

Capítulo 2

Los Organizadores del Currículo de Matemáticas

Luis Rico, Universidad de Granada

1. El problema de las unidades didácticas

Cuando el profesor inicia la puesta en práctica de las directrices curriculares con un grupo concreto de alumnos necesita tomar una serie de decisiones de carácter general. Estas decisiones se concretan mediante criterios para la selección, secuenciación y organización de los contenidos; criterios para la organización, desarrollo y control del trabajo en el aula; prioridades en el proceso de construcción del conocimiento y en la asignación de significados por parte de los alumnos; y, finalmente, criterios para valorar los logros en el aprendizaje y para el tratamiento adecuado de los errores.

Estos criterios se ajustan a las cuatro componentes generales del currículo: contenidos, metodología, objetivos y evaluación. Se trata de componentes que surgen cuando consideramos el aula como espacio de trabajo y al profesor como agente principal del proceso educativo. Estas cuatro componentes determinan un esquema conocido, usual en el diálogo que mantiene la administración educativa con el profesorado y también en la comunicación que deben mantener los profesores entre sí, cuando trabajan a un nivel general de planificación. Es por ello que los documentos curriculares que elabora la administración educativa para el profesorado en ejercicio suelen venir estructurados mediante estas cuatro componentes. También ocurre que, cuando un Departamento quiere expresar sus intenciones formativas en relación con una materia o asignatura, tal planificación se organiza por medio de las cuatro componentes mencionadas: objetivos, contenidos, metodología y evaluación.

El esquema que aportan estas cuatro componentes es amplio y versátil; de hecho es el que utiliza la propuesta curricular del Ministerio de Educación y las de las Consejerías de Educación de las Comunidades Autónomas. Esto puede inducir a que el profesorado adopte sin cautelas el mismo esquema y trate de utilizarlo directamente en todos los niveles de planificación de una materia. Se produce así una confusión, al proponerse concretar y planificar mediante esas cuatro componentes cada una de las unidades didácticas en las que se desglosan los bloques de contenidos y, a continuación, las lecciones que constituyen el programa para un curso.

Pero la estructura de los documentos curriculares sólo aportan un marco de referencia, que no es exhaustivo. Si consideramos cada uno de los tópicos o unidades de contenidos de Matemáticas para la Educación Secundaria Obligatoria y nos proponemos establecer objetivos generales para cada una de ellas encontramos que, con pequeñas diferencias, los objetivos para las

unidades de números no son muy distintos de los objetivos para las de álgebra o para las de funciones; más bien lo que surgen son concreciones o puntualizaciones de los objetivos generales para cada una de las unidades, pero no objetivos distintos para cada una de ellas. Por tanto, los diferentes bloques de contenidos y unidades no se distinguen por sus objetivos, no al menos con el grado de precisión con que aparecen en los documentos curriculares.

Esto es lo que se sigue del diseño curricular base elaborado por el Ministerio de Educación y por las Consejerías de Educación de las Comunidades con competencias educativas: consideran unos objetivos generales para el área de Matemáticas en Secundaria, y no específicos para cada bloque y, menos aún, para cada unidad didáctica. Resulta posible establecer objetivos más concretos, vinculados a los contenidos específicos de cada tema, pero no es esta la opción elegida en el Currículo de Matemáticas para Educación Secundaria que ha optado por unos objetivos generales para el área, válidos para la mayoría de bloques de contenidos y unidades didácticas.

La opción del actual Currículo de Matemáticas evita los objetivos vinculados al aprendizaje de conceptos y procedimientos concretos. Al optar por unos objetivos generales esta referencia no permite diferenciar entre unas unidades didácticas y otras

Igualmente, si consideramos las orientaciones de los documentos curriculares sobre metodología, es difícil establecer diferencias para los distintos bloques de contenidos y, de ahí, para los diversos tópicos de la asignatura de matemáticas. Desde la perspectiva del profesor no hay un tratamiento metodológico esencialmente distinto para cada bloque que se derive de las consideraciones metodológicas que aparecen en el Currículo de Matemáticas. Cuando hay que mencionar la componente metodológica de cada unidad didáctica encontramos los mismos criterios generales como única referencia. Esta consideración es válida también cuando tratamos de establecer criterios propios para cada tópico en relación con la evaluación.

Constatamos así un hecho: los bloques de contenidos y las unidades didácticas se distinguen unos de otros por sus contenidos específicos, casi con exclusividad; esto es lo que se desprende del Currículo de Matemáticas. En sí mismo no tiene porqué considerarse un hecho positivo o negativo, sino que es la opción adoptada para el actual Currículo.

Por ello, cuando nos proponemos planificar cada una de las unidades a partir del Currículo para el área de matemáticas, encontramos unos enunciados generales sobre objetivos, metodología y evaluación, válidos para todas ellas, y unos contenidos específicos distintos para cada una.

Hay algo que no encaja cuando pretendemos diseñar unidades didácticas en matemáticas mediante las cuatro componentes convencionales del currículo (objetivos, contenidos, metodología y evaluación) tal y como aparecen indicadas en los documentos curriculares, ya que, en este caso, el análisis de las

cuatro componentes se reduce al análisis de los contenidos y a consideraciones genéricas sobre las otras tres componentes. El grado de generalidad con que aparecen tres de las componentes: objetivos, metodología y evaluación, resulta dispar con la mayor precisión con la que aparecen detallados los contenidos.

Con la reflexión que se puede realizar a partir de los decretos curriculares resulta explicable por qué se produce una confusión entre currículum y programa en multitud de ocasiones. Si en la planificación de los temas y unidades el componente diferenciador son los contenidos ¿para qué considerar el resto de las componentes curriculares?

Esta confusión está más extendida de lo que se admite; el profesor está dispuesto a reconocer la importancia de los objetivos generales, de los criterios metodológicos y de los principios para la evaluación pero, en el momento de planificar su actividad cotidiana, su reflexión se centra en los contenidos ya que es mediante ellos como se distinguen unas unidades de otras usualmente. El trabajo del Seminario de Matemáticas y la planificación de cada profesor se concreta sobre los contenidos; la consideración sobre las otras tres componentes curriculares es de un carácter general, muy distinto.

Esta confusión tiene también su fundamento en los planes de formación del profesorado que mantiene la administración educativa española para los profesores de secundaria. Por un lado se ofrece a estos profesores una formación científica sólida, de cinco años de duración y correspondiente a una licenciatura. Esta formación capacita para gestionar los contenidos adecuadamente. Por otra parte, y sin conexión explícita, hay una formación pedagógica, en un curso de 90 horas de duración, que se lleva a cabo en un trimestre y da lugar al título de Capacitación Pedagógica. La formación didáctica que se proporciona en este curso es superficial y sin apenas estructuración. Esta formación debe capacitar a los profesores para trabajar sobre los objetivos, la metodología y la evaluación, en relación con cada uno de los contenidos del programa; de hecho, sólo les capacita para dotar de cierto sentido a unos enunciados genéricos que nunca llegan a conectar con los bloques de contenidos y las unidades didácticas.

Nuestra crítica está dirigida, en este caso, hacia la deficiente preparación didáctica que recibe el Profesor en formación, que sólo le capacita para discutir sobre los contenidos. Es necesario enriquecer esa preparación y superar el estado actual de la formación inicial.

2. Programación de unidades didácticas

Podría derivarse de la argumentación anterior que el concepto de currículum no es útil para la planificación y diseño de unidades didácticas ya que, de sus cuatro componentes, sólo una de ellas tiene peso específico propio en cada unidad. No es esa la tesis que sostenemos. Hemos visto en el capítulo anterior la

complejidad del concepto de currículo y los diversos niveles de reflexión con los que se puede abordar tal concepto. Este concepto lo hemos presentado como una herramienta básica para el trabajo del profesor de matemáticas de secundaria; por ello, debe resultar válido igualmente para la planificación y desarrollo de unidades didácticas.

Nuestra tesis es que el profesor de matemáticas de secundaria de hoy no dispone de herramientas conceptuales adecuadas y suficientemente desarrolladas, a partir de las cuales realizar una buena planificación. Estas deficiencias provocan las dificultades señaladas en el uso del concepto de currículo, considerado como conjunto de objetivos, contenidos, metodología y evaluación. Los documentos para el Currículo de Matemáticas no proporcionan información suficiente para utilizar de manera efectiva las cuatro componentes mencionadas en la planificación de temas y unidades. Esto es así puesto que no ofrecen criterios para la selección, secuenciación y organización de los contenidos, criterios para la organización, desarrollo y control del trabajo en el aula, prioridades en el proceso de construcción del conocimiento y en la asignación de significados por parte de los alumnos, y criterios para valorar los logros en el aprendizaje y para el tratamiento adecuado de los errores, para cada una de las unidades del currículo de matemáticas. Tampoco el profesor dispone de formación adecuada para realizar las adaptaciones correspondientes.

Necesitamos un nuevo nivel de reflexión curricular conectado con la programación y, por tanto, nuevas herramientas conceptuales con las que trabajar en este nivel y mediante las que abordar las tareas de diseño, desarrollo y evaluación de unidades didácticas en el área de matemáticas. La caracterización operacional del currículo mediante objetivos, contenidos, metodología y evaluación, no es inadecuada, sólo lo es su empleo en tareas de diseño y planificación del trabajo para el aula, sin criterios de referencia. Esperamos, a la conclusión de este capítulo, haber presentado estos nuevos conceptos y herramientas junto con los criterios mediante los que llevar a cabo la planificación de unidades didácticas

Tratemos de poner de manifiesto algunas limitaciones que surgen al considerar el concepto general de currículo anteriormente descrito. Una de tales limitaciones se produce por olvidar la funcionalidad de ese concepto y el contexto en el que se presenta. Cuando encontramos un discurso sobre objetivos, contenidos, metodología y evaluación no debemos olvidar que se trata de un medio dialéctico que elabora la administración educativa, o los expertos en educación, para dirigirse a los profesores en ejercicio. Este discurso se encuentra en los documentos oficiales o en los libros elaborados para la orientación profesional. Mediante tal discurso se organiza el diálogo que la administración establece con los profesionales de la educación. La reflexión sobre objetivos, contenidos, metodología y evaluación va dirigida, casi en exclusiva, a profesores y educadores; nunca va dirigida a los alumnos.

Por ello carece de sentido que, cuando los profesores reflexionan sobre su trabajo en relación con los alumnos, traten de reiterar el esquema anterior y comportarse como si cada profesor fuese el legislador o la administración para sus alumnos. No tiene sentido que el profesor organice inicialmente su reflexión y planificación sobre unidades didácticas en términos de objetivos, contenidos, metodología y evaluación, con carácter general, puesto que la relación del profesor con sus alumnos es distinta de la que tiene la administración educativa con los profesores. Empeñarse en ese esquema produce una simplificación y trivialización de las actividades de programación que, como ya hemos visto, no resulta saludable para su puesta en práctica.

Veremos más adelante que es posible expresar las unidades didácticas mediante estas cuatro componentes: objetivos, contenidos, metodología y evaluación, pero como resultado de un proceso de reflexión más elaborado, cuyo hilo conductor tiene unos elementos conceptuales y unas bases disciplinares diferentes a las componentes mencionadas. Se argumentará que tales referencias conceptuales proporcionan criterios adecuados para organizar el currículo de matemáticas.

El profesor, cada profesor, no es el Ministro o Consejero de Educación de sus alumnos, por ello la línea de reflexión que cada profesor elabora para desarrollar el trabajo de sus alumnos tiene una base argumental diferente de la línea de reflexión que la administración educativa elabora para organizar el trabajo de los profesores. El único elemento coincidente que hemos admitido, hasta el momento, para ambas líneas de reflexión es el que se denomina *contenidos*, que vamos a tomar como referencia para la búsqueda de nuevos elementos que permitan caracterizar la elaboración de unidades didácticas.

Esta confusión también se produce por tratar de resolver los problemas de un campo disciplinar específico, como es la Educación Matemática, mediante los instrumentos de un campo disciplinar diferente y más genérico, la Teoría Curricular, sin matizaciones ni cautelas.

3. La búsqueda de nuevo elementos

Como los profesores disponen de información suficiente sobre los contenidos puede parecer que éstos no están nunca en discusión. Nada más lejos de la realidad. Los profesores de matemáticas suelen sostener planteamientos diversos sobre el modo de organizar cada uno de los bloques de contenidos. Precisamente por ello, las discusiones en los seminarios o departamentos de matemáticas suelen centrarse sobre los contenidos y tienen un vigor y un nivel de profundidad en ocasiones envidiables. Al compartir una cultura matemática con cierto nivel de profundidad los profesores pueden articular de maneras diversas sus conocimientos sobre cada uno de los temas y, aún cuando no los compartan plenamente, son capaces de entender opciones alternativas y apreciar sus ventajas o señalar sus inconvenientes. Dicho en otros términos, los

profesores de matemáticas tienen formación suficiente y fuentes documentales adecuadas para dar forma y expresión coherente a sus coincidencias sobre los contenidos pero también, lo cual es aún más importante, a sus discrepancias.

Dos profesores distintos pueden diseñar esquemas y organizaciones diferentes para los contenidos de una unidad didáctica concreta pero tales esquemas pueden ser perfectamente entendidos e, incluso, asumidos por el otro. Es posible que los esquemas sean muy diferentes pero tienen unas referencias comunes que permiten que un profesor pueda sustituir provisionalmente al otro; también permiten que, si se produce un cambio de profesor en un grupo de alumnos de un curso para otro, cada uno de los profesores sepa cómo conectar los conocimientos previos de los alumnos y sus esquemas de organización para conceptos y procedimientos con su modo particular de organizar esos mismos contenidos.

Lo interesante de los contenidos en las unidades didácticas es que expresan una información común para todos los profesores sobre la cual se pueden establecer coincidencias pero, sobre todo, se puede disentir y estas disensiones se pueden delimitar sin que ello suponga problemas especiales de planificación y ejecución. Esta información básica común la encontramos en unos libros y documentos de referencia sobre matemáticas, que están a disposición de los profesores en las bibliotecas de los centros e, incluso, en las bibliotecas particulares de los profesores de matemáticas. Basta muchas veces con que se mencione el libro de consulta que está siguiendo un profesor para que quede clara la orientación que se está dando a los contenidos de un tema o de un bloque de temas concreto. En un planteamiento clásico esto queda claro: cuando un profesor dice "*estoy siguiendo el Apostol (o el Guzmán o el Spivak) para el concepto de límite*", expresa una opción que se diferencia claramente de otras.

Volviendo a nuestra reflexión inicial sobre las cuatro componentes del currículo está claro que no hay una cultura compartida equivalente para los objetivos, la metodología y la evaluación por cada uno de los bloques de temas. Hay unas prácticas compartidas con multitud de variantes, pero no un marco teórico que permita tratar con objetividad tales prácticas. Los profesores encuentran muy difícil exponer con precisión sus propios puntos de vista sobre estas tres componentes, pero encuentran mucho más difícil aún dar validez objetiva los puntos de vista de los compañeros. Si ya resulta complicado expresar las coincidencias, es casi imposible caracterizar las discrepancias y encontrar referencias comunes que permitan asumir provisionalmente el punto de vista alternativo como opción propia. Cuando los profesores de matemáticas hablamos de objetivos, metodología y evaluación, salvo excepciones, empleamos un discurso muy personal, genérico e impreciso, con pocas referencias externas y datos objetivos, con soporte físico concreto. No hay apenas bases documentales de referencia y, cuando las hay, son desconocidas

para la mayoría de los profesores o vuelven a ser tan genéricas que no resultan útiles para el trabajo común de los profesores de un mismo seminario.

4. Caracterización de los organizadores del currículo.

Como consecuencia de las reflexiones anteriores nos planteamos las siguientes preguntas: ¿es posible encontrar otros elementos, distintos de los contenidos, que expresen un conocimiento objetivo y útil para la elaboración de unidades didácticas? ¿existen fuentes objetivas de conocimientos, adecuadas para organizar unidades didácticas en matemáticas? ¿qué otros conocimientos, distintos de los contenidos, son útiles y necesarios para una adecuada programación? ¿sobre qué tópicos pueden discutir los profesores cuando están planificando cada uno de los temas? ¿es posible encontrar organizadores para este nivel de reflexión sobre el currículo de matemáticas, además de los contenidos?

Está claro que la respuesta ha de ser afirmativa ya que no es cierto que la planificación de un tema se reduzca a una simple organización secuenciada de conceptos y procedimientos. En nuestra más extendida tradición de organización de unidades didácticas, es decir, en los libros de texto encontramos otros elementos, distintos a los contenidos, mediante los cuales se organizan cada una de las lecciones. Quizás tales elementos no aparezcan explícitamente mencionados, pero resultan necesarios para la planificación de cada lección y los encontramos ejemplificados en cada una de ellas. ¿Qué ideas subyacen en la organización de un libro de texto? ¿qué organizadores permiten estructurar las distintas unidades didácticas en el área de matemáticas?

Cuando los profesores indagan en su propia práctica, sobre la base de las reflexiones anteriores, comienzan a encontrar respuestas adecuadas. Hay algunas opciones más obvias y otras más difíciles de localizar pero, tras alguna sesión de debate sobre las características de un organizador, cualquier grupo motivado de profesores puede encontrar una lista de organizadores aceptable sobre la cual continuar la discusión. Vamos a llamar **organizadores** a aquellos conocimientos que adoptamos como componentes fundamentales para articular el diseño, desarrollo y evaluación de unidades didácticas. Hablamos así de organizadores del currículo.

Una condición exigida para aceptar un tipo de conocimientos como organizador del currículo de matemáticas debe ser su carácter objetivo y la diversidad de opciones que genere. Un organizador debe ofrecer un marco conceptual para la enseñanza de las matemáticas, un espacio de reflexión que muestre la complejidad de los procesos de transmisión y construcción del conocimiento matemático y unos criterios para abordar y controlar esa complejidad. Los organizadores deben mostrar su potencialidad para establecer distintos marcos de estructuración de las unidades didácticas, con una base objetiva de interpretación y discusión. Los organizadores han de ubicar las

distintas opciones de los profesores para la planificación, gestión y evaluación de unidades didácticas y han de situar estas opciones en unas referencias comunes, que permitan precisar las coincidencias y las discrepancias. Los organizadores deben tener una base disciplinar adecuada, que permita su tratamiento objetivo. El conocimiento didáctico sobre cada uno de los contenidos del currículo de matemáticas ha de quedar estructurado mediante la aportación que hacen cada uno de los organizadores a dicho contenido.

También ha de resultar posible encontrar documentos y fuentes de información sobre cada uno de los organizadores, ya que éstos no deben ser producto de la inspiración de un grupo de personas o de una moda; cada profesor debe tener acceso a diversos documentos, libros y publicaciones mediante los que sea posible profundizar en la aportación que cada uno de ellos hace a cada tópico y, además, proporcionar información contrastada sobre la validez y utilidad de estas aportaciones. Los documentos que organizan la información sobre los diversos modos de estructurar una determinada unidad didáctica proporcionan las bases conceptuales para tomar acuerdos o disentir sobre los diferentes modos de trabajar en la misma. De esta manera, cada organizador proporciona una base sólida y unos criterios para estructurar todas y cada una de las unidades didácticas y para la delimitación del conocimiento didáctico de sus contenidos.

5. Organizadores para el currículo de matemáticas

Las diferentes disciplinas matemáticas (Álgebra, Análisis, Aritmética, Geometría, Estadística, Probabilidad) satisfacen todas las condiciones que acabamos de mencionar: tienen carácter objetivo, ofrecen una diversidad de opciones para estructurar unidades didácticas, permiten reconocer coincidencias y discrepancias entre distintas estructuraciones así como discutir sobre ellas; tienen, obviamente, una fundamentación disciplinar y académica, y se dispone de fuentes documentales diversificadas que proporcionan información suficiente para cada tópico. Pero las disciplinas matemáticas no agotan las necesidades organizativas del currículo de matemáticas; de ahí que, como se ha argumentado, sea necesario proceder a la búsqueda de nuevos organizadores.

En la planificación de cada uno de los temas o unidades didácticas, además de las posibles opciones matemáticas de organización para un tópico, resulta imprescindible tener en cuenta otros aspectos, de los que vamos a hacer una selección y destacar los que, a nuestro juicio, resultan más relevantes.

En primer lugar, consideramos los errores y dificultades usualmente detectados en el aprendizaje de las matemáticas, que se presentan sobre cada tópico, así como los problemas u obstáculos de aprendizaje que se detectan o plantean para cada concepto.

En segundo lugar, la diversidad de representaciones utilizadas para cada sistema conceptual, junto con algunas de las modelizaciones usuales de los correspondientes conceptos.

En tercer lugar, la fenomenología de los conocimientos implicados, así como las aplicaciones prácticas de cada bloque de contenidos.

En cuarto término, la diversidad de los materiales de tipo manipulativo y de los recursos que pueden emplearse en la enseñanza de cada tópico.

Y, en quinto término, la evolución histórica de cada campo e, incluso de cada concepto.

Estas cinco perspectivas, junto con los propios contenidos, no agotan las posibilidades de reflexionar sobre cada una de las unidades del currículo de matemáticas desde un planteamiento didáctico. Posiblemente hay otras alternativas u otros modos de considerar los organizadores que acabamos de presentar, pero son éstos los que constituyen nuestra opción y sobre los que vamos a centrar nuestra reflexión en este trabajo. Todos ellos, conjuntamente, ofrecen la posibilidad de realizar un análisis didáctico de cada uno de los temas del currículo de matemáticas, es decir, un análisis de los contenidos de las matemáticas al servicio de la organización de su enseñanza en el sistema educativo. Este análisis forma parte ineludible del trabajo que los profesores de matemáticas deben realizar en sus tareas de planificación de unidades didácticas, y es por ello que son necesarios unos organizadores, los mencionados u otros alternativos.

Usualmente, la información sobre los organizadores considerados se presenta incorporada en las tareas y actividades que se encuentran en los libros de texto, sin que de ello se haga mención explícita, ni tampoco una presentación sistemática. Por ello no es usual que el profesor perciba su interés para la estructuración de las unidades didácticas.

Veamos unos cuantos ejemplos de cómo aparece información sobre diferentes organizadores en los libros de texto; tomamos como referencia los textos de *Matemáticas para Educación Secundaria Obligatoria. Proyecto 2000*, de la Editorial Algaida (Rico, Coriat, Marín y Palomino, 1994-a y 1994-b).

Los errores se ponen de manifiesto como conocimientos inadecuados, por ello su detección se organiza mediante un escalonamiento de ejercicios, problemas y actividades; también se tratan de controlar en las recomendaciones que los autores van haciendo al lector para que ponga atención sobre determinados aspectos o para que no confunda nociones similares. Durante la realización de los ejercicios es necesario un observador externo para evaluar la distancia entre la afirmación errónea y el conocimiento correcto, y conducir al alumno extraviado hasta el conocimiento que se ha estipulado como correcto. Encontramos un ejemplo de aproximación a los errores en el libro de *Matemáticas para 3º curso* (Rico, Coriat, Marín y Palomino, 1994-a):

Para comparar números decimales hay que tener en cuenta algunas ideas importantes. Así, si queremos ordenar 0.1, 0.23 y 0.115, observamos que:

Mayor número de cifras en un decimal no significa que sea mayor; la comparación no puede hacerse por el número de cifras decimales.

Entre dos números decimales el mayor no tiene por qué ser el de más cifras: 0.115 es menor que 0.23.

(pg. 39)

Las diferentes representaciones para los conceptos y procedimientos matemáticos se presentan explícitamente, así como las conexiones entre ellas, pero raras veces se insiste en que expresan diversas facetas y propiedades de un mismo concepto. Un ejemplo de uso explícito de diferentes representaciones lo encontramos en el libro de Matemáticas para 4º curso (Rico, Coriat, Marín y Palomino, 1994-b):

Cuando n no es un cuadrado perfecto, la expresión \sqrt{n} (raíz cuadrada de n) representa:
Primero, una operación para calcular números de un orden decimal determinado, cuyo cuadrado es el valor más próximo a n (por defecto o por exceso) para ese orden decimal.
Segundo, un punto de la recta, con un proceso de construcción explícito y conocido.
Tercero, una notación decimal con infinitas cifras no periódicas.
Cuarto, un segmento de longitud \sqrt{n} , incommensurable con el segmento unidad.

(pg. 31)

La consideración del conocimiento matemático como modelo también la podemos encontrar con frecuencia; igualmente las modelizaciones surgen en los problemas de aplicación. En cada uno de los siguientes ejemplos, tomados del texto de 3º, tenemos una propuesta para considerar un tipo de modelo matemático:

La proporcionalidad es un modo de asociar cantidades de dos magnitudes. Las personas usamos el razonamiento proporcional en una gran variedad de situaciones.
El razonamiento proporcional es muy útil y frecuente, pero en muchas situaciones no resulta adecuado. Debes aprender a distinguir las situaciones en las que éste no es apropiado

(pg. 50)

Los poliedros, como modelos de estructuras y como modelos que rellenan una región del espacio, se usan como herramientas para resolver problemas de muy diversas clases,

como las modernas teorías cristalográficas y las teorías de la estructura molecular de los sólidos.

(pg. 91)

La fenomenología de cada uno de los conceptos debiera estar en la base de los diferentes ejercicios y actividades que se proponen o de las actividades de motivación y ampliación; no es usual que los libros de texto hagan un barrido explícito de las principales opciones fenomenológicas para un determinado concepto pero está claro que, si se quiere presentar un tópico matemático en toda su riqueza y pluralidad de significados, debe considerarse en conexión con diferentes fenómenos y debe aplicarse a otros campos diferentes del conocimiento. En el texto ya mencionado, encontramos:

Hay situaciones cotidianas en las que escogemos o seleccionamos grupos de objetos. La elección de un almuerzo de un menú de un restaurante es un ejemplo de selección.

Con frecuencia establecemos ordenaciones; las posiciones de los muebles en una habitación o las formas de alojarse cuatro personas en un vehículo implican posibles ordenaciones. Nuestro lenguaje o el sistema de numeración decimal se componen de agrupaciones ordenadas -palabras o números- tomadas del alfabeto o de los 10 dígitos.

Las situaciones comentadas y muchas otras similares se denominan situaciones combinatorias. Se reconocen porque existe un conjunto sobre cuyos objetos aplicamos algún criterio de colocación, selección u ordenación, generándose varias soluciones acordes con el criterio

(pg. 200)

La caracterización histórica de cada tópico se viene incorporando recientemente a nuestros libros de texto; de nuevo tenemos un ejemplo:

El Algebra se caracteriza por sus métodos para determinar valores o cantidades desconocidos mediante las relaciones que guardan con otras cantidades conocidas; estos métodos conllevan el uso de letras y expresiones literales con las que se realizan operaciones.

Descartes (1596-1650), en su *Geometría* publicada en 1637, se expresaba así:

"Una ecuación está integrada por varios términos, algunos de ellos conocidos y algunos de ellos desconocidos, siendo unos iguales a otros, o más bien, considerados todos conjuntamente son iguales a cero."

(pg. 149)

Todavía resulta necesario profundizar más y mejor en los usos didácticos de la evolución histórica del concepto o conceptos que se estén considerando para cada unidad didáctica.

Materiales y recursos son tópicos más familiares al profesor de matemáticas, y es usual encontrar referencias explícitas en los libros de texto:

Si dispones de un balón, marca con rotulador sobre él una red de paralelos y meridianos. Elige dos puntos que estén en el mismo paralelo y, estimando, traza el círculo máximo que pasa por esos dos puntos; comprueba que la distancia entre esos dos puntos medida sobre el círculo máximo es inferior a la distancia medida sobre el paralelo.

(pg. 100)

Tres pelotas de tenis se venden en contenedores cilíndricos; se trata de un ejemplo de apilamiento de esferas congruentes. Queremos calcular la fracción del volumen del cilindro ocupado por las esferas

(pg. 116)

Es evidente que en la realización de un libro de texto intervienen, con mayor o menor extensión, profundidad y sistematicidad, los tipos de información que acabamos de revisar. Un libro de texto moderno no queda nunca reducido a la simple presentación secuenciada de definiciones, conceptos, operaciones, propiedades, estructuras y teoremas matemáticos.

El trabajo de los profesores de matemáticas tampoco puede reducirse a planificar los estrictos conocimientos formales de matemáticas. Sin embargo, por la cultura en la que han sido formados, los únicos datos que los profesores parecen compartir son las informaciones exclusivamente matemáticas, y es sobre estos datos sobre los que únicamente se producen discusiones en las tareas de planificación y diseño. Se trata de una consideración obviamente deficiente, que tiene su repercusión en las tareas de elaboración, puesta en práctica y valoración de unidades didácticas. También tiene implicaciones para el trabajo dentro del seminario o departamento de matemáticas, y en la consideración de la dimensión social de ese trabajo.

6. Los organizadores y el conocimiento profesional

El estudio de los organizadores se encamina a profundizar en el conocimiento profesional sobre cada uno de los tópicos del currículo de matemáticas; por ello consideramos que las reflexiones e informaciones que se presentan y emplean han de ser variadas y procedentes de diversas disciplinas.

El conocimiento profesional que necesita el educador matemático no se limita a las disciplinas matemáticas. El profesor de matemáticas necesita de un conocimiento profesional propio, que le dote de autonomía intelectual, que le permita valorar críticamente las propuestas de la administración y los materiales y libros elaborados por editoriales y casas comerciales, que le proporcione la competencia adecuada para elaborar sus propios materiales. Para ello necesita ampliar sus perspectivas sobre los contenidos del currículo

de matemáticas de manera que su consideración no sea exclusivamente formal y técnica. Esto plantea la necesidad de considerar igualmente una aproximación cognitiva para cada uno de los contenidos; también son necesarios un análisis semiótico, una reflexión fenomenológica, una perspectiva histórica y, en su caso, epistemológica, una valoración de contextos en los que se presenta cada concepto y de sus usos y significados, y una revisión de los materiales y recursos con los que puede mostrarse. Estos tipos de conocimientos son organizadores del currículo, se presentan como las principales fuentes de información para el profesor de matemáticas y como instrumentos concretos en su actividad profesional para las tareas de planificación y diseño de unidades didácticas. Ofrecen referencias para estructurar el trabajo de los seminarios o departamentos de matemáticas en los centros escolares, ya que proporcionan marcos organizativos e información contrastada mediante la que compartir dichas propuestas y criterios para establecer diferentes modos de ponerlas en práctica.

Una formación profesional adecuada para los profesores de matemáticas de secundaria incorporaría en sus planes de estudio asignaturas como Historia de la Matemática, Filosofía de la Matemática, Teorías del Aprendizaje de las Matemáticas, Fenomenología Didáctica de las Estructuras Matemáticas, Bases Teóricas para el Currículo de Matemáticas y Análisis Didáctico del Currículo de Matemáticas de Secundaria. Estas disciplinas aportan la formación necesaria y los elementos de análisis adecuados para la planificación y realización de su trabajo profesional; es decir, aportan la formación teórica necesaria para el conocimiento didáctico del contenido de las matemáticas de secundaria. De este modo se hace posible equilibrar la formación estrictamente técnica que aportan las disciplinas matemáticas tradicionales, con una formación científica y didáctica, imprescindible para ejercer con preparación adecuada la difícil profesión de profesor de matemáticas.

Esta formación no es necesario inventarla o construirla desde cero; hay documentos y libros en los que se encuentran sistematizaciones bien realizadas sobre cada uno de los campos considerados; hay, igualmente, estudios e investigaciones que tratan de indagar sobre todas y cada una de las facetas mencionadas del conocimiento didáctico del contenido matemático. Aunque una parte importante de estos estudios no está escrita en español, ya hay un volumen considerable de información sobre estos campos que está disponible para los profesores del sistema educativo español.

Las revistas profesionales editadas por Sociedades o Grupos de Innovación, las colecciones temáticas en Didáctica de la Matemática, la diversidad de libros de texto y libros del profesor, las actas de Congresos, Jornadas y Encuentros, las publicaciones de materiales curriculares realizadas por las diversas Administraciones Educativas, además de otros materiales menos difundidos realizados por grupos de profesores y equipos de innovación, proporcionan un

volumen considerable de documentos mediante los cuales se puede obtener información diversificada y detallada sobre diferentes aproximaciones a los contenidos del currículo de matemáticas.

Pero mientras llega el momento en que la comunidad de educadores matemáticos asuma la plenitud de su responsabilidad, en que se esfuerce por establecer con precisión sus necesidades profesionales y delimite las componentes básicas formativas que dan satisfacción a esas necesidades, el momento en que se exija de las instituciones universitarias que atiendan adecuadamente a tales necesidades formativas poniendo a su servicio las estructuras académicas adecuadas, mientras llega ese momento, no podemos limitar nuestro trabajo a la denuncia, la queja o la autocompasión. Hay que reflexionar y elaborar propuestas concretas que faciliten las tareas del profesor y mejoren sus conocimientos didácticos.

Este es un objetivo de este libro: aportar una reflexión sistemática para el profesor de matemáticas, bien fundada y eficaz para la organización de sus actividades de planificación y diseño de unidades didácticas. Por ello hemos dedicado un capítulo independiente a cada uno de los organizadores mencionados y hemos reservado el último capítulo a ejemplificar cómo se movilizan los diferentes organizadores en el diseño de un tópico matemático concreto.

7. Propuesta de organizadores para el currículo de matemáticas

Desde un planteamiento más convencional son varias las informaciones y datos que se deben tener en cuenta cuando se inicia la planificación de cada una de las unidades didácticas. Por ello, además de los organizadores que hemos mencionado, vamos a considerar otros datos e informaciones, necesarios para dicha planificación, y vamos a realizar una primera descripción de cada uno de los organizadores.

Una primera información, que actúa como organizador para cada unidad didáctica, es la ubicación y tratamiento de cada uno de los tópicos que se consideran en el Currículo del Ministerio y en el de la correspondiente Comunidad Autónoma en la que cada profesor se encuentre trabajando. Con esta información se trata, obviamente, de situar cada uno de los temas o unidades dentro de la legislación editada por el Ministerio y las correspondientes Consejerías de Educación autonómicas.

En cada caso hay que disponer de los Reales Decretos y de los Decretos publicados en el Boletín Oficial del Estado sobre el Currículo de Secundaria; igualmente de los decretos de los Boletines Oficiales autonómicos. La organización de cada tema o unidad debe realizarse, prioritariamente, en relación con estos documentos. En segundo término se podrán citar otras fuentes documentales.

Un segundo organizador debe presentar detalladamente la estructura de los contenidos de cada uno de los temas, teniendo en cuenta la organización cognitiva de los conocimientos matemáticos que ha adoptado el Currículo de Matemáticas. Se trata de la organización de los contenidos matemáticos de cada una de las unidades mediante su clasificación en conceptos, procedimientos, estrategias y actitudes. El tratamiento que realiza el Real Decreto 1345/1991 ha de servir de referencia, pero no puede adoptarse como esquema rígido e inamovible sino que debe analizarse y tratar de ampliarse y enriquecerse, ya que las perspectivas y prioridades no se encuentran agotadas por la propuesta ministerial o autonómica.

Un tercer organizador lo proporciona el análisis fenomenológico de los conocimientos matemáticos. La aproximación que ofrece la fenomenología didáctica de los conocimientos realiza un balance de aquellos fenómenos para cuya comprensión y dominio se elaboraron los correspondientes conocimientos matemáticos. Por ello conviene conocer cuáles son los fenómenos que están en la base de los contenidos tratados en cada una de las unidades. Las situaciones en las que se presentan y emplean los diferentes conceptos y procedimientos y las funciones que en cada caso se destacan, constituyen una dimensión importante para el análisis y tratamiento didáctico del conocimiento matemático, como ya puso Freudenthal de manifiesto.

Un profesor que trabajase la multiplicación utilizando sólo las tablas de multiplicar de los números pares estaría dando una información incompleta y proporcionando una formación deficiente a sus alumnos. Cuando un profesor utiliza sólo determinados contextos y situaciones para mostrar las bases y aplicaciones del conocimiento matemático, deja un campo de fenómenos sin explorar y, por tanto, ofrece a sus alumnos, igualmente, una información incompleta y una formación deficiente.

Las necesarias conexiones con las ciencias experimentales, con el arte, la economía y otras ramas del conocimiento, las diferentes utilidades que se hacen de los conocimientos matemáticos, son otros tantos fenómenos que conviene considerar en el momento de seleccionar y organizar los contenidos y de diseñar las secuencias metodológicas, ejemplos, motivaciones y materiales para su transmisión.

El cuarto organizador se refiere a los aspectos visuales y simbólicos del conocimiento matemático y de su aprendizaje. A esta fuente de información la hemos denominado modelos y representaciones.

La noción de representación hace referencia al modo en que los sujetos expresan sus conocimientos con notaciones simbólicas o mediante algún tipo de gráfico. Mediante las representaciones las personas organizan su información sobre un concepto u operación para poder pensar sobre ellos, expresar su comprensión, y utilizarla en situaciones y problemas prácticos o en situaciones escolares convencionales. Los modelos sirven para la presentación y desarrollo

de un determinado concepto; también las representaciones matemáticas se utilizan para modelizar fenómenos naturales o sociales.

Un quinto organizador, que hemos denominado errores y dificultades, tiene por finalidad poner en conocimiento del profesor los resultados de las investigaciones realizadas en torno a las dificultades de comprensión durante la enseñanza y aprendizaje de los contenidos matemáticos correspondientes. Uno de los datos que surgen en estos estudios son los errores de los alumnos, tanto en los aspectos conceptuales como en los procedimentales.

También se observa que hay determinados conocimientos que lleva más tiempo comprender o en los que hay un mayor número de alumnos que no comprenden correctamente; a estos conocimientos es a los que consideramos difíciles o de mayor dificultad. Al realizar la programación de un tema el Profesor debe disponer de información sobre cuáles son aquellos puntos que van a tener una dificultad especial, así como aquellos errores o conocimientos insuficientes que sus alumnos pueden encontrar. No sólo es necesaria esa información sino que también el Profesor debe saber cómo diagnosticar los errores de sus alumnos y qué tratamiento debe seguir con ellos para remediar sus deficiencias. Aunque no es mucho lo que se sabe sobre técnicas correctivas, sí es conveniente disponer de información ya contrastada.

Los materiales y recursos constituyen el séptimo organizador. Los materiales son concreciones de modelos, realizadas por casas comerciales o por el profesor. Así, las regletas de Cuisenaire son una concreción del modelo con medidas para el aprendizaje de los números naturales, pero no es la única concreción de ese modelo. Los recursos proporcionan situaciones, o ayudas para trabajar en una situación, en la que el concepto estudiado se emplea significativamente y permite desarrollar algunos procedimientos. La noción de recurso es más amplia e imprecisa, ayuda a evocar el concepto y a trabajar sobre él empleándolo en situaciones prácticas. Dentro de los recursos actuales encontramos los materiales derivados de las nuevas tecnologías de los que conviene hacer mención explícita cada vez que resulte adecuado.

El séptimo organizador tiene por finalidad señalar algunos momentos a lo largo de la historia de la matemática en los que el conocimiento matemático considerado tuvo un desarrollo especial o desempeñó algún papel de interés. Hemos denominado desarrollo histórico del tópico a este organizador. La información histórica puede servir en la programación para motivaciones, ejemplos y también para proponer algún ejercicio curioso. Los alumnos se sienten especialmente interesados cuando se les proporciona información adecuada sobre historia de las matemáticas y los antecedentes de un contenido. Se trata de poner el énfasis en la dimensión cultural e histórica del conocimiento matemático, pero no se pretende hacer un estudio exhaustivo y completo de la evolución histórica de cada uno de los tópicos. La revisión de algunas dificultades históricas en la construcción de un determinado concepto

puede servir de aliciente a los estudiantes para superar ellos mismos tales limitaciones.

Finalmente, hay un octavo organizador ineludible en toda programación, que consiste en la elaboración de una bibliografía básica para cada uno de los temas que se esté considerando. Esta bibliografía debe recoger los documentos más significativos por cada uno de los apartados anteriores y debe ofrecer ejemplos de unidades didácticas sobre el tópico que se esté tratando, elaboradas con anterioridad por los profesores del seminario. Disponer de documentos de referencia y de propuestas construidas por los propios profesores no es una tarea trivial ya que proporciona un soporte físico a la totalidad de reflexiones que se realizan, dando oportunidad a la crítica y a la revisión de las ideas trabajadas. En tanto no entre en la cultura de los profesores la realización y conservación de documentos relativos a la planificación de unidades didácticas no será posible dar objetividad, peso y continuidad a estas actividades.

En los capítulos que siguen se tratan con mayor detalle los principales organizadores considerados, es decir, del tercero al séptimo. El segundo organizador ya se presentó en el capítulo anterior. Mientras que el primer organizador y el último contextualizan el marco general en que se sitúa cada unidad didáctica y el estado de su concreción, respectivamente.

8. Organizadores y componentes del currículo

Hemos comenzado este capítulo poniendo en cuestión la utilidad de la información que ofrecen los documentos oficiales sobre las cuatro componentes del currículo (objetivos, contenidos, metodología y evaluación) para la elaboración de unidades didácticas. Las deficiencias detectadas para el análisis y construcción de unidades didácticas con el esquema que proporcionan estas componentes nos llevaron a elaborar la noción de organizador y a profundizar en ella. Tomando como referencia las aportaciones que hacen cada uno de los organizadores sostenemos que es posible un análisis didáctico en profundidad de los distintos temas del currículo de matemáticas. Aunque no hemos entrado todavía en tal análisis con detalle, los organizadores se han escogido para satisfacer esta demanda.

Pero ya los organizadores proporcionan un primer resultado: obtenida la información más relevante sobre cada tópico, en relación con los diferentes organizadores, es posible establecer criterios precisos mediante los cuales estructurar la información disponible y organizar un diseño de las unidades didácticas según el esquema general de las cuatro componentes del currículo.

Analicemos estas relaciones.

La información que se obtiene a partir del análisis fenomenológico de un campo o estructura matemática ofrece orientaciones para organizar los contenidos correspondientes a los temas de ese campo; también ofrece criterios

para establecer objetivos de aprendizaje, al conectar cada campo matemático con un conjunto de contextos y aplicaciones en los que tales estructuras toman significado. Igualmente, al permitir la selección de situaciones sobre las que ejemplificar determinadas nociones o iniciar su presentación, el análisis fenomenológico aporta directrices para el tratamiento metodológico de cada tema. Finalmente, la valoración del aprendizaje deberá tener en cuenta los contextos en los que los contenidos adquieren significado, y esta interpretación viene dada por el análisis fenomenológico.

El estudio de los errores y dificultades también proporciona esquemas con los que organizar los contenidos, en cuanto que una determinada secuenciación facilita la superación de dificultades específicas; proporciona criterios para establecer objetivos, en cuanto marca los errores prioritarios que deben evitarse y los obstáculos que hay que superar; proporciona orientaciones metodológicas en cuanto permite diseñar situaciones que planteen conflictos cognitivos a los alumnos en las que sea necesario reestructurar los conocimientos previos y superar las dificultades conceptuales. Finalmente, el conocimiento de los errores y dificultades de cada tópico facilita las tareas de evaluación sobre cada tema ya que señala las tareas sobre las que conviene valorar el conocimiento de los alumnos para diagnosticar sus carencias y ayudarles en su superación.

El organizador modelos y representaciones está vinculado, principalmente, con los contenidos y la metodología. La vinculación con los contenidos parece clara ya que cada concepto viene determinado por sus representaciones y los procedimientos derivados se ponen en práctica mediante actividades de modelización. La vinculación con la metodología es también fácilmente justificable ya que la secuencia y el orden en que se presentan las diversas representaciones de un mismo concepto deben estar planificadas y diseñadas para conseguir su mejor integración; igualmente, las posibles modelizaciones ayudan a ejemplificar los conceptos matemáticos y encauzan la estrategia para su desarrollo. Pero también los modelos y representaciones proporcionan criterios para establecer los objetivos y para determinar la evaluación. En los objetivos debe quedar claro qué tipos de representaciones deben manejarse sobre cada concepto clave y en qué niveles deben poderse convertir unas en otras; así mismo deben marcarse los usos de los principales conceptos en tareas de modelización. Finalmente, la evaluación deberá poner de manifiesto las carencias y limitaciones en el uso de las diversas representaciones y en las tareas de traducción entre ellas.

El organizador materiales y recursos está vinculado principalmente con la metodología, ya que ayuda a establecer las secuencias metodológicas y las determina; los materiales y recursos proporcionan los soportes con los que se presentan y refuerzan los conceptos y procedimientos matemáticos. Pero también cabe considerar diversos niveles de complejidad en los materiales y

recursos, que inciden igualmente en los objetivos, metodología y evaluación. Incluir en la planificación de una unidad didáctica determinado software puede modificar totalmente su tratamiento; basta pensar en el programa Cabri-Geomètre para la enseñanza de la geometría, el programa Derive en la enseñanza del cálculo o en las calculadoras programables para la introducción al álgebra. Los materiales y recursos proporcionan nuevas tareas de evaluación, más abiertas y creativas, que permiten superar las pruebas convencionales de papel y lápiz.

El organizador evolución histórica de los conceptos matemáticos se vincula con los contenidos y la metodología, principalmente. Con los contenidos, ya que pone de manifiesto cuales propiedades de cada concepto han tenido relevancia en distintos momentos históricos, qué notaciones se utilizaron y qué limitaciones se presentaron en cada caso. Con la metodología, ya que ayuda a reforzar el interés de los alumnos por las distintas facetas de cada concepto. Pero también la consideración de la evolución histórica satisface objetivos educativos, ya que muestra el carácter contingente del conocimiento matemático, su proceso de elaboración por personas concretas y su vinculación con épocas históricas determinadas, para dar respuesta a problemas científicos de cada época. La consideración del proceso histórico permite valorar la belleza de las construcciones intelectuales y la importancia de las tareas bien hechas. Por otra parte, relativiza las dificultades del aprendizaje y los fallos en la evaluación, ya que muestra como algunos de los errores de los alumnos han tenido unos antecedentes históricos, que fueron superados por necesidades de coherencia y precisión.

Al concluir la revisión de cada uno de los tópicos o bloques de contenidos según los organizadores indicados, es el momento de hacer una selección de los documentos, informaciones y materiales obtenidos con el fin de preparar el desarrollo de cada uno de los temas o unidades didácticas concretas. No toda la información recogida sobre cada uno de los organizadores para cada tema puede desarrollarse en el aula, de la misma forma que el profesor no explica ni desarrolla todos sus conocimientos matemáticos sobre cada uno de los temas. Esta información forma parte del depósito de conocimientos que comparten los profesores del seminario de matemáticas, en base al cual hacen una selección razonada para el diseño de cada unidad didáctica.

El diseño general debe tener en cuenta diferentes alternativas, a partir de las cuales los profesores llevan adelante sus tareas de planificación. En cada caso es necesario establecer unas prioridades y hacer una selección de la información aportada por los diferentes organizadores. De este modo se obtienen informaciones concretas para establecer los objetivos, contenidos, metodología y evaluación de cada tema. En el paso de la información obtenida con los organizadores a las decisiones sobre cada una de las cuatro dimensiones del currículo, se tendrá en cuenta el siguiente marco:

1. Objetivos, que harán referencia a:

1.1. Prioridades en el dominio conceptual y procedimental de cada tema.

1.2. Conocimiento de los sistemas de representación y dominio de las tareas de conversión entre los diferentes sistemas. Niveles convenientes de dominio en cada caso.

1.3. Competencias en la ejecución de procedimientos, con especial énfasis en las tareas de modelización.

1.4. Familiaridad con los contextos y situaciones en las que los conceptos y procedimientos tienen un uso y aplicación convenientes; comprensión de los principales significados de cada campo conceptual.

1.5. Control de los errores usuales y superación de las dificultades conceptuales de cada tópico

1.6. Prioridades en los medios tecnológicos, en la selección de recursos específicos y en el dominio de tales medios y recursos.

1.7. Fomento de actitudes positivas respecto a las matemáticas tales como: satisfacción por la tarea bien hecha, por la construcción coherente de argumentos, la resolución de problemas, búsqueda de la verdad y apreciación de la belleza en las realizaciones matemáticas

2. Contenidos, que harán referencia a:

2.1. Criterios para organizar y estructurar cada campo conceptual.

2.2. Organización y secuenciación de dificultades que se prevén en cada caso.

2.3. Selección de los sistemas de representación adecuados, de sus relaciones y limitaciones, y de los procedimientos relacionados.

2.4. Delimitación de los campos de aplicaciones y de los fenómenos en cuya modelización se va a trabajar.

2.5. Preconceptos y errores previsibles, así como su conexión con la estructura del campo conceptual.

2.6. Prioridades en los materiales y recursos mediante los que se van a tratar cada uno de los temas.

2.7. Conexión de cada campo conceptual con algunos de los momentos relevantes de su evolución histórica.

3. Metodología prevista, con referencia a:

3.1. Criterios para seleccionar situaciones que permitan ejemplificar los principales conceptos de cada tema.

3.2. Diseño de actividades para detectar creencias previas de los alumnos y plantearles conflictos cognitivos; diseño de estrategias para su superación.

3.3. Secuencias de actividades y ejercicios para presentar los diversos sistemas de representación y las conexiones entre ellos.

3.4. Criterios para diseñar tareas que favorezcan el aprendizaje cooperativo y la discusión de los significados asociados a cada tópico

3.5. Selección de materiales y recursos mediante los que trabajar con los diversos conceptos y procedimientos.

3.6. Criterios para la motivación, presentación, tratamiento del tema y modo de trabajo en el aula.

3.7. Indicaciones y propuestas para reforzar el interés de los alumnos por el tema en estudio.

4. Evaluación, con referencia a:

4.1. Diseño y selección de tareas sobre las que valorar la comprensión y dominio alcanzados en conocimientos concretos.

4.2. Diagnóstico y corrección de errores conceptuales y procedimentales.

4.3. Cuestiones relevantes que controlar; detección de carencias en el uso de las representaciones y en las tareas de traducción entre ellas.

4.4. Tareas abiertas mediante las que valorar la comprensión global y las estrategias de alto nivel.

4.5. Sistemas para obtener información sobre el conocimiento logrado por los alumnos, seleccionarlo y registrarlo.

4.6. Métodos adecuados para la valoración del aprendizaje alcanzado y de las actitudes desarrolladas por los alumnos.

Cerramos así el esquema general de la propuesta que se presenta en este trabajo. Hemos argumentado que, antes de comenzar la planificación de las unidades didácticas sobre las cuatro dimensiones convencionales del currículo, es necesario hacer una reflexión amplia sobre el conocimiento didáctico de cada uno de los temas. Esta reflexión pretendemos que no sea arbitraria y carente de criterios. Para ello la hemos basado en unas fuentes disciplinares a las que hemos llamado organizadores del currículo, las cuales, conjuntamente, enmarcan el conocimiento didáctico de los contenidos del área de matemáticas.

En lo que sigue hay una presentación extensa y autónoma de cada uno de estos organizadores, de sus bases conceptuales y de su aplicación práctica para el estudio de algunos temas. Hemos tomado la opción de presentar cada uno de los organizadores independientemente y, en el último capítulo, resumir la reflexión mediante el diseño de una unidad concreta.