

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON UTILIZACIÓN DE CONOCIMIENTOS DEL MUNDO REAL^{†††††}

Marger da Conceição Ventura Viana, Marcos Paulo Freitas Gomes
Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP). (Brasil)

margerv@terra.com.br, marger@iceb.ufop.br

Campo de investigación: resolución de problemas. Nivel educativo básico

Palabras clave: conocimiento matemático, problemas verbales de aritmética, resolución de problemas, conocimientos del mundo real

Resumen

Este trabajo analiza el uso y el aprovechamiento de los conocimientos del mundo real en la resolución de problemas verbales de aritmética (RPVA) por alumnos brasileños. Fue administrado el test de Verschaffel, De Corte y Lasure (1994) a 88 alumnos del quinto grado de la Enseñanza Fundamental de las redes de enseñanza municipal, estatal y privada de la ciudad de Ouro Preto, provincia de Minas Gerais- (MG) - Brasil. Los tests fueron corregidos y analizados de acuerdo con los criterios elaborados por los autores del test, para la clasificación de las respuestas. Se constató que la mayoría de los los alumnos investigados resuelve los problemas sin tener en cuenta la realidad del contexto expresado en el enunciado. El estudio tenía también el objetivo de investigar la existencia de diferencia significativa en cuanto al éxito en la RPVA en el contexto escolar por los alumnos de las tres redes de enseñanza investigadas. La estadística del qui-cuadrada mostró que no ha habido diferencia significativa. Del trabajo constan la justificativa, la fundamentación teórica, la metodología utilizada, el análisis de los datos obtenidos de los tests administrados, las conclusiones y referencias.

Introducción

La utilización de la resolución de problemas (RP) en la Educación Matemática es considerada una buena estrategia para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática. Pero no como aplicación de un tema después de estudiarlo, o en paralelo, sino como un proceso que proporcione contexto(s) en los cuales, conceptos y habilidades puedan ser aprendidos. Así entendido, el problema debe ser siempre un desafío para el alumno, que no pueda ser resuelto por medio de cuentas aisladas. Son situaciones en las que los estudiantes tendrán que descubrir estrategias y procedimientos propios y originales.

Según Onuchic (1999), Polya, en 1944, ya indicaba la RP como actividad importante para desarrollar el razonamiento del alumno. Su libro “El arte de resolver problemas” contiene indicaciones y sugerencias a los profesores acerca de RP, incluso sugiere cuatro etapas muy conocidas para ayudar al resolvente en el proceso de resolución.

Para Onuchic (1999), las investigaciones acerca de RP comenzaron bajo la influencia de Polya en Estados Unidos en la década de los sesenta, y a nivel mundial en los años setenta. A partir de la década de los ochenta, la RP pasó a tener atención en casi todos los congresos internacionales, pasando a ocupar un espacio importante en los currículos de Matemática de muchos países, incluso en Brasil. Investigadores brasileños se han preocupado con el tema, investigando, discutiendo y publicando resultados en congresos y periódicos.

Infelizmente, esto no ocurre en gran parte de las salas de clase. Los problemas, en general, aparecen como aplicaciones de contenidos enseñados, o para fijarlos.

Hay incluso modelos para resolución, pero los modelos hacen que los alumnos piensen que la solución de un problema se deduce a algoritmo o cuenta. En realidad, lo que ocurre es la

^{†††††} En este trabajo se considera utilización de conocimientos del mundo real, cuando el estudiante al determinar la respuesta a un problema planteado al realizar procedimientos algorítmicos, la analice desde el punto de vista lógico de la realidad en que vive.

memorización de algoritmos. También que la respuesta es única y siempre posible. En general se presentan ejercicios repetibles y sin conexiones con la vida del alumno.

Según resultados de investigaciones realizadas, ese tipo de enseñanza no contribuye para un mejor aprovechamiento de esa actividad en el aprendizaje de las matemáticas.

Por el contrario, puede provocar dificultades como no utilizar conocimientos del mundo real (contexto) cuando la modelación del problema lo exige^{*****}. Esto fue constatado por Verschaffel, De Corte y Lasure (1994) en niños de 11-13 años. Esta investigación originó otros estudios en diversos países: en Bélgica (Verschaffel, De Corte y Borghart 1997), Japón (Yoshida, Verschaffel y De Corte, 1997), Suiza (Reusser y Stebler, 1997), Venezuela (Hidalgo, 1997) y Singapur (Lee y Yee, 2004). Los resultados de estos estudios muestran que los sujetos no utilizan conocimientos del contexto cuando resuelven problemas verbales de aritmética en la sala de clase. La investigación de Hidalgo es la única realizada en Latinoamérica (que conocemos), además de la de Souza (2004), en la ciudad de Mariana, MG-Brasil. Debido a la importancia de la resolución de problemas para el aprendizaje de matemáticas y a la escasez de investigaciones en Brasil sobre RPVA, decidimos replicar el test de Verschaffel, De Corte y Lasure (1994) para verificar si otros estudiantes de Brasil reaccionan de modo similar o no, frente a problemas que exigen activación de conocimientos del mundo real (contexto). De esta forma, el objeto de investigación fue analizar el uso y el aprovechamiento de los conocimientos del mundo real por alumnos de quinto grado cuando están resolviendo problemas verbales de aritmética en la sala de clase. Se trata de un estudio de caso exploratorio donde se utilizó análisis cualitativo y cuantitativo, realizado en la ciudad de Ouro Preto-MG, Brasil.

Fundamentación teórica

Los problemas verbales pueden ser definidos como una descripción de alguna situación, una descripción de sucesos que utiliza el lenguaje común. Para resolverlos, el alumno debe hacer una matematización utilizando el sistema de códigos de las matemáticas. Así, los problemas verbales constituyen una importante área de la matemática educativa porque presentan interacción entre matemáticas y realidad.

Para Reusser y Stebler (1997), los problemas verbales ofrecen oportunidad para estudiar la interacción entre proceso lingüístico, proceso matemático, raciocinio y (e) inferencia situacional, además de posibilitar que los niños lidien con el buen sentido y el proceso de matematización (estructuración de la realidad a través de medios matemáticos), en especial la modelación. Para Polya (1962, p. 59), “al resolver un problema verbal por medio de ecuaciones, el estudiante traduce una situación real en términos matemáticos: tiene una oportunidad para verificar que conceptos pueden ser relacionados con la realidad, pero tales relaciones deben ser trabajadas con cuidado”.

En Brasil, las directrices para la enseñanza de las matemáticas ofrecen sugerencias acerca de RP, como se puede ver en los Parámetros Curriculares Nacionales-PCN's (1998, pág.31): “La RP no es una actividad para ser desarrollada en paralelo o como aplicación del aprendizaje, sino que el aprendizaje en Matemática debe ser orientado en una perspectiva de RP, el problema ofrece el contexto donde se pueden aprender conceptos, procedimientos y actitudes matemáticas”.

^{*****} Aquí el significado de modelación es el de matematización, es decir, uso del sistema de códigos de las matemáticas para cambiar el lenguaje verbal para matemática.

Por otra parte, para Onuchic (1999), aunque resolver problemas sea un buen camino para enseñar Matemáticas el trabajo con RP en sala de clase aún no está teniendo resultados satisfactorios en el sentido de hacer que el alumno adquiera conocimiento.

Además, la falta de acuerdo de lo que significa problema, apuntada por Ferreira (2001), dificulta las discusiones acerca de RP. Según esa autora, algunos definen problema como actividad cognitiva, otros como tarea abierta, para algunos tarea intelectual, otros como relacionado con el aprendizaje, etc.

En este artículo consideramos problema según Lester (1982) apud Viana (2002): “Es una situación en que el sujeto o equipo desea o necesita resolver y no tiene camino inmediato y rápido para llegar a la solución”. Así, es fácil diferenciar problema de ejercicio, pues si el medio ya es conocido no se trata de problema. Además, lo que es problema para alguien puede no serlo para otro, ya que el otro puede no necesitar, o no desear resolverlo, o entonces ya disponer de medios para solucionarlo. De esta manera, aunque un alumno sepa que objetivo alcanzar, y lo quiera, pero no tenga los medios inmediatos para obtenerlo estará enfrentando un problema. Por lo tanto, un problema matemático es algo que invita al estudiante a investigar, buscar estrategias, descubrir nuevas informaciones. Para eso, es necesario que la situación exija algo que sea coherente con los conocimientos del alumno para permitir que vaya adelante.

La compilación de resultados de investigaciones de diversos autores sobre resolución de problemas verbales realizada por Reusser y Stebler (1997) apunta evidencias de que las recomendaciones acerca de la RP para la enseñanza de las matemáticas no hayan (hayan) tenido los efectos esperados, es decir, la práctica de RP no está siendo asociada con las ideas de matematización y modelización. Por ejemplo, autores ya citados, en investigaciones recientes en Educación Matemática han demostrado evidencias de una tendencia de los estudiantes, de diferentes países, a olvidar que los datos forman parte del contexto y que deben ser analizados. En general, los niños trabajan con los datos numéricos para obtener una respuesta. Es decir, muchos estudiantes resuelven problemas en la sala de clase, sin relacionar las situaciones reales con las operaciones aritméticas que realizan. Para ellos, la Matemática de la vida parece ser diferente de la practicada en sala de clase.

Así, tendremos en cuenta los resultados de las investigaciones realizadas en la línea de Verschaffel que utilizaron cuestionarios con los problemas (test) de la investigación realizada por Verschaffel, De Corte y Lasure (1994). Los tests fueron administrados colectivamente a alumnos de 11-13 años, para ser (ser) resueltos con lápiz y papel. Los resultados obtenidos, en todas las investigaciones citadas, muestran que en la RPVA los alumnos utilizan poco los conocimientos del contexto para solucionarlos. En cuanto al test, está compuesto por 20 problemas verbales de aritmética, involucrando las cuatro operaciones fundamentales: adición, sustracción, multiplicación y división. De estos, diez son problemas simples (denominados PS), cuya solución envuelve solo adicionar, sustraer, multiplicar o dividir los datos del problema. Los otros diez problemas, además de las cuentas, envuelven también el análisis de las realidades del contexto indicadas en el enunciado del problema. Estos fueron denominados PP. Los problemas están agrupados en parejas compuestas por un problema PS y un PP. Vamos a ilustrarlos con los problemas PS7 y PP7.

Problema PS7: El abuelo de Gisele, André, Inês y Mauricio les regaló una caja conteniendo 14 barras de chocolate que deben ser divididas equitativamente entre ellos. ¿Cuántas barras de chocolate recibirá cada uno?

Problema PP7 “Un abuelo regala a sus cuatro nietos una caja conteniendo 18 globos que deben ser divididos equitativamente entre ellos. ¿Cuántos globos recibirá cada niño?”

Para solucionar el PS7 es suficiente hacer una división, sin embargo, la solución del PP7 no se resume a una división.

El objetivo de nuestra investigación está en el contexto de problemas verbales. El principal fue analizar el éxito de los alumnos brasileños en los problemas PP del test de Verschaffel, De Corte y Lasure (1994). De acuerdo con los resultados de investigaciones similares obtenidos por investigadores en otros países y los de Souza (2004), en Mariana, MG-Brasil, sospechamos que los de Ouro Preto también presentarán resultados parecidos. Así, tenemos las hipótesis:

H1: Los alumnos presentan respuestas no realistas a los problemas verbales de aritmética propuestos en la escuela.

H2: No hay diferencia significativa entre las respuestas de los alumnos de las tres redes de enseñanza respecto a las consideraciones realistas en la resolución de problemas verbales de aritmética propuestos en la escuela.

Metodología

Procedimientos y Población. Las escuelas fueron invitadas a participar en la investigación. Cuando las escuelas se dispusieron a participar, el investigador fue presentado a los profesores y a las clases para un contacto inicial. Los alumnos fueron informados que la actividad formaba parte de una investigación sobre el proceso de enseñanza aprendizaje a través de la RP para la elaboración de una monografía para el curso de Especialización en Educación Matemática de la UFOP (Gomes, 2005).

Así, fueron investigadas tres escuelas de Enseñanza Fundamental, siendo una de la red estatal, que denominamos “E” una municipal “M” y otra de la red particular “P”.

Las clases fueron seleccionadas por la dirección, supervisión escolar y los profesores, teniendo en cuenta el horario disponible del investigador y de las clases, así como la concordancia de los alumnos para resolver el test.

De cada escuela, con la colaboración del profesor, fue investigada una clase. De la red estatal participaron 31 alumnos, de la municipal 25 alumnos y de la particular 32. En total participaron de la investigación 88 alumnos.

Instrumento - Como el objetivo de la investigación era verificar si los alumnos tienen en cuenta sus conocimientos del mundo real (contexto del problema), cuando resuelven problemas verbales de aritmética en la escuela, utilizamos la versión portuguesa del test escrito, elaborado y aplicado por Verschaffel, De Corte y Lasure (1994) en su investigación. La versión portuguesa fue encontrada en Souza (2004, pág. 24-25) que utilizó el test en su investigación, habiendo hecho su validación.

En cuanto a la aplicación, los tests fueron aplicados en dos clases (consecutivas) de matemática. Los estudiantes fueron informados de que no deberían preocuparse por las notas, pues el objetivo era verificar como resolvían los problemas y las dificultades encontradas. Y, también de que debajo del enunciado de cada problema había dos cuadros: un para la solución del problema y otro para comentarios, si él lo considerase necesario.

Análisis de los datos

Las soluciones de los problemas fueron analizadas teniendo en cuenta si eran realistas (utilización de conocimientos del contexto) o no.

Las respuestas dadas por los alumnos a los problemas PS fueron evaluadas para ser comparadas con los resultados de los problemas denominados como PP, cuya solución depende de la interpretación realista de los datos. Fueron tenidos en consideración los cálculos, los resultados y los comentarios hechos por los alumnos.

Las respuestas a los problemas PP (cálculos, resultados y comentarios) fueron clasificadas y analizadas, de acuerdo con las cinco categorías adoptadas por Verschaffel, De Corte y Lasure (1994) en su estudio: RR (respuesta realista), RN (respuesta no-realista), ET (error técnico), SR (sin respuesta) y OR (otra respuesta).

Para mejor explicar las categorías adoptadas por los autores del test, vamos a ilustrarlas con respuestas al problema PP7.

Respuesta realista (RR): muestra que el alumno tuvo en cuenta su conocimiento relativo al mundo real y, más específicamente, del contexto presentado en el enunciado del problema. En el caso del problema PP7 la *respuesta realista* (RR) será: “4 globos y sobran 2”, pues es necesario dividir los 18 globos equitativamente entre los niños, y como medio globo no vale nada, sobraron 2. *Respuesta no realista* (RN): respuesta coherente, donde se puede constatar que la modelación matemática fue hecha de forma adecuada, que los cálculos fueron bien efectuados, más que el alumno no tuvo en cuenta el contexto real del problema. Por ejemplo, la respuesta para el problema PP7 “cada niño recibirá 4,5 globos”, resultado de la división de 18 por 4 es una respuesta fuera de la realidad, es decir, no-realista pues ¿para qué sirve medio globo? *Error técnico* (ET): respuesta donde se puede constatar que la modelación matemática se hace de forma apropiada, pero el alumno comete errores de cálculo. Es el caso, por ejemplo, de alguien que al resolver el problema PP7, comete un error al dividir 18 por 4 y responde más de 3,15 globos. *Sin respuesta* (SR): el alumno no da respuesta o afirma que él no puede, no desea o no sabe realizar esta división. *Otra Respuesta* (OR): respuesta no clasificada en las categorías anteriores o respuesta totalmente alienada, por ejemplo, hacer multiplicación en lugar de división en el problema PP7.

Los comentarios proporcionados por cada problema serán utilizados para distinguir dos subcategorías de cada una de las precedentes en los problemas PP. La señal + indica que el alumno hizo aparentemente referencia a sus conocimientos del mundo real y la señal – indica lo contrario. Esas subcategorías serán utilizadas en el análisis de las respuestas dadas a los diez problemas denominados PP. En resumen, serán consideradas respuestas realistas todas las pertenecientes a una de las subcategorías: RR⁺, RR⁻, RN⁺, ET⁺, SR⁺ y OR⁺.

Resultados obtenidos en los problemas

En cuanto a los problemas PS, las respuestas de estos fueron analizadas para comprender mejor las ofrecidas a los PP, cuya solución exige que el sujeto considere el contexto revelado en el enunciado del problema. Las categorías consideradas para los problemas PS son: RC (repuesta correcta), ET (error técnico), SR (sin respuesta) y OR (otra respuesta).

En cuanto a los problemas PP, reuniendo todas las respuestas de los alumnos, clasificadas realistas, se obtuvo el 6,5%, porcentaje muy bajo, peor que el de Souza (2004) que obtuvo el 8,9% de respuestas clasificadas realistas.

Es cierto que los alumnos tuvieron más éxito en los problemas PS pues hubo un 60% de respuestas correctas, en cuanto que solamente 6,5 % de las respuestas a los problemas PP de los 88 alumnos fueron consideradas realistas. Estos resultados son similares a los de las investigaciones estudiadas, aunque los sujetos de otros países presentaron índices superiores a los de los brasileños.

Conclusiones

De los datos obtenidos se puede constatar que los alumnos investigados activan muy poco sus conocimientos del mundo real para solucionar problemas. De hecho solo 55 (o sea-el- 6,5 %) de las 880 respuestas pudieron ser consideradas realistas. Además, muchos problemas no tuvieron ninguna respuesta realista. Así, es posible considerar que nuestra primera conjetura

es verdadera, es decir, los alumnos presentan respuestas no realistas a los problemas verbales de aritmética propuestos en la escuela.

En cuanto a la otra conjetura, fueron comparados los resultados generales obtenidos en el test por los alumnos de cada una de las redes de enseñanza investigadas. Ninguna diferencia significativa fue encontrada. Las tres presentaron índices de respuestas realistas abajo del 6,5%. Estadísticas del qui-cuadrada fueron calculadas para cada uno de los diez problemas. Ninguna diferencia significativa ($p = 0,05$) fue encontrada. Estos resultados confirman la segunda conjetura: no hay diferencia significativa entre las respuestas de los alumnos de los tres equipos de las tres redes de enseñanza respecto a las consideraciones realistas en la resolución de problemas verbales de aritmética propuestos en la escuela.

Referencias bibliográficas

- Ferreira, A. A., (2001). *Concepções de Professores de Matemática acerca da Formulação de Problemas e Resolução de Problemas: Processos de Mudança*. Belo Horizonte: UFMG, (Tese de Mestrado em Educação).
- Hidalgo, Mirian C. (1997). *L'activation des connaissances à propôs du monde réel dans la résolution de problèmes verbaux em arithmétique*. Faculte de Sciences de L'Education, Université Laval, Québec.
- Gomes, Marcos Freitas, (2005). *Estudo da ativação de conhecimentos do mundo real na resolução de problemas verbais de aritmética no contexto escolar, segundo teste de Verschaffel*. Ouro Preto: UFOP, (Monografia de Especialização em Educação Matemática).
- Lee, Koay Phong; Yee, Foong Pui. *Do Singapore pupils apply common sense knowledge in solving realistic mathematics problems?* Available from www.aare.edu.au/96pap/koayp96.470. citad:13 mar. 2004.
- Lester, F. & Randall, C., (1982). *Teaching Problem Solving: What, Why & How*. Palo Alto, CA: Dale Seymour Publications.
- Onuchic, L. de La R., (1999). *Ensino -Aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas*. En : *Investigação em Educação Matemática: Concepções e perspectivas*. Org. Maria A.V. Bicudo. São Paulo: UNESP.
- Parâmetros Curriculares Nacionais.(1999). *Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental*. Brasília:MEC/SEF.
- Polya,G. (1962). *Mathematical discovery*. New York:Wiley.
- Polya,G. (1978). *A arte de resolver problemas*. Rio de Janeiro, Interciência.
- Reusser, Kurt; Stebler, Rita, (1997). *Every word problem has a solution- the social rationality of mathematical modelling in schools*. Great Britain, *Learning and Instruction*, v. 7, n. 4, p.309-327.
- Souza, Anilda Celestina, (2004). *Considerações realistas na resolução de problemas verbais em aritmética*. Monografia apresentada ao curso de Especialização em Educação Matemática Ouro Preto: UFOP, 60 p.
- Verschaffel, L., De Corte, E. & Lasure, S. (1994). *Realistic considerations in mathematical modeling of school arithmetic word problems*. *Learning and Instruction*, 4. 273-294.
- Verschaffel, Lieven; De Corte, Erik; Borghart, I.,(1997). *Pre-service teachers conceptions and beliefs about the role of real-world knowledge in mathematical modelling of school word problems*. Great Britain. *Learning and Instruction* V. 7, n. 4, p.339-357,
- Viana, M. C. V., (2002). *A Matemática Através de Problemas*. Texto Didático. Curso de Especialização em Educação Matemática. Ouro Preto: Departamento de Matemática. 10 p.
- Yoshida, H.; Verschaffel, Lieven; De Corte, Erik. (1997). *Realistic considerations in solving problematic word problems: do japanese and belgian children have the same difficulties?* Great Britain, *Learning and Instruction* v.7, n. 4 p. 329-328.