LA EXTRAPOLACIÓN EN INGENIERÍA EN ALIMENTOS[††††]

María del Carmen Valderrama Bravo, Juan Alfonso Oaxaca Luna, Julio Moisés Sánchez Barrera, Carlos Rondero Guerrero
Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán. U.N.A.M. (México)
carmenvalde@yahoo.com.mx, joaxaca@correo.unam.mx, juliomoisessb@yahoo.com.mx
Nivel superior: pensamiento geométrico y algebraico
Palabras clave: extrapolación, desarticulación, discreto, continuo, saberes

Resumen
En este articulo se aborda el tema de la extrapolación gráfica aplicada en Ingeniería en Alimentos y la dificultad que los alumnos presentan desde el punto de vista didáctico debido a las deficiencias que presentan en sus saberes matemáticos ya que no tienen claro el concepto de lo continuo y lo discreto lo cual contribuye a que todo lo quieren ajustar a un comportamiento continuo. Para realizar el análisis de cómo a partir de valores discretos se pueden obtener valores continuos se emplea un modelo empírico que tiene un comportamiento exponencial al que se le aplica logaritmos y sus propiedades a fin de obtener un modelo lineal con el que se va a realizar la extrapolación.

Introduccion

En Ingeniería de Alimentos es importante conocer el diámetro promedio de partículas en polvos ya que influye considerablemente en las condiciones de proceso; por ejemplo los tiempos de absorción de agua en harinas es mayor cuando el tamaño de la partícula es mayor, lo que influye en la calidad del producto final.
Uno de los métodos mas usados para determinar la distribución de partículas de polvos es el del análisis por tamizado empleando mallas normalizadas; sin embargo se encuentran ciertas limitaciones en la distribución de partículas por debajo de 40 micras. Para resolver tal situación diversos autores han propuesto realizar extrapolaciones a partir de modelos empíricos para distribuciones de partículas finas. En el análisis que se realiza a tales modelos se muestra un claro ejemplo de la dualidad que existe entre lo discreto y continúo, sin embargo el lograr que el alumno comprenda tal situación es un reto, porque como lo menciona Rondero (1995):
"La forma en que se ha conceptualizado a lo discreto y lo continúo, por parte de la comunidad de científicos y de profesores, conlleva una serie de repercusiones didácticas, pues se les presenta como entes aislados, ajenos uno del otro, perdiendo de este modo en la práctica educativa su riqueza conceptual de implicaciones cognitivas"
"Es así, que cuando en el aula se trabaja en demasía lo continuo, al estudiante se le queda la idea de que en la misma práctica de su disciplina de conocimiento, todo será posible modelarlo a la manera de los saberes continuos, sin embargo, al adentrarse a su disciplina pronto se da cuenta de que casi todo se basa en los modelos discretos, empezando desde la toma de datos a los que hay que ajustarse para poder hacer en forma adecuada su correspondiente manejo"
Tal situación ha creado en los alumnos una concepción errónea de cómo analizar los datos que obtienen experimentalmente, ya que siempre pretenden ajustarlos a un modelo continúo, aunque para ello el alumno tenga que aplicar la técnica del "cucharazo", es decir quita el dato que supone no corresponde al modelo esperado o bien lo ajusta.

[††††] Este proyecto se ha realizado en el marco del proyecto PAPIME EN108904.

El alumno cae en tal situación debido a la desarticulación de los saberes matemáticos que tienen desde su formación porque en la mayoría de las ocasiones los profesores que imparten asignaturas prácticas se encuentran poco ligados con los profesores que impartimos asignaturas teóricas, en especial matemáticas. De ahí que los alumnos muestran poco interés en comprender la importancia de la aplicación de lo discreto y lo continúo y por ello sólo les interesa acreditar la asignatura que le causa problemas.

Metodología

Para poder comprender la relación que existe entre lo discreto y continuo, se realizó un experimento con alumnos de cuarto semestre de la carrera de Ingeniería en Alimentos en los que se obtuvieron datos experimentales de una muestra de polvo que se hace pasar por tamices normalizados de diferentes aberturas y los datos que obtuvieron fueron el peso que se obtuvo en cada tamiz el cual se convirtió en fracción de peso y el diámetro promedio de las mallas de los tamices.

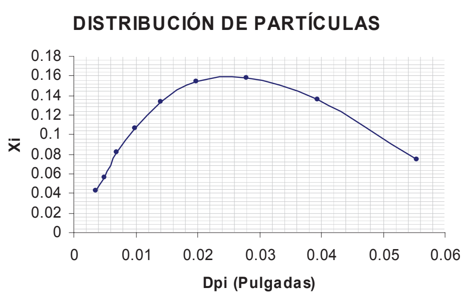
Cuadro 1. Datos experimentales de fracción de peso y diámetros promedio.

TAMIZ	x_i	Dpi (pulgadas)
10	0	-
14	0.075	0.0555
20	0.136	0.0394
28	0.158	0.0280
35	0.154	0.0198
48	0.133	0.0140
65	0.106	0.0099
100	0.082	0.0070
150	0.056	0.0050
200	0.043	0.0035
Charola	0.057	

x_i = Fracción en peso de la muestra de polvo

Dp_i = Diámetro promedio de las mallas

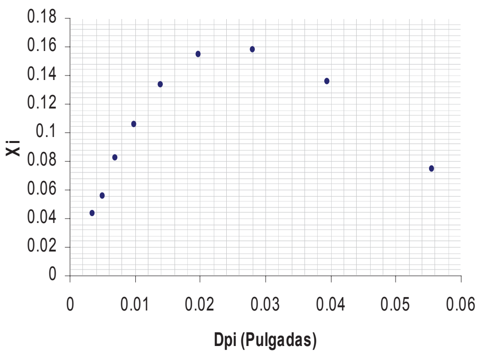
El dato de la charola es el polvo que no paso por ninguna malla, de ahí se les indicó a los alumnos realizar una gráfica en coordenadas cartesianas de Dp_i contra x_i. Lo que observamos fue la dificultad que presentan los alumnos para realizar una gráfica, no saben definir bien las escalas y lo primero que hicieron fue unir los puntos.



Gráfica 1. Distribución de partículas en coordenadas cartesianas (Continua).

Se les cuestionó el porque trazaron la gráfica de una forma continua. La mayoría de los estudiantes respondieron, que dentro del método de análisis granulométrico se deben unir los puntos, ya que lo que les interesa analizar es tomar como referencia la proporción de partículas pequeñas respecto a las partículas grandes.

Se les aclaró a los alumnos que no pueden unir los puntos porque el marcar una continuidad en los datos me indicaría que se pueden tener mallas de muchos diámetros, lo cual no es válido porque entre una malla y otra existe una relación de $\sqrt{2}$ o bien de $\sqrt[4]{2}$. Si se considera continuidad en los puntos está relación ya no se cumpliría, por lo que se les indicó que graficaran sin unir los puntos.

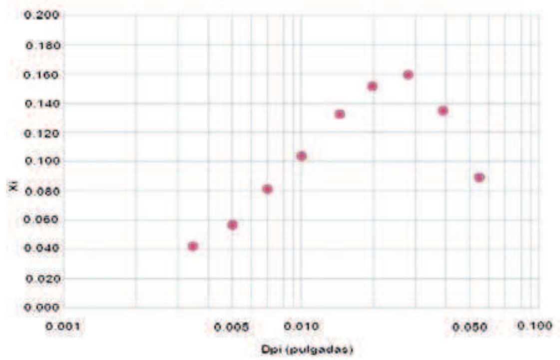


En la gráfica 1 y 2 se observa que para valores de diámetros menores a 0.03 el comportamiento de las partículas tiende a ser un modelo de la potencia en el que el exponente es menor a 1.

Para poder realizar una extrapolación gráfica es necesario que los datos se ajusten a un comportamiento lineal y para ello se propone graficar en papel semilogarítmico los datos. Los valores de Dpi son los que se modifican logarítmicamente y los valores de Xi quedan igual.

Gráfica 2. Distribución de partículas en coordenadas cartesianas (Discreta).

En el aula nos enfrentamos a una situación en la que los alumnos tienen dos sistemas de coordenadas y lo primero que les confundió es que mientras en el eje "y" existe el cero en el eje "x" no, lo cual entendieron hasta que en su calculadora se les pidió obtener el logaritmo de cero y como les marco error se convencieron de la escala que se tiene en coordenadas logarítmicas. Otra situación fue ubicar los valores numéricos en los ejes, porque mientras en el eje "y" pueden tomar distancias iguales entre un valor numérico y otro de igual magnitud, en el eje de las "x" no. Por ejemplo para ubicar el 0.005 en el eje "x" que es el punto central entre 0.001 y 0.010 querían medir la distancia que existe entre los dos valores y dividirla entre dos, lo cual en coordenadas logarítmicas no corresponde.



Gráfica 3. Distribución de partículas en papel semilogarítmico.

Para que los alumnos comprendieran, la variación en la escala logarítmica tuvieron que realizar cálculos.

En la gráfica 3 se observa que la tendencia de los valores de diámetros menores a 0.03 ya no tiene el comportamiento de una función de la potencia, ahora la tendencia que se tiene es la de una función lineal.

Gaudin-Andreiev propuso que en algunos casos, la distribución de partículas pequeñas se comporta como un modelo de la potencia:

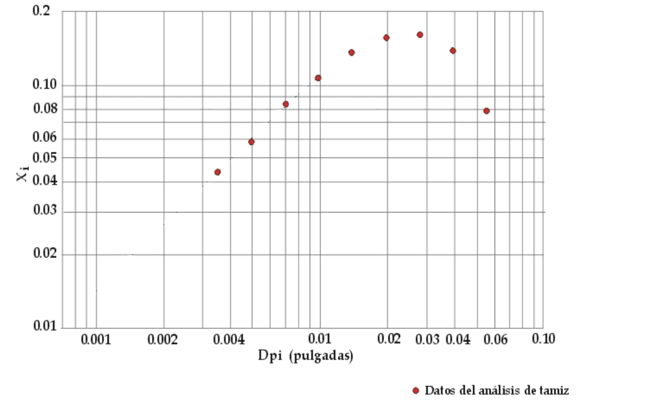
$$x_i = a\left(Dp_i\right)^n$$

Donde: *a* y *n* son constantes.

Al aplicar logaritmos y sus propiedades al modelo de Gaudin se mejora la visualización de lo discreto a lo continuo, por lo que obtenemos un modelo lineal:

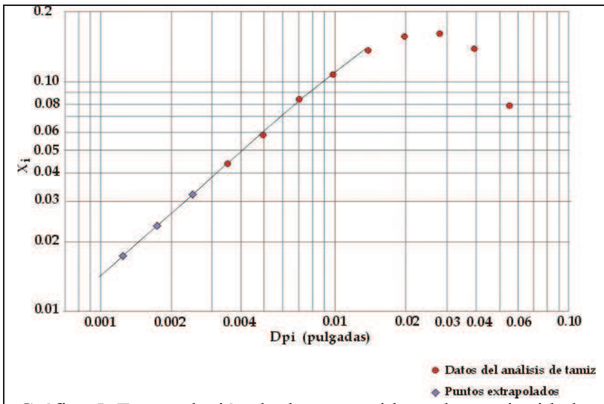
$$\log x_i = \log a + n \log Dp_i$$

El autor (Gaudin-Andreiev) propone graficar en coordenadas logarítmicas ((papel log-log) los valores obtenidos del análisis de tamizado, en el eje de las “x” Dp_i , y en el eje de las “y” x_i. Se les indicó a los alumnos que graficaran en papel log-log y al igual que en la gráfica con papel semilogarítmico se les dificultó, porque no comprenden que en un ciclo la distancia que existe entre una unidad y otra va disminuyendo, hasta que comienza otro ciclo, en ocasiones quieren tomar los puntos como si fueran coordenadas cartesianas.



Gráfica 4. Distribución de partículas en coordenadas logarítmicas (Discreta).

En la gráfica 4 se observa que en diámetros menores el comportamiento de la función discreta muestra una tendencia lineal, por lo que a partir de estos valores se considera una continuidad en la función para poder extrapolar los datos a diámetros de mallas menores a 200 y con ello poder analizar como se distribuirían los 0.057 Xi que quedaron en la charola.



Gráfica 5. Extrapolación de datos considerando continuidad.

Trazando una línea continua entre los puntos que muestran una tendencia lineal se extrapolo los valores de Xi considerando Dpi que cumplieran con la relación entre un valor y otro de $\sqrt{2}$.

Fue complicado que los alumnos llegaran a datos iguales o cercanos porque la forma de visualización de cada uno de ellos para trazar la recta es distinta, sin embargo se logró obtener datos gráficos. (Cuadro 2)

Cuadro 2. Datos extrapolados de Dpi y Xi obtenidos gráficamente

Dpi (pulgadas)	Xi
0.0025	0.032
0.00175	0.023
0.00124	0.017
	Suma = 0.072

En los datos observamos que no se puede en la práctica tener una continuidad de valores porque la suma total de los datos extrapolados de Xi no debe exceder de 0.057 que fue lo que quedo en la charola y al realizar la suma de tales datos nos da un total de 0.072. Para que quede un ajuste de datos el autor propuso que el valor de Xi correspondiente al Dpi = 0.00124 se modifique para que la suma total de los datos extrapolados de 0.057.

Cuadro 3. Datos modificados de Dpi y Xi extrapolados gráficamente.

Dpi (pulgadas)	Xi extrapolado	Xi ajustado
0.0025	0.032	0.032
0.00175	0.023	0.023
0.00124	0.017	0.002
	Suma = 0.072	Suma = 0.057

Como podemos ver se resuelve el problema, ya que hasta cierto valor se tiene una continuidad de valores, sin embargo para que el último dato se ajuste a los datos experimentales se tiene que considerar que el comportamiento de la curva es continuo hasta Dpi menores de 0.00124, porque en este valor se pierde la continuidad debido a que el valor de Xi= 0.002 no corresponde con el valor extrapolado.

Es importante aclararle al alumno la diferencia que existe entre realizar un ajuste de valores y el que se quiten o asignen valores para seguir un patrón de comportamiento. Al respecto Rondero menciona (1995):

"No es posible el seguir enseñando la ciencia como un cuerpo de conocimientos acabados, ni tampoco como un método de generalización y validación de tal conocimiento (Hodson), por el contrario es necesario aceptar en la práctica educativa que el conocimiento se construye y surge de una conjetura, lo que a postiori, se acepta o rechaza al analizar sus resultados de su puesta en escena"

Es necesario reflexionar sobre nuestros métodos de enseñanza, principalmente los profesores que impartimos asignaturas de Ingeniería porque muchas veces creemos que el alumno trae todos sus conocimientos de matemáticas bien articulados y damos por entendido que ellos pueden realizar cualquier tipo de análisis. Los alumnos que llegan a cursar una Ingeniería, en ocasiones no saben graficar en coordenadas cartesianas, mucho menos entiende como graficar en coordenadas logarítmicas. Para dar solución se recomienda obtener por regresión lineal una ecuación que permita realizar las extrapolaciones.

Como se observa en la figura 5 los cuatro primeros datos no caen en la recta que se considera continua, sin embargo, el modelo de Gaudin-Andreiev sólo es aplicado a partículas finas. Partiendo del modelo lineal:

$$\log x_i = \log a + n \log Dp_i$$

Se propone realizar un análisis de regresión lineal sin tomar en cuenta los cuatro primeros datos. Para ello se obtiene logaritmos a Dpi y Xi.

Cuadro 4. Datos de Log Dpi y Log Xi

MALLA	Log Dpi	Log Xi	
48	-1.8539	-0.8761	Ordenada al origen: 0.69358642 Pendiente: 0.83781058 Coeficiente de correlación: 0.99143212
65	-2.0044	-0.9747	
100	-2.1549	-1.0862	
150	-2.3010	-1.2518	
200	-2.4559	-1.3665	

Con los datos el modelo queda:

$$\log x_i = 0.69358642 + 0.83781058 \log Dp_i$$

Sustituyendo los datos de Dpi propuestos para la extrapolación en el modelo:

Cuadro 5 Datos de Dpi y Xi extrapolados por regresión.

Dpi (pulgadas)	Xi (Extrapolado)	Xi (Ajustado)
0.0025	0.032	0.032
0.00175	0.024	0.024
0.00124	0.018	0.001
	Suma = 0.074	Suma = 0.057

Al igual que en el caso de la extrapolación gráfica la sumatoria de Xi no se ajusta a 0.057, por lo que se realiza el ajuste correspondiente en el Dpi= 0.00124

Debido a que es muy difícil que el alumno pueda obtener los datos extrapolados gráficamente como el autor los obtuvo, para cuestiones prácticas se recomienda realizar el análisis de lo discreto a lo continuo para distribuciones de partículas finas por medio de regresión lineal.

Conclusiones

- Se logró que los alumnos comprendieran cómo pueden obtener valores continuos a partir de datos discretos, porque es muy importante que ellos visualicen la parte gráfica, además se les hizo hincapié de que la recta no puede ser continua en todos sus puntos porque aunque matemáticamente se logra, en la práctica no se aplica.
- El aplicar el método gráfico de extrapolación con los alumnos es difícil desde el punto de vista didáctico ya que sus saberes están desarticulados siendo nuestro propósito la articulación de los mismos, por lo que para cuestiones prácticas se recomienda realizar el análisis para distribuciones de partículas finas por medio de regresión lineal.
- Es importante aclarar que para una mayor comprensión del análisis es necesario que el alumno realice las gráficas correspondientes para tener una mayor visualización del comportamiento discreto-continuo; para ello nos tenemos que dar a la tarea de que el alumno articule sus saberes matemáticos con el fin de que pueda llevarlo a un problema en la práctica.

Referencias bibliográficas

Foust, A. (1960). *Principles of Unit Operations*. New York, USA: John Wiley & Sons, Inc.

Rondero, C. (1995). Ensayo sobre la dualidad discreto-continuo de los saberes matemáticos Casos de transición y transposición didáctica. Tesis de Maestría sin publicar. Cinvestav, México.

Rondero, C. (2000). Epistemología y didáctica: Un estudio sobre el papel de las ideas germinales ponderatio y equilibrium en la constitución del saber físico matemático. Tesis de doctorado sin publicar. Cinvestav, México.

Rondero, C. (2001). *Cálculo discreto*. Cuadernos didácticos (Vol. 8). México: Grupo Editorial Iberoaméricana.

Rondero, C. (en prensa). *Sobre la articulación de los saberes matemáticos: el caso de la media aritmética.* México.