

CARACTERIZACIÓN DEL USO DE LA ESTABILIDAD EN EL DOMINIO DE LA BIOLOGÍA

Edgar Vázquez, Francisco Cordero

CINVESTAV-IPN

evazquezg@cinvestav.mx, fcordero@cinvestav.mx

Campo de investigación: Socioepistemología

México

Nivel: Superior

Resumen. Se presenta un avance de una investigación que consiste en hacer un estudio socioepistemológico para caracterizar una justificación funcional del uso de la matemática en una situación de profesión cuyo dominio específico es la biología. Para ello se está creando un marco de referencia en el cual la modelación de la estabilidad de una ecuación diferencial o de un sistema dinámico proporciona argumentos que predicen el comportamiento de diversos fenómenos biológicos, especialmente la resistencia viral y el comportamiento de la propagación del SIDA, fenómenos que comúnmente no son estudiados mediante este objeto matemático y que no tienen la intencionalidad de ser enseñados en el aula.

Palabras Clave: Justificación funcional, modelación, estabilidad, biomatemáticas

Introducción

Para encontrar una respuesta contundente de la problemática de la enseñanza y aprendizaje del Cálculo desde la disciplina de la Matemática Educativa, cada vez es más clara la necesidad de establecer relaciones entre la Obra Matemática, la Matemática Escolar y la Matemática de la Sociedad. La aproximación socioepistemológica, en consecuencia, ha creado un marco teórico que da cuenta de la construcción social del conocimiento matemático donde la organización de los grupos humanos, manifestada en prácticas sociales, es el principal reactor de esa construcción.

Un mecanismo del marco teórico consiste en postular que las prácticas sociales norman la construcción del conocimiento matemático lo que conlleva a estudiar cómo las producciones matemáticas varían según las características del grupo humano. Bajo este marco se considera importante investigar a la modelación de la estabilidad de las ecuaciones diferenciales en una justificación funcional, categoría que hace referencia a que los mecanismos de desarrollo del uso del conocimiento en una situación específica son funcionales como contraparte de una justificación razonada, es decir lo que norma la justificación funcional no es una proposición lógica sino aquello que le es de utilidad a lo humano (Cordero y Flores, 2007). Investigación que está financiada por CONACYT con el Proyecto *Estudio de las gráficas de las funciones como prácticas institucionales. Una gestión para el Nivel Superior*. Clave: No. 77045.

1335

Así, caracterizar el uso de la estabilidad, en una situación de profesión, en el dominio de la biología y que no tiene la intencionalidad de ser enseñada en el aula, será la tarea que nos ayudara a cumplir nuestro cometido.

La Investigación

En el ámbito escolar es común encontrar que la enseñanza y el aprendizaje de la estabilidad de una ecuación diferencial o de un sistema dinámico esta vinculada a la modelación matemática de algún fenómeno físico, químico, económico o biológico, sin embargo, la forma en que se presenta este objeto matemático es simplemente como una aplicación de la matemática en otra ciencia soslayando la idea de que la estabilidad puede ser una herramienta funcional en el estudio de algún fenómeno. Esto quizás este ligado a la forma en que se ha caracterizado el concepto de modelación.

Existe una concepción tradicional de lo que es modelación matemática y de lo que es un modelo matemático. De estas podemos destacar dos aspectos importantes, uno referente a que modelación es referida a establecer vínculos entre fenómenos, situaciones o problemas y otras construcciones, llamadas modelos, para diferentes fines; el otro aspecto que destacamos es que el modelo matemático, generalmente, se concibe como una ecuación o un sistema de ecuaciones. La idea que identifica los modelos matemáticos con las ecuaciones es ampliamente difundida en los medios escolares (Arrieta, 2003).

La aproximación socioepistemológica en consecuencia ha tomado diversos elementos de construcción del conocimiento que han llevado a considerar a la modelación como una práctica social, Suárez (2008) describe estos elementos de la siguiente manera:

- a) Nos interesa la matemática funcional, es decir aquel conocimiento matemático que deberá integrarse a la vida para transformarla, reconstruyendo significados permanentemente.
- b) El volumen y el carácter de los conocimientos adquiridos por el hombre vienen determinado por el nivel de desarrollo de las prácticas sociales, es decir, por el grado de su dominio sobre el mundo exterior.

- c) La construcción de conocimientos debe estar en correspondencia con la modelación y el uso de la matemática, es decir, con el lenguaje de herramientas que resulta de la actividad humana.
- d) El rediseño del discurso matemático escolar requiere de la formulación de nuevas epistemologías, basadas en las prácticas sociales.

Es así como se puede afirmar que caracterizar el uso de la estabilidad en un dominio específico, en este caso la biología, nos proporcionará elementos que pueden, en un futuro, afectar la forma en que se enseña este objeto matemático y, en consecuencia, el currículo escolar.

Metodología

El enfoque de la investigación es de corte cualitativo. Un aspecto metodológico importante para la investigación ha consistido en crear un marco de referencia para observar la situación de profesión. El camino que se ha convenido para tal fin es el siguiente:

- a) Analizar la obra de un profesionalista del área biológica y caracterizar una justificación funcional. Algunas de las obras analizadas fueron: Hernández y Velasco (1999), Velasco (2000, 2006).
- b) Analizar su rol en la práctica profesional a través de métodos etnográficos.

Resultados

Análisis de las obras. Es interesante observar que la relación que existe entre la matemática y la biología surgió desde hace mucho tiempo, cuando pensadores como Malthus en el siglo XVIII, Verhulst en el siglo XIX y Vito Volterra en el siglo XX, matemátizan algunos conceptos y procesos biológicos (Hernández y Velasco, 1999); actualmente existen diversas investigaciones que hacen uso de objetos matemáticos, como es el caso de la estabilidad, para explicar alguna situación o predecir comportamientos específicos tales como: el crecimiento de alguna planta por medio del modelo de Von Bertalanffy, la propagación de alguna enfermedad a través de los modelos SIR, SEIR, SIS, o la interacción de dos especies con el modelo Depredador-Presa; cabe mencionar que

1337

existen modelos que se asemejan cada vez más a la realidad, sin embargo, en la naturaleza existen factores que impiden que el modelo sea totalmente eficaz, debido a esto, existen científicos del área biológica que sostienen la teoría de que la matemática es una herramienta, útil pero no única, que ayuda a sus estudios.

Lo anterior llevo al análisis de una Alternancia de Saberes que existe entre estas dos ciencias; según Velasco (2000) la aplicación de las matemáticas a la biología se ha dividido en dos partes tal y como se muestra en la figura 1, la aplicación rutinaria se refiere a aquellas técnicas que se presentan comúnmente en la matemática escolar y, los nuevos métodos hacen referencia a que en la actualidad existen cada vez más estudios que hacen uso de la modelación como metodología la cual ayuda a dar respuesta a un problema real de la biología.



Figura 1

A pesar de esto, construir un modelo y analizarlo no significa hacer biología, es necesario considerar otros elementos propios de la naturaleza del fenómeno (Velasco, 2006) por lo que la matemática será comparada con un microscopio metodológico ya que esta permitirá describir, explicar o predecir fenómenos de naturaleza biológica y, así como existe gran variedad de microscopios, por ejemplo el ultravioleta, el infrarrojo y el óptico, también existe una amplia gamma de objetos matemáticos que pueden ser usados para resolver un problema, como es el caso de la estabilidad.

Aspectos como los anteriores propiciaron el surgimiento de la biología matemática o biomatemática, disciplina de reciente creación cuyas caracterizaciones encontradas coinciden en que se ocupa de estudiar a aquellas áreas de la biología experimental, de campo o teórica en donde se han aplicado de manera relevante métodos matemáticos.

También, como resultado del análisis de las obras, se ha logrado establecer una epistemología de modelación de un fenómeno biológico el cual consiste en tres categorías que son caracterizadas de la siguiente manera:

- **Análisis de la Información.** Patrón de tareas en el cual se recopilan, organizan, comparan e interpretan datos e información del fenómeno en tablas y gráficas, Flores (2005).
- **Análisis de Comportamientos.** Patrón de tareas en el cual se establecen compartimientos del fenómeno y se analizan y determinan comportamientos de cada uno de ellos.
- **Análisis de Estructuras.** Patrón de tareas en el cual se altera algún compartimiento del fenómeno y se analizan los efectos en el sistema.

El diseño de la entrevista. Una vez terminado el análisis de las obras, se diseñó una entrevista con base a los elementos que se han encontrado hasta el momento. La entrevista consistió en 3 actividades, en la primera se preguntan aspectos propios de la relación que existe entre las dos ciencias, la matemática y la biología; en la segunda parte se le preguntan aspectos propios de la modelación de un fenómeno para un biólogo y en la última parte se preguntan algunos detalles de carácter gráfico.

Resultados de la entrevista. La propagación de enfermedades fue el tema que más resalto durante la entrevista. El siguiente fragmento describe la forma en que un biólogo determina el índice de propagación del SIDA en homosexuales, en él están presentes aspectos propios de la categoría de análisis de compartimientos.

JV: En el SIDA, para homosexuales, el, es simple y sencillamente el número, la tasa de cont..., el número de contactos sexuales que tiene per capita un infeccioso por la probabilidad de que ese contacto resulte en infección por el tiempo de duración del periodo de infección, ese es el número para enfermedades de transmisión directa...

$$R_0 = \beta\phi D$$

Posteriormente, haciendo uso de la matemática como metodología, se puede observar claramente en la Figura 2 que esta presente también un análisis de compartimientos, y se obtiene un número reproductivo básico distinto al que puede desarrollar un biólogo.

$$R_0 = \frac{\beta}{\mu + \gamma}$$

Handwritten mathematical model for HIV transmission. The top part shows three differential equations:

$$\frac{dS}{dt} = \mu N - \beta \frac{S I}{N} - \mu S$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta \frac{S I}{N} - (\mu + \gamma) I$$

$$\frac{dA}{dt} = \gamma I - \mu A$$

Below these is the equation $N = S + I + A$, with "constant" written next to it. The bottom part shows the definition $i = \frac{I}{N}$ and the equation $\frac{di}{dt} = \beta(1-i)i - (\mu + \gamma)i$.

Figura 2. Modelación de la transmisión del SIDA desde la matemática.

El concepto de *modelación* también causo controversia ya que, como se menciona anteriormente, presenta distintas concepciones. En la biología:

JV: *¿Cuáles son los modelos importantes en esta área? Los modelos animales, el ratón, fundamentalmente el ratón, la drosophila... z*

JV: *... porque con esos los puedes agarrar, los puedes alterar, puedes cambiar genes, puedes cambiar hormonas, y puedes ver como resulta el cambio de forma, la generación de otra antena, el cambio de sexo, lo que quieras...*

En la matemática:

JV: ... la primera critica es bueno lo que saque del ratón para servir para ese ratón y si lo hago en diez ratones pues en 10 ratones y además va a ser estadísticamente, y si lo generalizo para más y para llevarlo a, a como se genera mi forma pues, pues no puede ser ¿Qué necesitas? un modelo general que sirva para todo,...

Consideraciones Finales

La resistencia viral y la propagación del SIDA son los temas principales que se analizan en las obras del biólogo que se entrevisto, gracias a estos fenómenos los resultados que se han obtenido son: la construcción de una epistemología del uso de la modelación de la estabilidad en biomatemáticas, la cual consta de 3 categorías: análisis de la información, análisis de comportamientos y análisis de estructuras; y el análisis de aspectos, como la concepción de modelación, los cuales surgen de una alternancia de saberes entre dos ciencias con metodologías tan diferentes como lo son la biología y la matemática.

Para los biólogos, además del análisis de la estabilidad, es necesario considerar otros aspectos importantes tales como la historia y las condiciones físicas y biológicas involucradas en el problema.

La estabilidad puede considerarse una *herramienta* matemática que ayuda a predecir el comportamiento del fenómeno, proceso o concepto biológico en cuestión.

Se ha observado tambien que el binomio modelación–graficación tiene un papel relevante en la estabilidad ya que, como se menciona en Cordero, (2006), además de ser una herramienta que ayuda a hacer representaciones adecuadas y eficientes de cada una de las situaciones es una práctica que trasciende y se resignifica. Ejemplos de esto se encuentran en Biología de Poblaciones donde existen diversas investigaciones que utilizan el modelo Lotka-Volterra para explicar el comportamiento de dos especies bajo el efecto de algún fenómeno, como el efecto Allee o en Epidemiología en el estudio de la propagación del virus del SIDA bajo el efecto de alguna droga. En estas investigaciones, el uso de las gráficas es de gran importancia para determinar el comportamiento del fenómeno.

Lo expuesto anteriormente describe solo algunas características de una justificación funcional del uso de la matemática en una situación de profesión, en el dominio de la biología.

Referencias bibliográficas

Arrieta, J. (2003). *Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula*. Tesis de doctorado no publicada. Departamento de Matemática Educativa, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional.

Cordero, F. (2006). *El uso de las Gráficas en el Discurso del Cálculo Escolar. Una visión Socioepistemológica*. En Cantoral, R., Covian, O., Farfán, R. M., Lezama, J., y Romo, A. *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: Un reporte Iberoamericano* (p.p. 265- 286). México: Reverté.

Cordero, F. y Flores, R. (2007). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 10(1), 7-38.

Flores, R. (2005). *El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto*. Tesis de Maestría no publicada. Departamento de Matemática Educativa, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional.

Hernández, G. y Velasco, J. (1999). *El manantial escondido, un acercamiento a la biología teórica y matemática*. México: Fondo de Cultura Económica.

Suárez, L. (2008). *Modelación – Graficación, Una categoría para la matemática escolar. Resultados de un Estudio Socioepistemológico*. Tesis de Doctorado no publicada. Departamento de Matemática Educativa, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional.

Velasco, J. (2000). El gene, la forma, el virus y la idea: una perspectiva personal de la biología matemática. *Miscelánea Matemática*. 32, 5-38.