

MEDIOS Y ENSEÑANZA DE ESTOCÁSTICOS EN EL TERCER CICLO DE EDUCACIÓN PRIMARIA

María Patricia Flores Marroquín
Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav, IPN. (México)

pflores@cinvestav.mx

Campo de investigación: Pensamiento relacionado con probabilidad, estadística. Nivel educativo: básico

Palabras clave: medios, enseñanza, estocásticos

Resumen

Esta investigación concierne al uso de medios en la enseñanza de estocásticos en la educación básica. De observaciones *in situ*, el análisis cualitativo de sucesos durante la clase con un programa de un cómputo (*Enciclomedia*), conducida por el docente, se encaminó hacia la caracterización de la comprensión de ideas fundamentales de estocásticos expresada en la interrelación docente-alumno-medio. El aprovechamiento del medio requiere de infraestructura *ad hoc* (acceso a internet) y de la familiarización con la herramienta; el programa reproduce la lección del libro de texto y es el guión de clase; la temporalidad de su uso, sin incluir vínculos, es la misma que la del libro; su empleo enfoca la atención de los alumnos y se uniformizan las respuestas a preguntas, pero no los procedimientos, ni la oportunidad de la actividad individual para la experiencia matemática.

Introducción

El fin de siglo y la entrada en el nuevo milenio están asociados a *la aparición de nuevas formas de organización social, económica y política* (Tedesco, 2003). Los conceptos y las formas de expresión se transforman y emerge la sociedad de la información, resultante de los avances tecnológicos (Velorio, 2003). En particular, el advenimiento masivo de la computadora tiene sus efectos en el aula de la educación primaria por medio de la implementación de programas de cómputo, en México principalmente con *Enciclomedia*, que presenta para su tercer ciclo la digitalización de la propuesta institucional que rige en todo el sistema nacional la educación básica: *Plan y programas de estudio 1993; Libro para el maestro*, que propone actividades al docente, formas de organización del grupo y material que puede utilizar; *Fichero de actividades didácticas*, el cual sugiere estrategias y la elaboración de materiales que puedan ser útiles al docente en su enseñanza; *Avance programático*, con la jerarquización de contenidos de enseñanza y propone al docente fechas y tiempos para la enseñanza de un contenido, se interrelaciona con el libro del alumno y libro del maestro; y *Libro del alumno*, que presenta actividades para ser resueltas por los alumnos dirigidas por el maestro como ejercicio de un contenido ya enseñado. El propósito supuesto del programa de cómputo es *fortalecer los procesos de enseñanza a través de la reflexión del quehacer docente y la vinculación en el uso de las nuevas tecnologías de información y comunicación (NTICs) de los profesores de 5to. y 6to. grado de educación primaria* (Programa Enciclomedia /documento base). Este programa inserta vínculos en las lecciones de los libros de texto para remisión a otros sitios del mismo tema u otros relacionados, para el desarrollo de actividades particulares, a simulaciones y a *Encarta*.

El problema de investigación

La presente investigación, en curso y parte de un proyecto más amplio, concierne al uso de medios en la enseñanza de estocásticos. La enseñanza de contenidos de estocásticos tiene su importancia por la intervención del azar en todos los órdenes de nuestra vida, lo cual deriva en la necesidad de tomar decisiones fundamentadas. Por otro lado, la probabilidad entraña un razonamiento que considera lo posible y que requiere de la experiencia con lo estocástico

como punto de partida y como un componente esencial de la intuición probabilística (Fischbein, 1975).

La pregunta que esta investigación se ha planteado es: ¿Cuál es la comprensión de las ideas fundamentales de estocásticos en el tercer ciclo de educación primaria resultante de su enseñanza según distintos medios institucionales?

Los objetivos en mira son: caracterizar el uso de medios en la enseñanza de estocásticos en el tercer ciclo de educación primaria; e identificar la comprensión de los alumnos de las ideas fundamentales de estocásticos resultante de su enseñanza.

Elementos teóricos para el enfoque de los estocásticos en educación

La investigación se orienta según tres ejes. El *epistemológico* considera la propuesta de ideas fundamentales de estocásticos como guía de un currículum en espiral: medida de probabilidad; espacio muestra; regla de adición; regla del producto e independencia; equidistribución y simetría; combinatoria, modelo de urna y simulación; variable estocástica; ley de los grandes números y muestra (Heitele, 1975).

El eje *cognitivo* considera resultados de las investigaciones de Fischbein (1975), quien señala que aún los niños de preescolar *estiman probabilidades y hacen predicciones primarias con base en lo que ellos perciben* (pág. 120). En el período de operaciones concretas (7 a 10 años) con la adquisición de los esquemas operacionales espacio-temporales y lógico-matemáticos, arriban a la distinción entre el azar y lo deducible (pág. 121), aunque la representación del azar llega a ser una estructura conceptual más clara y organizada después de los 7 años, cuando el niño empieza a comprender la interacción de cadenas causales que conducen a eventos imprevisibles y a la irreversibilidad de fenómenos aleatorios. Los experimentos de Fischbein han mostrado que al final de los 10-11 años los niños pueden, mediante la enseñanza, asimilar procedimientos de conteo usados en la construcción de diagramas de árbol, como adquisición estructural, con transferencia de generalización iterativa y generalización constructiva (pág. 124). Las intuiciones son componentes cognitivos del comportamiento inteligente que están adaptados, en su función y propiedades, para garantizar la eficiencia del comportamiento (pág. 125).

El eje *social* orienta las acciones hacia escenarios con los principales participantes en el acto educativo en su marco institucional. Según Eisner (1998), las dimensiones de la educación son: la *intencional*, que se ocupa de los propósitos que se formulan para las escuelas o las aulas (pág. 92); la dimensión *estructural* atañe a las formas organizativas de las escuelas, tales como la división de la jornada escolar, cómo se asignan bloques temporales a los temas que influyen sobre lo que los estudiantes aprenden (pág. 94); la dimensión *curricular*, que se centra en la calidad de los contenidos del currículum y en los objetivos y las actividades que se emplean para ocupar a los estudiantes en ello (pág. 96); la dimensión *pedagógica*, la cual es la mediatización del currículum por el profesor, por lo que se advierte que lo que los estudiantes aprenden está limitado por lo que los profesores pretenden enseñar y por lo que contiene el currículum (pág. 97); y la dimensión *evaluativa*, referente a juicios de valor sobre la calidad de algún objeto, situación o proceso (pág. 103).

La orientación de la investigación

La indagación, como inicio del proceso de investigación, identifica cualidades para precisar su pregunta. Eisner (1998) caracteriza los rasgos de un estudio cualitativo: tiende a *enfocarse* en todo lo importante para la educación; el *yo como instrumento* utiliza su sensibilidad para la percepción de conductas e interpretación de significados; su carácter *interpretativo* primero

justifica aquéllo de lo que se ha informado y luego interpreta la situación de acuerdo a la experiencia; el *lenguaje expresivo* fomenta el entendimiento humano y logra la empatía; su crítica educativa objetiva atiende a *lo concreto*; se norma por criterios de *coherencia, intuición y utilidad instrumental* (págs. 49- 57).

1. *Organización y Escenario*. La organización del trabajo de indagación la dictó el “órgano operativo de investigación” (Ojeda, en prensa), del cual nos referiremos aquí solamente a una de las primeras incursiones en *aula alterna*, es decir, el aula donde el docente ejerce su práctica diaria con sus alumnos, pero con la asistencia y participación de investigadores. El objetivo con ese escenario es la constitución conjunta de la experiencia de lo que sucede en el aula durante la enseñanza de contenidos de estocásticos, para su examen y el de los acontecimientos según criterios específicos.

Se realizó la observación de la enseñanza de probabilidad en el aula de sexto grado de una escuela primaria pública, de turno vespertino, previo acuerdo con directivos y docente, con el acatamiento de las condiciones reales respecto al recinto, hora y duración de la sesión, con los alumnos del grupo (¿19?) y con el recurso a los medios institucionales (libro de texto de matemáticas y programa *Enciclomedia*).

2. *Célula de análisis de la enseñanza*. Los acontecimientos de enseñanza en el aula alterna se enmarcaron de acuerdo a los ordenamientos institucionales, de modo que los datos obtenidos se analizaron desde su origen, es decir, según esos ordenamientos, y en su particularidad develada en el aula con sus actores específicos. Para ello se utilizó la “célula de análisis de la enseñanza” (Ojeda, en prensa), esquema para someter a escrutinio lo relativo a una unidad de enseñanza que usa medios determinados (propuesta institucional, medios empleados, propósitos, estrategia y su desarrollo) en cuanto a: ideas fundamentales de estocásticos implicadas, su distinción de otros conceptos matemáticos utilizados, recursos semióticos en juego, términos (referentes a estocásticos) usados. Así se enfocó, de lo acontecido en el aula, la intervención de la enseñanza con los medios que utilizó, las dificultades manifiestas ahí de los alumnos y la temporalidad al utilizar esos medios.

3. *Instrumentos y Técnicas*. Los guiones de observación en el aula alterna y de revisión de medios fueron los principales instrumentos aplicados de lo que aquí presentamos. Ellos atienden a los criterios indicados en la célula de análisis de la enseñanza. Para el acopio de datos se empleó la técnica de videograbación y su digitalización de las sesiones en aula alterna; esto permitió la revisión recurrente de lo acontecido ahí para la identificación de los pasajes de interés por los objetivos que perseguimos. La transcripción de las intervenciones ocurridas se utilizó reiteradamente para identificar concatenaciones entre ellas, sus patrones y peculiaridades.

Medios institucionales para la enseñanza de estocásticos

La indagación inició con el análisis de los medios institucionales.

1. *Referentes para el docente*. Como punto de partida, *Plan y programas de estudio* (SEP, 1993, pág. 69) ubica los contenidos de estocásticos en el eje de predicción y azar, cuyo propósito es la *advertencia de la intervención del azar en un fenómeno aleatorio*, por lo cual introduce situaciones para su estudio con *el registro de experimentos aleatorios* (SEP, 1993, págs. 36, 37). El *Libro para el maestro* de sexto grado (1997) consigna para ese eje *Predecir los resultados de un juego de azar. Registrar en tablas y gráficas los resultados del juego para analizar la frecuencia de los eventos* (págs. 44 y 45); recomienda también solicitar a los alumnos la anticipación de resultados a la realización de experimentos aleatorios y la comparación con los resultados obtenidos. El *Fichero de actividades didácticas. Matemáticas*

(2003) sugiere incluir en esta lección el juego de “la perinola” (ficha 25), que tiene como propósito *Que los alumnos realicen juegos de azar y representen los resultados en una tabla*. La actividad trata de que cada alumno elabore su propia perinola con cartulina atravesada por el lápiz y con la inscripción de un número en cada área delimitada por los dobleces. Por parejas, cada niño elegirá dos de los cuatro números; ganará puntos si cae su número (hacia donde se incline la perinola, después de girarla). Se realizarán 40 repeticiones del giro de la perinola, con el registro cada vez del evento en una tabla ya propuesta. Ganará quien obtenga la mayor frecuencia. *Avance programático en Matemáticas. Sexto grado (1997-1998)*, señala para el eje de *predicción y azar*, el propósito de: *Registro en tablas y gráficas de los resultados de diversos experimentos aleatorios* (pág. 15).

2. *Libro de texto*. Por limitaciones de espacio y como ejemplo, de *Matemáticas. Sexto grado* (libro del alumno, 2004) nos referiremos sólo a lo concerniente a su lección 14 “El juego disparejo” (SEP, 2004, págs. 36, 37), la cual fue puesta en juego en la enseñanza en aula alterna. Ella propone realizar ensayos independientes efectivos en secuencias de lanzamientos de una moneda y anotar los resultados para resumirlos por su frecuencia.

i) Las ideas fundamentales implicadas en la situación planteada en esta lección son: espacio muestra; independencia; equidistribución y simetría; variable estocástica.

ii) Los otros conceptos matemáticos requeridos son: los números naturales y su orden.

iii) Los recursos semióticos en la lección para presentar la situación y su estudio son: tablas de entrada sencilla para organizar y presentar datos, figuras de monedas de volados, y la lengua natural escrita.

iv) Los *términos* de estocásticos que se utilizan en la lección son: *frecuente*, como el adjetivo del evento que ocurrió más veces del lanzamiento de las monedas; con el de *frecuencia* se refiere al número total de marcas que se registran en una tabla propuesta, después de cada volado; *tabla*, rectángulo seccionado donde se concentra el registro de los datos; *oportunidades*, como la posibilidad de obtener el resultado deseado al lanzar una moneda; *registra*, como anotar una marca (raya) por y para cada evento sucedido.

v) La *estructura* de la lección es la siguiente: Introducción para reconocer el “juego disparejo”, su realización y preguntas a él, realización de secuencias de ensayos independientes del juego en equipos de tres alumnos; elección de un color por parte de cada alumno, lanzamiento de una moneda (30 veces por alumno) y registro de los resultados en una tabla; respuesta a preguntas relacionadas con la tabla; elaboración de una tabla general (todo el grupo) y respuesta a las preguntas al respecto; nuevamente, realización de secuencias de volados (30 veces) con el grupo organizado en equipos de cinco alumnos, con cinco resultados sin importar el orden, y contestación de las preguntas; presentación de datos generales del grupo y resumen.

3. *Descripción de los vínculos del Programa de cómputo Enciclomedia* (SEP, 2004) en la lección 14. Como medio institucional implementado en las aulas, el programa vincula la lección con simulaciones del interactivo. Primero se enlaza con el propósito, donde se coloca el cursor, se presiona y presenta tres propuestas, que son:

▪ *Matemáticas interactivo – dados*. Eje “predicción y azar”, muestra en la parte superior: 1) tipos de dados (de colores o con puntos), 2) número de dados (uno, dos o tres, de color o con número de puntos) y 3) número de tiradas; en la parte inferior izquierda de la pantalla el icono de un libro con un signo de interrogación, presenta las instrucciones del juego, que son: 1) elección del tipo de dado (colores o puntos), 2) los colores se pueden modificar, por ejemplo: se puede crear un dado con tres caras rojas y tres caras verdes, 3) los números en las caras de los dados se pueden modificar oprimiendo el botón del ratón cuando el puntero está

en la cara del dado que se quiera cambiar. 4) Para regresar a los dados originales se coloca el puntero en el botón “reestablecer” y se oprime. A la izquierda, en la página inicial, dentro de un círculo se incluye el número de 1, 10, 100, tiros que se pueden realizar. Se elige color o el número; cuando el puntero señala el cubilete que aparece entre los números y la tabla, se lanza un dado y el resultado (número o color) se registra en la tabla automáticamente. Al terminar la secuencia de tiros, se ilumina con un color la tabla, según el número o color más frecuente. Se puede jugar con uno, dos o tres dados, la única diferencia es la tabla, que primero presenta los resultados con números (al usar un dado) y posteriormente con barras, con dos y tres dados.

▪ *Matemáticas interactivo – Ruleta.* Al inicio se localizan los botones de *créditos, instrucciones, iniciar*. Las instrucciones son: “Elección de un nivel: sencillo, medio o avanzado; se empieza la actividad con clic en el botón *empezar*; se inicia y en pantalla se muestra una ruleta hexagonal, dividida en seis partes con un número inscrito en cada sexto, que gira; aparece una pregunta sobre la probabilidad de ocurrencia de algún número de la ruleta. Cada acierto se indica con la figura de un plátano. Se proponen cinco giros (y preguntas); al terminar se cuestiona si se desea cambiar de nivel y, si es así, aparecen dos ruletas para realizar el mismo procedimiento que con el de una. El nivel avanzado presenta la probabilidad de los posibles resultados en la equivalencia de la fracción que sería la respuesta correcta. Cada nivel propone una tabla.

▪ *Matemáticas interactivo – diagrama de árbol.* Se indican elementos y niveles de ramificación para elaborar un diagrama de árbol. Este apartado sería más útil al propósito de conteo en combinatoria. El siguiente vínculo en la lección se indica en la palabra *frecuente*, enlaza a *Encarta* y al glosario.

4. *La propuesta institucional.* Los resultados de la revisión de medios denotan la falta de elementos acerca de las ideas fundamentales de estocásticos. La lección aquí considerada no trata de manera clara y completa la idea de espacio muestral, ya que tanto preguntas como la primera tabla propuesta omiten el evento *empate*. La ausencia de énfasis en lo conceptual reduce la actividad al desarrollo de un juego y registro de sus resultados sin la sistematicidad de la que derivaría la experiencia en estocásticos. La propuesta reproduce el énfasis en los contenidos aritméticos en detrimento de los de estocásticos, revelando así la poca importancia otorgada a éstos en la formación matemática básica.

“El disparate” en aula alterna

El análisis de la enseñanza en aula alterna reveló desconocimiento del medio digitalizado utilizado por el docente; su uso se concretó a la presentación de la lección tal cual proyectada, sin foco en las ideas fundamentales. La enseñanza con el medio propició la concentración de la atención de los alumnos y la unificación de las respuestas, aunque sin la solicitud de la anticipación de resultados, como plantea *Plan y programas* o como recomienda Fischbein (1975). Como ejemplo, la ausencia de un evento en el espacio muestral en la lección pasó inadvertida para el docente en el curso de la clase, como lo revela el pasaje siguiente (“M” denota la intervención del docente y “A” del alumno):

M: ¿Ya hicieron sus 30 [lanzamientos]? Anoten el resultado.

A: Maestra, ¿contestamos las preguntas?

M: Sí, contesten en equipo las cuatro preguntas, por favor. ¿Qué color ganó más juegos?

M: Vamos a contestar esas cuatro preguntas de acuerdo a los resultados de su equipo, *porque ahorita vamos a ver los resultados del grupo en total.*

[Se leen las preguntas, se contesta y registran en el pizarrón dentro de la tabla].

M: Empezamos. Voy a hacer el cuadro por resultados del grupo [Pregunta por color en cada equipo].

M: A ver, alcen la mano los equipos [en] que ganó el color verde [tres equipos]; alcen la mano los equipos en que ganó el color rojo [dos equipos]; y alcen la mano los del color azul [un equipo]. [La maestra cuenta los equipos en la tabla y, como están reunidos, corrobora las cantidades].

M: ¿Obtuvieron los mismos resultados? ¿Por qué?

M: Aquí los sucesos, ¿cuáles son? [Enfatizando en la lección del libro]

A: Rojo, verde y azul.

M: ¿Son parecidos?

De manera similar a lo acontecido en el siguiente episodio, en el resto de la clase es notoria la ausencia de términos que promoverían u orientarían hacia la idea de probabilidad tal como frecuencia.

M: ¿Cuál fue el que ganó menos veces?

A: Azul.

M: ¿Cuál fue el que ganó más veces?

A: Verde.

Observaciones

En general, como aquí se vio, la docencia reproduce en su práctica lo presentado en las lecciones de estocásticos, tanto en el libro de texto como en Enciclomedia. Lo anterior es debido a que no se considera a los estocásticos como contenidos necesarios. Sin embargo, algunos estudios señalan hacia la aportación del estudio de la probabilidad a una formación matemática básica, al desarrollo de un pensamiento dinámico (Perrusquía, 1995); y a la dotación de sentido a otros conceptos de matemáticas por su uso en la consideración de situaciones aleatorias (Fischbein, 1975) que no se concrete a resultados únicos y deterministas. En cuanto al programa de cómputo, se hace necesario perfeccionar sus contenidos, y dar énfasis a lo conceptual de estocásticos, de modo que su presentación no sea sólo pretexto para ejercitar otras nociones de matemáticas. Es de interés el estudio de su uso en mayor escala y con el recurso a Internet para dirimir sobre su aportación en la educación en estocásticos.

Referencias bibliográficas

- Eisner, Elliot W: (1998). *El ojo Ilustrado*. España: Paidós Educador.
- Fischbein E. (1975). *The Intuitive sources of probabilistic thinking in children*. D: Reidel Publishing Company. Dordrecht-Holland/Boston- USA.
- Heitele, D. (1975). An epistemological view on fundamental stochastic ideas. *Educational Studies in Mathematics* 6, págs 187-205. Reidel, Holanda.
- Ojeda, A. M.: (2005). Estrategia para un perfil nuevo de docencia: ensayo en la enseñanza de estocásticos “Matemática Educativa”, 30 años y una mirada actual (en prensa)
- Perrusquía, M, E. (1998). Probabilidad y aritmética: Estudio epistemológico en el estadio medio. Dificultades de interpretación. Tesis de maestría. DME, Cinvestav, México.
- SEP: (2004), *Libro para el maestro. Matemáticas. Sexto grado. México.*
- SEP: (1997-1998), *Avance programático. Sexto grado. México.*
- SEP: (1993), Plan y Programas de estudio de educación básica primaria. Subsecretaría de Educación Básica y Normal.
- SEP: (2003) *Fichero actividades didácticas. Matemáticas. Sexto grado. México.*
- SEP: (2004) *Matemáticas. Sexto grado. México.*
- Tedesco, J.: (2003). Educar en la sociedad del conocimiento. FCE, México.
- Velorio, M.: (2003). La cumbre mundial de la información. *Gaceta UNAM*, No. 355, México. www.sep.gob.mx/worklappsite/Enciclomedia/documentoenciclomedia.pdf. 24-08-05