre varios teoremas ya enseñados para calcular una longitud. Frente a tal situación la organización clásica del saber sabio matemático, según los conceptos, no es basta. Es útil reorganizar este saber según los tipos de

tareas: ¿cuáles son las técnicas posibles para determinar una longitud? Es decir, la noción de praxeología proporciona una herramienta interesante para el docente: el cual puede formar a sus estudiantes para identificar y desarrollar praxeologías.

Pero postulo que es necesario ir más allá de esta reorganización praxeológica en términos de tipos de tareas y técnicas, al igual que es necesario construir saberes que no se consideran en el saber sabio (Castela 2005, 2008). Para apoyar esta afirmación, contemplemos el tipo de tarea *Demostrar una igualdad vectorial en un contexto de geometría afin*. La técnica de descomposición vectorial es fundamental, la tecnología que la justifica es la regla del paralelogramo. La cual, no es suficiente para resolver los casos complejos. Se tiene que saber por ejemplo: que para demostrar $a = b$, se puede empezar con a para obtener b , o a la inversa, se puede también calcular a menos b ; que para descomponer los vectores, es posible utilizar sólo los puntos que se introducen de manera independiente, etc.

Estos saberes con finalidad práctica sobre el funcionamiento matemático no sirven para justificar ni para hacer inteligible la técnica. La pregunta es ¿Cuál es el lugar de estos elementos en el modelo? Generalmente, los especialistas de la TAD consideran que pertenecen a la técnica, o bien que son de naturaleza didáctica, o que son conocimientos que se construyen individualmente, no se consideran en un modelo social tal como la praxeología.

De hecho, si consideramos lo que Chevallard (1999) dice del proceso de construcción de una praxeología entre los matemáticos o de reconstrucción en una institución escolar, parece que el proceso de institucionalización de una praxeología es un proceso de refinación que deja fuera los efectos de las peripecias del proceso de emergencia y los aspectos demasiado específicos de la institución de producción, llegando a una praxeología lista para circular en otras instituciones de utilización o de enseñanza.

Se puede ahora plantear mi problema con el modelo praxeológico: esta forma de esqueleto en que se pierde una parte de la funcionalidad de la praxeología, ¿es la única forma de lo que se reconoce como una praxeología matemática? Y ¿más allá de todas las praxeologías? Si la respuesta es positiva, el modelo original no conviene y se debe trabajar para proponer otro modelo con las intenciones siguientes:

1. Considerar explícitamente los saberes prácticos, incluso los que se construyen dentro de las comunidades de sujetos, el *folklore*. El uso del término *folklore* es en su sentido etimológico de origen inglés, es decir *the lore of the folk*, el saber del pueblo.
2. Dar cuenta de todas las formas que toma el saber social a lo largo de su vida en instituciones donde se produce y/o se transmite y/o se utiliza.
3. Explicitar el papel de las prácticas sociales e instituciones en el proceso de producción-legitimación-validación de las praxeologías.

Para alcanzar estos objetivos, es necesario aclarar lo que se entiende por tecnología, de manera que ésta abarque los diferentes componentes del saber práctico. Con este fin, desarrollo la descripción de las funciones de este saber que atañe a la técnica.

Las funciones de la tecnología

Diferencio 6 funciones a quienes corresponden diferentes saberes.

- *Describir*: una descripción es una explicitación; contrario a otros TADistos, no la considero como una parte de la técnica. Quiero así destacar el papel que desempeña la producción de tal discurso descriptivo, con todo el vocabulario necesario, en el proceso de emergencia, institucionalización y transmisión de una praxeología.

- *Motivar*: se trata de comprender la técnica y los procedimientos que se cumplen a través de sus fines; ¿para qué se hace tal procedimiento? ¿cuál es el efecto buscado? ¿qué pasa si no se hace? Un ejemplo matemático: la transformada de Laplace se utiliza para transformar una ecuación diferencial en una ecuación algebraica que se puede resolver.

- *Facilitar*: les remito aquí a los saberes que favorecen la utilización de la técnica; por ejemplo, estos saberes prácticos que contemplamos en el caso del cálculo vectorial.

- *Validar*: probar que la técnica hace bien lo que pretende que hace.

- *Explicar*: se trata esta vez de una inteligencia de las causas: ¿por qué la técnica hace bien lo que pretende que hace?

Validar y explicar son las dos funciones racionales que atribuye Chevallard a la tecnología.

- *Evaluar*: se refiere esta función al campo de eficacia y a los límites de la técnica, en comparación con otras disponibles.

Proposición de un modelo extendido

Con esta concepción de la tecnología, propongo una nueva esquematización del modelo:

$$I \rightarrow [T, \tau, \theta^p] \quad \begin{matrix} \theta^{th}, \Theta \\ \leftarrow I_{th} \\ \leftarrow I_u \end{matrix}$$

A la izquierda se representa la Institución o las instituciones en las que se plantearon los problemas que dieron origen a la construcción de la praxeología (por ejemplo una práctica social como la predicción que se desarrolla en cierta institución).

A la derecha, las flechas simbolizan las prácticas sociales de validación, legitimación e institucionalización. Se desarrollan en dos tipos de instituciones: las Instituciones teóricas (*théoriciennes*) I_{th} que respecto a T están en una posición de espectador, su función social es la producción de saberes; las Instituciones utilizadoras, I_u , en las que algunos de los sujetos tienen que cumplir tareas del tipo T . En cada nivel, están en juego cadenas de instituciones de tamaño variable, empezando con comunidades que constituyen los sujetos de cierta institución I_u que se enfrentan a T en su vida institucional.

Las prácticas sociales de validación toman formas diferentes según el tipo de institución. En las I_{th} , se desarrollan procesos de validación científica: validación interna (búsqueda de coherencia, de consenso) o externa (de tipo experimental) de la teoría que a su vez valida la tecnología; se debe también contemplar la posibilidad de una tecnología sin teoría, resultando de experiencias de verificación sistemática (por ejemplo, fórmulas en ciertos dominios de ingeniería). En las I_u , los procesos de validación son de índole empírica, se desarrollan en el enfrentamiento cotidiano con T y la utilización de la técnica. Así, según el tipo de validación, se distinguen dos componentes (θ^{th} , Θ) y θ^p del bloque tecnológico-teórico.

Volviendo al problema inicial, en el caso de los saberes de los cuales depende la funcionalidad de una técnica matemática para la resolución de problemas matemáticos, las instituciones I_{th} e I_u son

comunidades de matemáticos, que se ubican respecto a la técnica en momentos diferentes de su desarrollo. Entre las comunidades que se interesan en el uso funcional de la técnica, se deben considerar los equipos de investigación, pero también las comunidades que forman un docente y sus estudiantes. Si tal comunidad no se constituye, es el estudiante quien tiene que enfrentar la tarea de desarrollar θ^p .

Potencialidades de este modelo para la socioepistemología

Para concluir este breve texto, quiero señalar algunas de las potencialidades de este modelo, que en mi parecer pueden interesar a la Socioepistemología. Dicho modelo permite dar cuenta de varios estados de desarrollo de los recursos socialmente producidos respecto a un tipo de tareas problemáticas; entonces brinda posibilidades para considerar el dinamismo del saber social. Por ejemplo, a partir de estados donde existe solamente una tecnología de naturaleza empírica, tal como lo pone en evidencia el trabajo de Covián, el modelo abre varias direcciones de investigación: ¿cómo se institucionalizó este saber? Pero también ¿cómo permitió históricamente el desarrollo de un saber teórico? O bien ¿cómo desde un punto de vista didáctico, podría apoyar en los aprendizajes relativos a este saber teórico?

Constituye también una herramienta para el estudio de la circulación de praxeologías entre instituciones con preguntas tales como: ¿cómo se transforma la tecnología práctica de una técnica matemática al pasar por ejemplo de una institución matemática a una institución física o profesional? En el caso de una praxeología con teoría, al cambiar de institución, ¿se puede cambiar la teoría? ¿con la validación de que institución? Si se considera que, a través del proceso de resignificación, una gran parte del trabajo didáctico de la socioepistemología se propone modificar el componente teórico de las praxeologías matemáticas enseñadas, esta dirección de investigación que el modelo permite plantear es ineludible.

En resumen, este modelo extendido se presenta como una herramienta para hacer preguntas, problematizarlas en objetos de investigación y organizar su estudio.

Referencias bibliográficas

Castela, C. (2005), A propósito de los conocimientos que no se enseñan explícitamente, empero necesarios para tener éxito en las matemáticas escolares. *RELIME*, 8(2), 111-127

Castela C., Consigliere L., Guzman I., Houdement C., Kuzniak A., Rauscher J-C. (2006), *Paradigmes géométriques et géométrie enseignée au Chili et en France. Une étude comparative de l'enseignement de la géométrie dans les systèmes scolaires chilien et français*. Cahier de Didirem Spécial n°6, IREM Paris 7

Castela C. (2008), Travailler avec, travailler sur la notion de praxéologie mathématique pour décrire les besoins d'apprentissage ignorés par les institutions d'enseignement. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 28(2), 135-182.

Chevallard Y., Bosch M., Gascón J. (1997), *Estudiar matemáticas. El eslabon perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*. Barcelona: ICE/Horsori.

Chevallard Y. (1999), L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 221-266.

Covián, O. (2005), *El papel del conocimiento matemático en la construcción de la vivienda tradicional: El caso de la cultura Maya*. Tesis de Maestría no publicada. Cinvestav.