

## DIFICULTADES ASOCIADAS AL APRENDIZAJE DEL ÁLGEBRA LINEAL EN ENTORNOS MEDIADOS TECNOLÓGICAMENTE. EXPERIENCIA CON PROFESORES DE MATEMÁTICAS EN FORMACIÓN INICIAL

Mariela Herrera Ruiz, Andrés González Rondell  
UC, UPEL

Venezuela

marielalilibeth@gmail.com, agorondell@gmail.com

**Resumen.** -El propósito de la investigación fue indagar las dificultades de los profesores de matemática en formación inicial en el aprendizaje del álgebra lineal apoyado en un entorno virtual. En el marco teórico se considera la teoría de dificultades de Socas (1997), el concepto de pensamiento algebraico así como aspectos teóricos y prácticos relacionados con la mediación tecnológica del aprendizaje. Se empleó un enfoque cualitativo, el grupo focal lo constituyó un curso de “Introducción al Álgebra Lineal” durante el período académico 2008-II en una universidad de formación docente venezolana. Las clases fueron totalmente presenciales, significa que el recurso tecnológico se empleó como una herramienta didáctica de apoyo; sin embargo, la recolección de los datos se realizó en el ambiente virtual dadas las posibilidades que ofrece para guardar con detalle las intervenciones de los estudiantes.

**Palabras clave:**- difficulties, cognitive blockades, algebraic thought.

**Abstract.** -The goal of the investigation was to find the difficulties of the professors of math in initial formation in the process of learning linear algebra with technology. The theoretical frame is based on the theory of difficulties of Socas (1997), the concept as well as the aspects theoretical and practical related to technological learning meditation of algebraic thought. A qualitative approach was used; the focal group constituted it the section 561 of “Introduction to the Linear Algebra “of the semester 2008-II. The classes were totally face to face, it means the technology was used as didactic tool, nevertheless, the compilation of the information was realized in the virtual environment since it allows to detail and to guard the intervention of every student.

**Key words:**- difficulties, cognitive blockades, algebraic thought.

### Introducción

A pesar de la importancia que tienen las matemáticas escolares en el desarrollo cognitivo de los educandos, pues tienden a incrementar la agilidad mental, la capacidad de atención, la capacidad analítica y crítica, su enseñanza y aprendizaje está presente a lo largo del sistema educativo con múltiples debilidades: prevalecen los métodos memorísticos de aprendizaje, la enseñanza pareciera estar dirigida hacia la creación de hábitos y no a la construcción de un pensamiento crítico, tradicionalmente, el papel del alumno es pasivo, y ni la formación del docente de matemático escapa a esta situación. Considerando que estas deficiencias pueden minimizarse integrando armónicamente la didáctica, la psicología, la matemática, la andragogía, se generó un proceso de enseñanza-aprendizaje con apoyo de la tecnología, flexible, autónomo, autodirigido por el estudiante, siendo el propio estudiante quien organiza y planifica su horario de estudio. En esta investigación, el interés se centró en analizar las dificultades de

los profesores de matemática en formación inicial en el aprendizaje del Álgebra Lineal al emplear como recurso didáctico un entorno virtual.

### **Bases Teóricas**

#### **Pensamiento Algebraico**

Entre algunos procesos mentales distintivos de este tipo de pensamiento se pueden mencionar la capacidad de revertir operaciones, la posibilidad de deducir lo general en lo particular, el reconocimiento de patrones, la interpretación y uso del signo igual, la modelización y la interpretación que se le da al uso de las letras. Sin embargo, desde un ángulo más flexible podemos afirmar que el pensamiento algebraico se hace presente cuando se manipulan ideas o procesos algebraicos de cualquier índole. Desde el ámbito escolar, distintas investigaciones se han centrado en los siguientes aspectos del pensamiento algebraico que se desarrollan desde la enseñanza de la aritmética, que son: lo relativo a la comprensión y uso del signo de igualdad, el asunto de la generalización y su explicitación, la representación de las generalizaciones tanto en el lenguaje natural como mediante la notación algebraica, y lo referente a la comprensión de los niveles de justificación y demostración, dentro del álgebra escolar, también deben considerarse, el álgebra como lenguaje, como estilo de pensamiento, como herramienta de trabajo, generalización de la aritmética y como una actividad. Es por ello que en algunos casos el simbolismo es clave para definir el álgebra.

#### **Dificultades en el aprendizaje de las Matemáticas**

Las teoría de dificultades adoptada en esta investigación es la propuesta por Socas (1997) asociadas al aprendizaje del álgebra, quien plantea que “las dificultades en el aprendizaje de las Matemáticas son debidas a múltiples situaciones que se entrelazan entre sí y que van desde una deficiente planificación curricular hasta la naturaleza propia de las Matemáticas” (p.35). El proceso de construcción de conocimientos matemáticos traspasa por dificultades que atañen al colectivo en general incluyendo a los más aptos y a los que más destrezas manifiestan, y pueden ser analizadas desde distintas perspectivas, en este caso, el origen de estas dificultades el autor las categoriza en cinco grupos:

1. *Dificultades asociadas a la complejidad de los objetos de las Matemáticas:* se relaciona con la Matemática como disciplina científica, siendo una de las variables a considerar el papel del lenguaje en la comprensión y comunicación de los objetos matemáticos, los signos matemáticos presentes en el estudio de las nociones matemáticas y el lenguaje cotidiano como mediador en la interpretación de los signos, de aquí surgen el conflicto de precisión. Otro conflicto es la injerencia del lenguaje cotidiano en las matemáticas, en el uso de homónimos o

específicamente de homógrafos, de manera que el uso de esas palabras involucra una confusión semántica, además, muchas palabras son exclusivas de la jerga matemática, no tienen significado en el lenguaje común, son palabras poco conocidas y usualmente mal entendidas por los estudiantes.

2. *Dificultades asociadas a los procesos de pensamiento matemático:* se originan desde la propia matemática por su naturaleza lógica, y se relacionan con las rupturas implícitas en los modos de pensamiento matemático. Una dificultad relacionada con la naturaleza de la Matemática es el aspecto deductivo formal y el pensamiento lógico que es el que proporciona la capacidad para concatenar argumentos lógicos, y que es imprescindible para alcanzar determinados niveles de competencia matemática.

3. *Dificultades asociadas a los procesos de enseñanza desarrollados para el aprendizaje de las Matemáticas:* los elementos en el currículo de matemática que pueden distinguirse como dificultades son: las habilidades necesarias para desarrollar capacidades matemáticas que definen la competencia de un alumno en matemática, la necesidad de contenidos anteriores, el nivel de abstracción requerido, así como la naturaleza lógica de las matemáticas escolares.

4. *Dificultades asociadas a los procesos de desarrollo cognitivo de los alumnos:* al momento de seleccionar los recursos y diseñar estrategias en la enseñanza se deben considerar los estadios del desarrollo intelectual, sus características y las capacidades asociadas a cada estadio referidas al desarrollo cognitivo de los estudiantes. Entre los enfoques para fijar el desarrollo cognitivo de los estudiantes están los enfoques: jerárquico, evolutivo, estructuralista, constructivista, procesamiento de la información.

5. *Dificultades asociadas a actitudes afectivas y emocionales hacia las Matemáticas:* uno de los aspectos claves para comprender el comportamiento de los alumnos en las clases de matemáticas es la dimensión afectiva, al respecto.

#### Los Entornos de Aprendizaje

El entorno de aprendizaje es un lugar, espacio, comunidad o sucesión de hechos que promueven el aprendizaje; está compuesto por cuatro dimensiones: social, física, técnica y didáctica. Se puede considerar como el espacio y las convenciones establecidas, pero es la dimensión didáctica la que convierte al contexto en un entorno de aprendizaje. El aprendizaje didáctico en línea pretende promover la consecución de los objetivos de aprendizaje a través de documentos y recursos compartidos, razón por la que un entorno de aprendizaje virtual es un ambiente que se materializa utilizando un equipo telemático: correo electrónico, videoconferencias, Internet, equipo para realizar videoconferencias, audio, gráficos. Entre sus

ventajas podemos mencionar que el horario de estudio es adaptable a las necesidades personales de cada estudiante, las participaciones se pueden realizar asincrónicamente, el alumno tiene un papel activo que no lo limita a recibir información sino que forma parte de su propia formación, todos los alumnos tienen acceso a la enseñanza, no viéndose perjudicados aquellos que no pueden acudir periódicamente a clases por motivos de trabajo, la distancia, el profesor conoce si el alumno responde al método y alcanza los objetivos fijados inicialmente, se promueve la interacción y el compañerismo, el estudiante es protagonista de su propio proceso formativo y recibe una instrucción más personalizada.

### **Objetivo de la Investigación**

El objetivo de esta investigación es explicar las dificultades que presentan los profesores de Matemática en formación inicial en el aprendizaje de tópicos algebraicos en un ambiente mediado tecnológicamente.

### **Sujetos de Investigación**

En la actividad participaron los veintitrés (23) alumnos cursantes de la asignatura Introducción al Álgebra Lineal durante el semestre 2008-II de la especialidad de Educación Matemática del Instituto Pedagógico Rafael Alberto Escobar Lara.

### **Descripción de la Actividad**

Se diseñó y organizó un Curso empleando la Plataforma Moodle de forma asincrónica, en correspondencia con el Programa oficial de la asignatura Introducción al Álgebra Lineal de la UPEL, el cual se estructuró por temas dividiéndose cada uno en recursos disponibles y actividades a realizar. Contempló, siguiendo el programa oficial de la asignatura, cuatro temas: espacios vectoriales, combinación lineal, base y dimensión y transformaciones lineales. Los recursos incluyeron la realización de guías didácticas, pruebas resueltas de semestres anteriores, vínculos a páginas web. Entre las actividades que se organizaron tenemos: el foro social, los foros académicos (conversemos sobre el álgebra y resolución de problemas), wiki, glosario, evaluaciones en línea. Se organizaron dos foros académicos por cada tema, uno titulado “Conversemos sobre Álgebra” cuya finalidad era fomentar la discusión de los tópicos algebraicos tratados durante las clases presenciales, y otro “Resolución de Problemas” donde los alumnos debían plantear justificadamente sus planteamientos. Para el trabajo grupal los estudiantes se organizaron voluntariamente, se les asignó un tema específico para su desarrollo, y cada uno fue responsable de la wiki y de su glosario. Las tareas que analizamos en este trabajo están inmersas dentro de las actividades virtuales que se propusieron dentro del contrato didáctico, correspondiente al 30% de la evaluación sumativa de la asignatura. La

participación fue espontánea y de manera escrita en los foros académicos, finalmente redactaron un ensayo introspectivo sus dificultades en el aprendizaje del álgebra.

## Hallazgos

Las dificultades en el aprendizaje de tópicos algebraicos se especificarán de acuerdo a la taxonomía propuesta por Socas (1997) de la siguiente forma:

- *Dificultades asociadas a la complejidad de los objetos de las Matemáticas:* los estudiantes expresaron explícitamente deficiencias con los conocimientos previos que se requieren para la comprensión de los temas asociados a espacios vectoriales, entre los que tenemos: teoría de conjuntos, ley de composición interna y externa, identificación de las propiedades asociadas a las operaciones en el cuerpo de los números racionales y reales. Ejemplo de las deficiencias antes mencionadas en palabra de los propios estudiantes son:

Estudiante 2: *“en la parte de teoría de conjuntos se me fue fácil dominar las formas de determinar un conjunto por comprensión y por extensión, ahora cuando empezamos a ver el conjunto vacío, los conjuntos infinito y finito, y otros puntos como cardinal, universal, inclusión, igualdad, operaciones de conjuntos unión intersección, donde había que demostrar se me complicó todo porque era primera vez que veía eso de estar demostrando”, “me costó fue cuando empezamos a ver la relación binaria, ese tema si que me costó”, “no entendí muy bien y no dominé fue el conjunto de los números racionales, ahí si que me perdí por completo, lo ví difícil sobre todo cuando había que trabajar con el número inverso”*

Estudiante 4: *“mi principal dificultad radica en la manera en que se introduce el uso de letras. Una letra en el ámbito del álgebra puede representar un valor fijo, una variable, una incógnita, o una cantidad generalizada, es decir, pueden representar distintos conceptos”, “temas de Sistemas Numéricos en los que presenté ciertas dificultades para concentrar el conocimiento y desarrollar el aprendizaje, por ejemplo al momento de realizar demostraciones donde se aplica el método de inducción completa, y al inicio del semestre con el contenido de los números naturales y toda su axiomática incluyendo los teoremas y demostraciones”*

Estudiante 6: *“teoría de conjunto, partición, funciones, unión generalizada, ley de composición interna, ley de composición externa, me costó mucho entender estos objetivos por que eran muchas la propiedades y condiciones que debía conocer”*

- *Dificultades asociadas a los procesos de pensamiento matemático:* los estudiantes distinguen los temas que consideran que no lograron comprender con claridad en asignaturas anteriores, y la mayoría concuerdan en que no saben demostrar, además de los temas siguientes mencionados a continuación por los propios estudiantes:

Estudiante 1: *“sé redactar pero me cuesta expresar con palabras en un texto bien hecho un conjunto de propiedades entrelazadas para configurar así una demostración”, “El gran obstáculo que enfrenté de entrada fue el hecho de que me parecía demasiado obvio”*

Estudiante 2: *“mi dificultad principal del álgebra es demostrar en forma de redactar, y ciertas cosas que me cuestan ver de forma abstracta”*

Estudiante 6: *“el tema de unión generalizada y partición, no lo entendí y de hecho reprobé esa evaluación, me parece que es muy complejo”*

- *Dificultades asociadas a los procesos de enseñanza desarrollados para el aprendizaje de las Matemáticas: los alumnos manifestaron la falta de tiempo en las evaluaciones lo que los lleva a realizar los problemas sin dedicarle mucho tiempo a entender el enunciado, la complejidad del lenguaje matemático sobre todo en libros, la falta de pedagogía de los docentes, entre otras cosas:*

Estudiante 1: *“La respuesta que obtuve de mi profesor fue que no había demostrado absolutamente nada y que en dado caso lo que había realizado era como un sondeo personal para saber que camino tomar”, “luchar contra el tiempo porque la adrenalina de una evaluación me lleva a sentir que dos horas pasan volando y la presión me lleva a pensar que debo literalmente correr a hacer un ejercicio sin razonar, sin darle el tiempo suficiente a esa etapa previa tan importante en la que me doy la oportunidad de organizar mis ideas para no lanzarlas sobre la hoja sin un sentido”*

Estudiante 2: *“En las evaluaciones a veces me cuesta arrancar un ejercicio por muy fácil que sea”*

Estudiante 5: *“El detalle es que existen libros complejos en su modo o estrategia didáctica, y se me hacen difíciles entenderlos”, “las deficiencias en el álgebra son debido a profesores con mala pedagogía o falta de experiencia para impartir conocimiento también por desinterés del alumno en función al contenido insípido en cuestión”, “Nos dedicamos a creer en tan solo buscar respuestas en nuestro docente, evadiendo la responsabilidad que amerita el estudio algebraico por otras fuentes”, “debo mejorar mi responsabilidad, asumir con seriedad el estudio de libros adecuados, investigar con constancia el contenido, creer en mis capacidades y inevitablemente tendré el éxito que hasta ahora no he tenido. Es importante decir que nuestras capacidades son suficientes madurar las álgebras, pero la falta de credibilidad en eso nos auto limita”, “He tenido alta desconfianza en creer que mis capacidades me permitirán profundizar significativamente el estudio”*

Estudiante 6: *“no estudio con suficiente tiempo, es decir; no estudio todos los días y cuando lo hago estoy presionada por que no tengo suficiente tiempo”*

- *Dificultades asociadas a los procesos de desarrollo cognitivo de los alumnos:* los estudiantes reconocen la importancia de una buena redacción para la comprensión de una demostración, y manifiestan sus deficiencias así:

Estudiante 1: *“mayores dificultades que se me han presentado son en primer lugar redactar, sentarme a dar un discurso coherente”*

Estudiante 2: *“que me cuesta un poco la lectura matemática”, “aunque no mucho la parte cuando se utiliza las demostraciones por absurdo”*

Estudiante 6: *“soy muy mecánica para estudiar, estoy conciente que debo analizar mas los ejercicios”, “en introducción al Algebra Lineal, no se como redactar mis ideas y me cuesta mucho establecer los enunciados aun sabiendo que es lo que tengo que hacer”, “en sistema numérico, el gran problema fue que no sabía demostrar”, “siempre me confundía en estas cosas triviales que yo se pero no sabias que podía aplicarlas”*

- *Dificultades asociadas a actitudes afectivas y emocionales hacia las Matemáticas:* los estudiantes manifiestan tener ciertas creencias y actitudes negativas hacia el aprendizaje de la asignatura, como por ejemplo, sentimientos de inseguridad, predisposición negativa, desmotivación, miedo, necesidad de acertar la respuesta, en sus propias palabras:

Estudiante 1: *“formo parte de un grupo grande de personas que se han predispuesto con el algebra desde mucho antes de verla”, “mucha inseguridad, porque me da tanto miedo escribir algo incorrecto”, “me tranzó por decir que desconozco el camino y pierdo no solo la oportunidad de desarrollar lo planteado sino que además me produce desanimo para continuar resolviendo”*

Estudiante 3: *“considero que es un poco complicada y me cuesta dominarla sobre todo en la parte correspondiente a la demostración”, “estudio, practico y no he logrado entender sola las demostraciones”, “siento desmotivación en el momento de estudiar, quizás me he bloqueado psicológicamente para el momento de estudiar el algebra y esto ha influido en el aprendizaje de la materia, por otro lado he probado distintas técnicas, me gusta estudiar en grupo porque asi siento más apoyo”*

Estudiante 5: *“indisciplina y falta de responsabilidad en el estudio del algebra. Somos los alumnos principales responsables de la generalizada deficiencia algebraica que poseemos, por la inadecuada forma de estudiar las algebras”*

Estudiante 6: *“yo sentía que la forma como demostrábamos en introducción al algebra no era igual en sistema”, “mi mayor dificultad se me presenta en la poca capacidad de memoria que tengo, olvido las cosas con facilidad, asimismo me he percatado que no dedico tiempo a pensar y a entender lo que el ejercicio me esta pidiendo, y esto me ha originado que no copio bien el ejercicio, siempre omito un*

*dato, una variable, algo dejo de copiar”, “lo más importante, es reconocer que la culpa de mi fracaso la he tenido yo, por el poco compromiso que he tenido con la asignatura”*

### **Comentarios finales**

Para diseñar estrategias pedagógicas dirigidas a fomentar el pensamiento algebraico necesitamos indagar las deficiencias que presentan los estudiantes, y para implementar una experiencia que emplee entornos de aprendizajes virtuales se necesita planificar y evaluar de manera formativa el material y el curso, establecer normas y orientaciones claras tanto para las actividades evaluativas como para la participación, para ello se requiere de un diseño educativo planificado que promueva la interacción entre el facilitador, los estudiantes y los recursos. En este mismo contexto se debe reconocer la importancia de emplear aspectos pedagógicos propios de la educación a distancia: más que la digitalización de las guías de clases empleadas en la modalidad presencial hay que entender la especificidad de la modalidad e-learning, ya que, estudiar a distancia no necesariamente significa estudiar solo, sin apoyo, el estudiante a distancia debe contar con una alta motivación, actitud positiva y madurez para el estudio independiente, con alto grado de responsabilidad. Para finalizar, es importante mencionar que siempre se necesita un equilibrio entre los dos extremos de una realidad. Esta propuesta no pretende ser tecnocentrista, a pesar de que entre sus fines está disminuir la tecnofobia entre los profesores de matemática, ya que no se proyecta el uso de la tecnología como una varita mágica que solucione cualquier problema dentro de la labor docente, sino que simplemente se quiere ofertar una experiencia virtual como un ejemplo del uso de la tecnología como medio para fomentar el aprendizaje individual permanente.

### **Referencias bibliográficas**

- Bates, A. (1999). *The impact of new media on academic knowledge*. Recuperado el 07 de noviembre de 2008 de <http://bates.cstudies.ub.ca/papers/envisionknowledge.html>
- Socas, M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Secundaria. En L. Rico (Ed), *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. (pp.124-154). Barcelona: ICE/Horsori