

LAS TIC'S COMO HERRAMIENTAS COGNITIVAS EN EL DESARROLLO DE LA HABILIDAD DE RESOLUCIÓN DE DESIGUALDADES CUADRÁTICAS

Elizabeth Guajardo García, Lilia López Vera

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, UANL.

eguajardo@fcfm.uanl.mx , lilia_lopez@hotmail.com

Campo de investigación: Pensamiento Algebraico y Tecnología Avanzada

México

Nivel: Superior

Resumen. Se expone una propuesta didáctica que propicie en los alumnos universitarios la adquisición de un aprendizaje significativo de desigualdades cuadráticas. La estrategia didáctica está centrada en el aprendizaje, e implementa el uso del Graphmatica y el Sketchpad como herramientas cognitivas en el aula, involucrando al alumno en actividades de construcción de un lenguaje gráfico estrechamente relacionado con el lenguaje analítico, que los conduzca al contexto algebraico. El objetivo es contribuir al desarrollo de la habilidad de transferencia del proceso de resolución de ecuaciones cuadráticas hacia el proceso de resolución de desigualdades cuadráticas.

Palabras clave: desigualdades cuadráticas, herramientas cognitivas, transferencia

Planteamiento del problema

En base a la experiencia de las autoras y la revisión bibliográfica (Borello, 2007), se observa que con frecuencia algunos de los alumnos resuelven desigualdades cuadráticas como si fueran ecuaciones cuadráticas, es decir, ven una expresión cuadrática en una desigualdad y lo que hacen es reemplazar el símbolo de desigualdad por el de igualdad, para resolverla de forma análoga a las ecuaciones. Se identificó que con las dos soluciones de una ecuación cuadrática, los alumnos arman un intervalo entre dichas soluciones que puede coincidir con el intervalo solución correcto, sin haber aplicado propiedades de relación de orden o asignado valores entre dichas soluciones.

De resultados en laboratorios y exámenes, se evidenció que los alumnos no se ubican en el contexto de lo que es resolver una desigualdad cuadrática, coincidiendo con resultados de otras investigaciones educativas (Garrote, Hidalgo y Blanco, 2004).

De lo anterior, las autoras identifican como *problema* un conflicto cognitivo al transferir el proceso de resolución de ecuaciones cuadráticas en la resolución de desigualdades cuadráticas, que se manifiesta en el proceso enseñanza aprendizaje del Cálculo Diferencial, en la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la Universidad Autónoma de Nuevo León.

En correspondencia con el problema se formula como *objetivo general del trabajo* el diseñar estrategias didácticas para implementar el uso de la tecnología en el aprendizaje de desigualdades cuadráticas.

En este contexto, las autoras plantean que el alcance del trabajo es posible a partir de la siguiente *hipótesis*: si se diseñan estrategias didácticas centradas en el aprendizaje, implementando el uso de la tecnología, se contribuirá al desarrollo de la habilidad de transferencia del proceso de resolución de ecuaciones cuadráticas hacia el proceso de resolución de desigualdades cuadráticas.

Elementos teóricos básicos

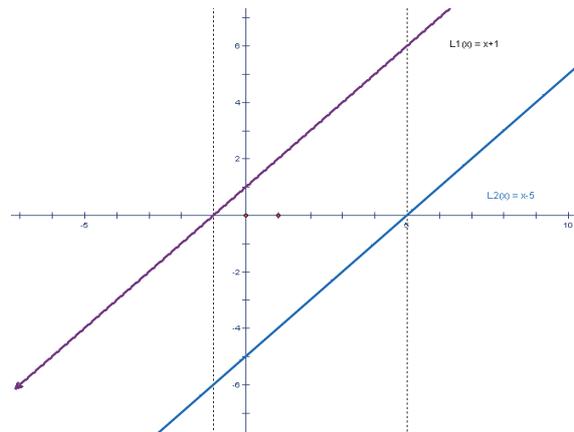
Las autoras consideran relevantes para el presente trabajo, los resultados y concepciones obtenidas en investigaciones educativas sobre: la enseñanza de las inecuaciones desde el punto de vista de la teoría APOE (Barbosa, 2003), el acercamiento gráfico a la resolución de desigualdades (Farfán y Albert, 2001), la integración de las TIC's en la clase de matemáticas (Eduteka, 2003), la habilidad de transferencia en la visualización matemática (López Vera, 2006), niveles de desarrollo del pensamiento geométrico (Van Hiele, 1957), la transferencia entre representaciones a través de nuevas tecnologías (Hitt, 1998) y la concepción de las TIC's como herramientas cognitivas que pueden asistir a los alumnos a realizar tareas cognitivas, cumpliendo ciertas funciones, como por ejemplo: apoyar procesos cognitivos y metacognitivos, generar hipótesis en el contexto de resolución de problemas, etc. (Lajoie, 1993).

Ejemplos de Actividades Propuestas

Actividad 1. Resolución de la desigualdad cuadrática $x^2 - 4x - 5 > 0$ soportado con el asistente Sketchpad, comparando posiciones de rectas. En este caso se grafica en clase los factores de la expresión cuadrática.

Solución: Al factorizar la expresión cuadrática $x^2 - 4x - 5$ tenemos $(x + 1)(x - 5)$.

Luego si consideramos las graficas de $L_1: y = x + 1$, $L_2: y = x - 5$, observamos que:



- L_1 y L_2 están sobre el eje X si $x > 5$.

Entonces $x + 1 > 0$ y $x - 5 > 0$ si $x > 5$

- L_1 y L_2 están bajo el eje X si $x < -1$.

Entonces $x + 1 < 0$ y $x - 5 < 0$ si $x < -1$

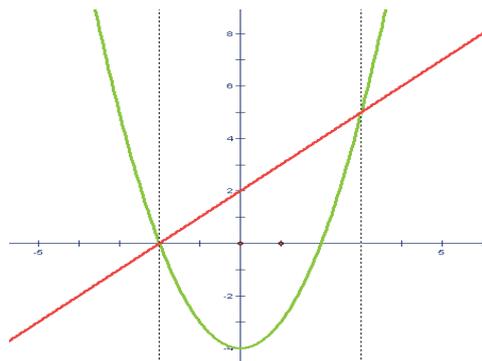
es decir, $(x + 1)(x - 5) > 0$ si $x \in (5; \infty)$

pero también, $(x + 1)(x - 5) > 0$ si $x \in (-\infty; -1)$

Por tanto, el conjunto solución de la desigualdad dada es: $(-\infty; -1) \cup (5; \infty)$

Actividad 2. Ejemplo de resolución de una desigualdad cuadrática haciendo uso del asistente Sketchpad, comparando posiciones de gráficas de cuadráticas y rectas.

Para esto se resuelve en clase la siguiente desigualdad: $x^2 - 4 > x + 2$



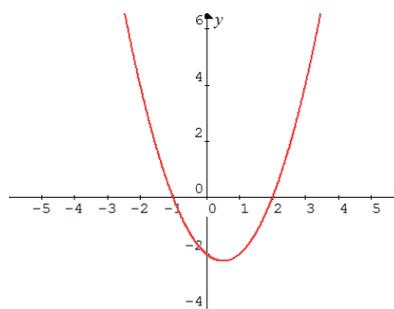
Solución: Para resolver esta desigualdad basta con observar en que intervalos la parábola $y = x^2 - 4$ esta arriba de la recta $y = x + 2$.

Entonces, el conjunto solución de la desigualdad dada es: $(-\infty ; -2) \cup (3 ; \infty)$

Actividad 3. Método Gráfico apoyado en el Graphmatica graficando las funciones cuadráticas.

Por ejemplo: Resolver la siguiente desigualdad: $x^2 - x - 2 > 0$

Solución: Para la resolución de este tipo de desigualdad hay que graficar la parábola que representa a la cuadrática y encontrar los intervalos donde la curva esta encima del Eje X. Por lo tanto, la solución es: $(-\infty ; -1) \cup (2 ; \infty)$



Valoración de la Propuesta

Se valoró la propuesta didáctica aplicando elementos de métodos empíricos de investigación educativa y se consideraron los siguientes indicadores, basados en el *modelo de desarrollo del pensamiento geométrico* (Van Hiele, 1957), para validar el desarrollo de la habilidad de transferencia entre el registro geométrico y el registro algebraico:

1° Nivel - Visualización: Identificación de una desigualdad.

2° Nivel - Análisis: Identificación de propiedades gráficas de funciones. (Lineales y Cuadráticas).

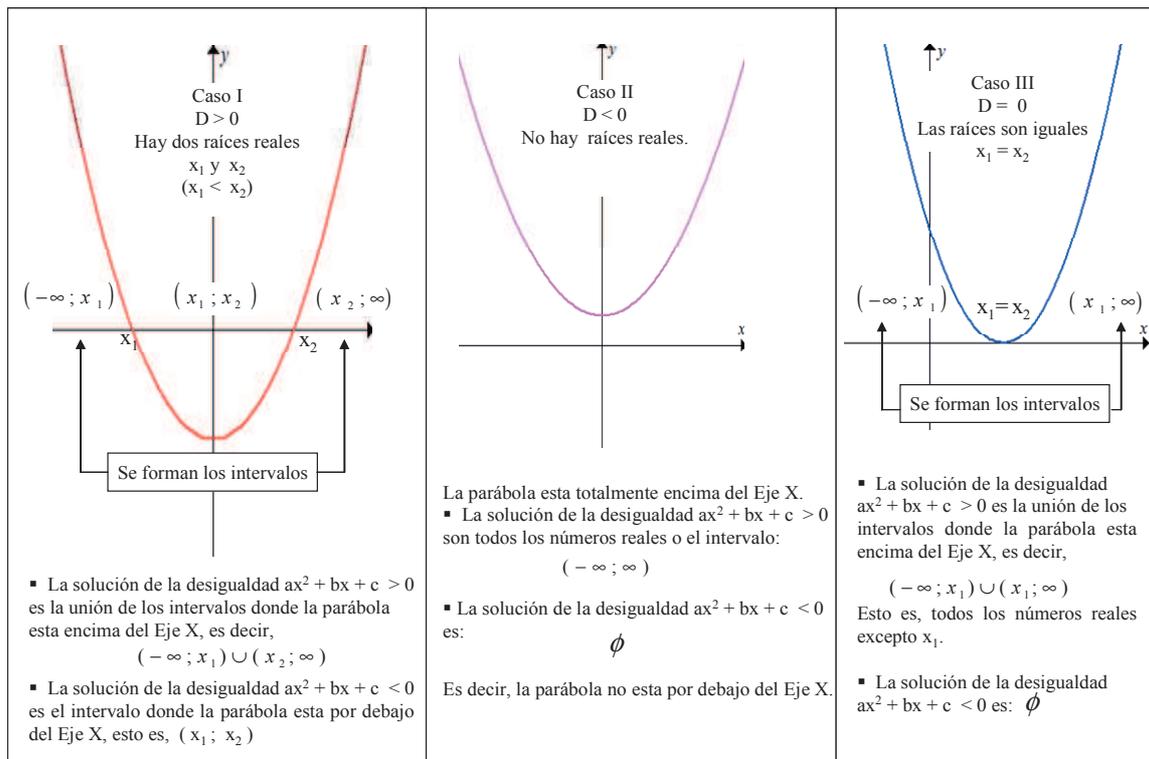
3° Nivel - Deducción Informal: Identificación de relaciones esenciales entre gráficas y desigualdades lineales y cuadráticas.

4° Nivel - Deducción Formal: Identificación de propiedades analíticas de funciones y de la relación de orden (debe encontrar soluciones para casos particulares).

5° Nivel - Rigor: Aplicación de propiedades de relación de orden y representación de la solución en términos de uniones e intersecciones de intervalos para casos generales.

El docente, como facilitador, propició la construcción de conceptos para casos generales (5° Nivel), aplicando propiedades de relación de orden y la representación de la solución de una desigualdad cuadrática, implementando las TIC's como herramientas cognitivas en el desarrollo de la habilidad de resolución de desigualdades cuadráticas.

Para esto se graficó a la parábola $y = ax^2 + bx + c$ con $a > 0$, en donde se define al discriminante D como $D = b^2 - 4ac$, considerando tres casos, de forma análoga a lo propuesto en el tema de inecuaciones de la revista Fundación Polar, Fascículo No. 13.



Conclusiones

Se constató que el 5° Nivel (Rigor) de *desarrollo del pensamiento geométrico* (Van Hiele, 1957), es un nivel que difícilmente alcanzan los alumnos de nivel preuniversitario, pero que si puede ser desarrollado en el nivel de licenciatura, para propiciar la construcción de conceptos para casos generales, aplicando propiedades de relación de orden y la representación de la solución de una desigualdad cuadrática en términos de uniones e intersecciones de intervalos.

Aplicando el método de investigación acción, se observó que efectivamente los medios juegan un rol de potenciadores de habilidades intelectuales en los alumnos, ya que el análisis cualitativo y cuantitativo se realizó implementando procesos dinámicos a través de las TIC's como herramientas cognitivas, las cuales contribuyeron al desarrollo de la habilidad de *transferencia*, para cambiar la cualidad de los objetos matemáticos en el tema de desigualdades cuadráticas.

Como resultado del trabajo investigativo desarrollado, las Estrategias Didácticas propuestas que implementan el uso de los asistentes matemáticos Graphmatica y el Sketchpad en el aula, para el desarrollo de la habilidad de transferencia entre el registro geométrico y el registro algebraico, en la resolución de una desigualdad cuadrática, son un *aporte práctico*, y como herramientas cognitivas en la disciplina que nos ocupa, aumentaron el número de alumnos que pudieron *aprender significativamente* que la solución de una desigualdad es un intervalo o la unión de estos, combinando al método analítico con el método gráfico, ya que el método analítico no resultó suficiente para entender dicho significado.

Referencia Bibliográfica

Barbosa, K. (2003). La enseñanza de las inecuaciones desde el punto de vista de la teoría APOE. *Relime*, 6(3), 199 – 219.

Borello, M. (2007). *Relación entre las concepciones del maestro y el aprendizaje de los alumnos en el caso de las desigualdades. Un estado del arte*. Tesis de Maestría no publicada. Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del IPN.

EduTEKA (2003). *Los manipulables en la enseñanza de las matemáticas. La integración de las TIC's en Matemáticas. Computadores en el currículo Matemático. Sobre tecnología en la Clase de Matemáticas. Reseña de Software de Matemáticas*. Extraído el 5 de enero de 2008 desde: <http://www.eduteka.org/>

Farfán, R. y Albert, A. (2001). *Un acercamiento gráfico a la resolución de desigualdades*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Fundación Polar. Últimas Noticias. El mundo de la matemática. *Inecuaciones*. Fascículo No. 13, 102 – 104. Extraído el 4 de febrero de 2008 desde <http://www.fpolar.org.ve/matematica2/fasciculo13/097.html>

Garrote, M.; Hidalgo, M. y Blanco, L. (2004). *Dificultades en el aprendizaje de las desigualdades e inecuaciones*. España: Facultad de Educación, Universidad de Extremadura.

Hitt, F. (1998). Visualización matemática, representaciones, nuevas tecnologías y currículum. *Educación Matemática*, 10(2), 23 – 45.

Lajoie, (1993). *Sobre herramientas cognitivas y aprendizaje colaborativo*. Extraído el 11 de marzo de 2008 desde <http://ism.dei.uc.pt/ribie/docfiles/txt20037291335Sobre%20herramientas%20cognitivas.pdf>

López Vera, L. (2006). *Metodología para el perfeccionamiento del proceso de enseñanza aprendizaje del Cálculo Vectorial fundamentada en el desarrollo de la Visualización Matemática Tridimensional*. Tesis Doctoral no publicada. Centro de Estudios de Ciencias de la Educación, Universidad de Camagüey.

Van Hiele, P. M. (1957). *El problema de la comprensión (en conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la geometría)*. Tesis Doctoral no publicada. Universidad de Utrecht. Traducción de Gutiérrez y otros en 1991.