

UN ESTUDIO DEL SIGNIFICADO IMPLEMENTADO PARA LOS SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES por PROFESORES DE ÁLGEBRA EN facultades DE INGENIERÍA

Silvia Elena Ibarra Olmos. Ramiro Ávila Godoy
Universidad de Sonora
sibarra@gauss.mat.uson.mx; ravilag@gauss.mat.uson.mx
Campo de investigación: Pensamiento algebraico

México

Nivel: Superior

Resumen. *Se presentan los resultados de un estudio cuyo objetivo fue caracterizar el significado institucional implementado, para los sistemas de ecuaciones lineales, por un grupo de profesores que laboran en facultades de ingeniería en una universidad pública de la República Mexicana. Las consideraciones teóricas en las cuales nos basamos para realizar esta investigación, pertenecen al Enfoque Ontosemiótico de la Cognición Matemática, específicamente la parte que tiene que ver con el Análisis Sistemático de los Objetos Matemáticos y de sus Significados. Entre las conclusiones que reportamos están la identificación de las diferencias entre los significados implementados por cada uno de los profesores, las cuales nos permitieron, por otra parte, conocer las concepciones personales de los participantes respecto a los elementos que intervienen en los procesos de enseñanza y la influencia en su actividad cotidiana.*

Palabras clave: significado institucional implementado, pensamiento algebraico

El problema de investigación

Estamos interesados en conocer cuáles son las transformaciones que los profesores de matemáticas introducen a las propuestas institucionales cuando están conduciendo el proceso de aprendizaje de sus estudiantes. El reconocimiento a la existencia del conjunto de transformaciones que sufre el conocimiento matemático por enseñar, al pasar de una institución a otra, nació en el seno de la escuela francesa de Didáctica de las Matemáticas con el nombre de transposición didáctica, término acuñado por Chevallard (1991).

La problemática tal y como se acaba de describir, es de carácter general, y con la intención de hacer viable la investigación que realizamos, seleccionamos en un primer momento a la transposición didáctica del álgebra, cuando es enseñada por profesores de matemáticas en carreras de ingeniería de una universidad pública mexicana. Posteriormente, también por cuestiones metodológicas y de viabilidad, redujimos nuestro estudio al tema de sistemas de ecuaciones lineales, por considerar que es representativo del álgebra que deben manejar los egresados de cualquier ingeniería.

1555

En estos términos, el objetivo general que nos planteamos en la investigación que estamos reportando fue describir cómo, a partir de una propuesta curricular institucional, se lleva a cabo el proceso de concreción de las interpretaciones, adaptaciones y/o transformaciones que hace un profesor cuando pone en escena un conocimiento algebraico, específicamente el de los sistemas de ecuaciones lineales.

Consideraciones teóricas y metodológicas

Empezaremos por describir brevemente las nociones teóricas del Enfoque Ontosemiótico de la Cognición Matemática (EOS), que fueron usadas en esta investigación. Entenderemos por significado institucional de un objeto matemático al *sistema de prácticas operativas y discursivas que hace una institución para resolver un campo de problemas*, (Godino y Batanero, 1994, p.340). Y como práctica matemática *consideramos a toda actuación o expresión (verbal, gráfica, etc.), realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizarla a otros contextos y problemas* (Godino, Batanero y Font, 2007, p.127).

Del desarrollo de esos sistemas de prácticas surgen otros elementos, a los cuales identificamos como los objetos matemáticos; así pues, designaremos como un *objeto matemático a todo lo que es indicado, señalado, o nombrado cuando se construye, comunica o aprende matemáticas*, (Godino, 2002, p. 30). Si los objetos son compartidos en el seno de una institución o comunidad, serán objetos matemáticos institucionales.

Para realizar análisis didáctico, se introduce la siguiente clasificación de los significados institucionales: referencial, pretendido, implementado y evaluado; de tal clasificación nosotros retomamos el significado institucional implementado, consistente en el sistema de prácticas efectivas del docente durante un proceso de estudio determinado.

En cuanto a los tipos de objetos matemáticos primarios que se reconocen en el EOS están el lenguaje, las situaciones, los procedimientos, los conceptos, las propiedades o atributos de los objetos, o más recientemente llamadas proposiciones y finalmente los argumentos.

Retomando estas ideas desde el marco de nuestro problema de investigación, si queremos describir el proceso de transformación que han sufrido los sistemas de ecuaciones lineales cuando

han sido llevados desde una propuesta institucional al aula, debemos identificar cuáles son los elementos constituyentes más importantes de dicho proceso. Desde el EOS, nuestra respuesta a la pregunta ¿qué es lo que se transpone?, es: algún, algunos o todos los objetos matemáticos primarios o componentes del significado que hemos mencionado.

Así pues, identificamos, para cada sujeto en estudio, las redes de objetos que intervienen y emergen de los sistemas de prácticas institucionales, esto es, cómo van apareciendo y relacionándose las seis entidades primarias que se mencionaron con anterioridad: situaciones, lenguaje, procedimientos, conceptos, argumentos y proposiciones. Dichas redes son las que denominaremos configuraciones epistémicas.

El conjunto de configuraciones epistémicas, secuenciadas en el tiempo didáctico, se denomina trayectoria epistémica y ella es la que describe integralmente la ruta que siguió la construcción de los significados institucionales que nos interesan. Se distinguen en una trayectoria epistémica seis estados posibles: situacional, actuativo, lingüístico, conceptual, proposicional y argumentativo.

Nos auxiliamos también de la noción de trayectoria docente, entendida ésta como la secuencia de actividades que va efectuando el profesor durante un proceso de estudio. Un segmento de la trayectoria docente, referida al accionar del docente alrededor de una situación-problema, la denominamos configuración docente. Las acciones identificadas del profesor están categorizadas de la siguiente manera: planificación, motivación, asignación de tareas, evaluación y regulación. Las ideas antes descritas, fueron retomadas del modelo planteado por Godino, Contreras y Font (2006).

Esta es una investigación hecha bajo el paradigma de investigación cualitativo. Las técnicas para la recolección de información fueron la observación no participante del investigador sobre el desempeño de los profesores en el aula, notas de campo realizadas en dichos eventos, video grabación de las sesiones, así como entrevistas a los maestros. Los sujetos de estudio fueron tres, seleccionados con base en su experiencia y formación profesional.

Contexto y sujetos

La investigación se llevó a cabo en una universidad pública del noroeste de México, en la cual se efectuó un cambio de modelo curricular; dicho cambio, como era natural, llevó a modificar los

planes de estudio de todas las carreras ofrecidas por la institución, siendo las carreras de ingeniería las primeras que entraron en ese proceso de modificación.

Establecido el nuevo plan de estudios para los ingenieros, las instancias responsables convocan a los encargados de impartir los cursos de matemáticas para que conozcan la nueva propuesta curricular y hagan las adaptaciones pertinentes. Esta última instancia convoca a sus profesores, entre ellos que imparten los cursos de álgebra, solicitándoles que, de manera colegiada, discutan la iniciativa oficial y hagan las modificaciones de su práctica docente así como el diseño de materiales de apoyo y los instrumentos de evaluación en el curso que a ellos compete.

Después de un determinado periodo de trabajo colegiado, los profesores toman acuerdos y consensos, los cuales básicamente fueron: a) partir de situaciones problemáticas de la ingeniería para el estudio de los conceptos matemáticos; utilizar diferentes representaciones para los objetos matemáticos que surgieran de las situaciones problemáticas; c) incorporar de manera sistemática el uso de nuevas tecnologías.

Sobre la base de dichos acuerdos, los profesores diseñaron actividades que fueron montados en una página WEB, disponible para que cada uno organizara el tratamiento del tema en sus aulas. Del conjunto de maestros participantes en este colegiado, fueron seleccionados tres, como los sujetos de nuestra investigación. Las características de formación profesional y experiencia de cada uno de ellos se muestran a continuación:

- a) Profesor A, licenciado en matemáticas, maestría en matemática educativa, 20 años de experiencia como profesor universitario de matemáticas, diez años como profesor de álgebra en ingeniería.
- b) Profesor B, licenciado en matemáticas, estudiante del primer semestre de la maestría en matemática educativa, 11 años como profesor de matemáticas en el bachillerato y dos como profesor universitario de álgebra en ingeniería
- c) Profesor C, licenciado en matemáticas, maestría en computación, dos diplomados en uso de recursos computacionales en educación matemática, 17 años como profesor de matemáticas en universidades y tres como profesor de álgebra en ingeniería.

A manera de ilustración

Con la intención de mostrar en qué consisten las configuraciones epistémicas, presentamos el desglose de las segunda de las diecisiete configuraciones empleadas por el profesor A en su trayectoria epistémica. Posteriormente concentramos esta información mediante la Tabla 1.

Configuración epistémica 2: El profesor solicita a sus alumnos que traten de resolver el siguiente problema:

1. Una compañía ensambla tres modelos de computadora personal a los que llamaremos: el modelo regular, el modelo de lujo y modelos de versión limitada. Cada unidad es procesada en tres departamentos, A, B y C.

El modelo regular requiere 3 unidades de tiempo de proceso en el departamento A, 7 unidades de tiempo en el departamento B y 5 en el departamento C. El modelo de lujo requiere 4 unidades de tiempo de proceso en el departamento A, 8 en el departamento B y 7 en el departamento C. El modelo de versión limitada requiere 4 unidades de tiempo en el departamento A, 9 en el departamento B y 6 en el departamento C.

El departamento A puede cubrir 129 unidades de tiempo, el departamento B abastece 28.5 unidades de tiempo y el departamento C, 120 unidades de tiempo por día.

¿Cuántas computadoras al día puede ensamblar esta compañía al día, agotando todas las unidades de tiempo disponibles de cada departamento?

Se identifican y denotan las incógnitas y se construyen las ecuaciones,

$$3x_1 + 4x_2 + 4x_3 = 129$$

$$7x_1 + 8x_2 + 9x_3 = 28.5$$

$$5x_1 + 7x_2 + 6x_3 = 120$$

pero analizando cuidadosamente cuál es el significado de cada uno de los sumandos en cada una de las ecuaciones. Se promueve la solución del sistema aceptando las propuestas de los participantes; en momentos intermedios de la solución se trabaja de nueva cuenta sobre las significaciones; cuando se tiene la solución, que resulta ser única, se interpreta en el contexto del problema específico, además de comprobar que efectivamente lo es.

Los objetos matemáticos que aparecieron son: la situación problema ya enunciada, lenguajes verbal y algebraico, el algoritmo de suma y resta para resolver el sistema, el concepto de sistema de tres ecuaciones lineales con tres incógnitas, el concepto de solución de dicho sistema; los argumentos para interpretar la solución encontrada en el contexto del problema y para darle significación a las ecuaciones intermedias que se van consiguiendo; no hay ninguna propiedad explícita.

Tabla 1

Sesión de clase	Configuración epistémica	Unidad epistémica	Descripción	Estado
2	2	3	Se plantea una nueva situación-problema.	Situacional
2	2	4	Se organiza la información en una tabla.	Lingüístico
2	2	5	Se definen las incógnitas, se representan algebraicamente y se construye el sistema de 3x3.	Lingüístico
2	2	6	Se deja en libertad de que se escoja de qué manera se resolverá, escogiéndose el método de suma y resta, pero aplicándose con variantes, dependiendo del estudiante.	Procedimental
2	2	7	En los pasos intermedios se van dando argumentos de qué significan la ecuación equivalente obtenida, en términos de la situación que se está resolviendo.	Argumentativa
2	2	8	Se comprueba que la solución que se obtuvo es la correcta	Argumentativa

Ahora mostramos una sección de la trayectoria docente del mismo sujeto de estudio, la correspondiente a la configuración docente 2, describiéndola primero y después concentrándola en la Tabla 2.

Configuración docente 2: Después de plantearse la situación-problema, mediante preguntas se va promoviendo la participación de los estudiantes, los cuales aceptan el reto y empiezan a proponer;

las pocas indicaciones que da el profesor van en la dirección de organizar la información, pero esencialmente todo se trabaja mediante un esquema de elaboración conjunta.

Tabla 2

Sesión de clase	Configuración epistémica	Descripción de la actividad del profesor	Estado
2	2	Deja en libertad a los estudiantes para que resuelvan el problema con sus recursos, identificando así sus conocimientos previos.	Regulación
2	2	Asigna la siguiente situación-problema	Asignación
2	2	Motiva la participación	Motivación
2	2	Mediante preguntas va promoviendo la participación de los estudiantes, hasta que llegan a la solución del problema, la cual analizan a profundidad	Regulación

Hicimos esto para cada uno de los profesores A, B y C. Esta información la complementamos con la que obtuvimos vía las entrevistas, integrándolas para tener nuestra interpretación del significado institucional implementado.

Resultados y conclusiones

Los tres maestros, casos prototípicos en la institución seleccionada, mostraron mediante el ejercicio de su labor docente, las variantes que pueden ser introducidas en el trabajo didáctico, en dependencia de las circunstancias en las cuales éste se desarrolla. Si bien los tres construyeron su discurso mediante diferentes situaciones-problemas, tomadas del campo de problemas que previamente había conformado el colegiado, las configuraciones epistémicas y didácticas que tejieron alrededor de ellas fueron cualitativamente diferentes. El profesor A, por ejemplo, manifiesta en su accionar con los estudiantes el valor formativo que concede a los problemas, puesto que los usa no como una situación a resolver, sino como un medio a partir del cual puede y debe construirse el conocimiento algebraico: concibe a éste como un entramado de lenguajes, conceptos, argumentos, procedimientos, y propiedades en acto.

Es notable cómo, teniendo en mente la concepción de un ingeniero como un profesional que se enfrentará a la solución de problemas, y el papel que el álgebra puede tener en ello, centra su preocupación en desarrollar esa competencia, desplegándola como un proceso que integra conocimiento, habilidad y actitud. Como ésta es su prioridad, no escatima esfuerzos para alcanzar su objetivo, aunque en el transcurso sacrifique aspectos como los tiempos contemplados en el programa de la materia o los tiempos asignados a las sesiones de clase.

En este caso, podemos considerar que más que trabajar en el álgebra, el profesor A trabaja en desarrollar un pensamiento algebraico, integrando habilidades para la resolución de problemas, de razonamiento, de comunicación, de uso de representaciones y relacionales.

El profesor B, por su parte, planea una serie de prácticas operativas y discursivas alrededor del conocimiento algebraico en juego, atendiendo al grado de complicación que pueden tener las situaciones problema que va usando; va de lo más elemental a lo más complicado. Su objetivo es aparentemente modesto, pues declara que aspira a que los alumnos aprendan a manejar un algoritmo y a reconocer aquellas situaciones en las que lo podrían usar. En esa dirección, podemos considerar que para el profesor B, enseñar álgebra significa entonces enseñar procedimientos, identificando las problemáticas susceptibles de resolverse con ellos.

La sensibilidad que el profesor B mostró al darse cuenta de las características emotivas de sus estudiantes, lo llevó a tomar decisiones que afectaban lo contemplado en el programa de la materia, y en ese sentido, podemos decir que no atendió su responsabilidad como representante institucional. Pero si analizamos desde otra perspectiva su actuar, vemos que centró su compromiso en los estudiantes, ubicándolos como seres humanos en conflicto, a los cuales debía de ayudar en el desarrollo de actitudes hacia el trabajo, motivándolos, impulsando su autocontrol y la confianza en sí mismos, aspectos que, en el caso concreto de esos estudiantes, les era mucho más necesario que cualquier contenido algebraico.

El profesor C, en cambio, asume su papel como representante institucional con plena conciencia. Para él hay una serie de contenidos que estudiar, hay una serie de acuerdos que se tomaron en el grupo de profesores que hay que respetar, y, asumiéndolos, planea su proceso de estudio. Es el único, de los tres casos que estudiamos, que atiende, en la medida de lo posible, todos los consensos; las situaciones problema que maneja en el salón de clases, son retomadas del banco

de actividades seleccionadas por el colegiado, y además las implementa siguiendo las sugerencias que éste planteó.

Las situaciones problema que selecciona las usa más en el sentido de mostrar aplicaciones para los contenidos matemáticos estudiados; le concede gran importancia al funcionamiento del algoritmo y a la construcción del modelo, y aunque sus planteamientos son en algún sentido tradicionales, los enriquece la introducción que hace, siempre que es posible, de diferentes representaciones. Fue el único maestro que cotidianamente impulsó el uso de la calculadora.

Podemos decir que su concepción de lo que significa el álgebra está más ligada a la modelación, los procedimientos y a los conceptos, caracterización que se corresponde con sus antecedentes de formación y experiencia docente. Esto último sucede también en el caso de los profesores A y B.

Los tres casos que observamos, nos han mostrado las rutas diferentes que puede tomar un proceso de estudio planeado aparentemente bajo las mismas consideraciones. Hemos sido testigos de cómo cada uno de los profesores transpone en el aula, su propia versión del significado institucional pretendido. No hay aquí juicios de valor, pues en cada una de las posturas asumidas por los tres profesores, advertimos que hubo circunstancias que los hicieron tomar las decisiones que tomaron, además, por supuesto, de las concepciones y creencias de cada uno de ellos.

Referencias bibliográficas

Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires, Argentina: Aique.

Godino, J. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.

Godino, J. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en didactique des Mathématiques*. 22(2/3), 237-284.

Godino, J., Contreras, A. y Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques*, 26(1), 39-88.

Godino, J., Batanero, C, y Font, V. (2007) *Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática*. Versión ampliada del artículo Godino, J., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 39(1-2) 127-135. Extraído desde <http://www.ugr.es/local/jgodino>.