

## UNA PROPUESTA METODOLÓGICA PARA EL APRENDIZAJE DE CONCEPTOS MATEMÁTICOS BASADO EN COMPETENCIAS

Susana B. Ruiz, María I. Ciancio y Elisa S. Oliva

Universidad Nacional de San Juan

sbruizr@yahoo.com.ar, miciancio@hotmail.com, elisaoliva65@gmail.com

Argentina

**Resumen.** Producir cambios en las formas habituales de impartir conocimientos, es un gran desafío y un compromiso diferente, al que nos enfrentamos cotidianamente los docentes. El proceso educativo debe propender a reconceptualizar los procesos de enseñanza y aprendizaje, a fin de lograr el desarrollo de capacidades que le permitan al sujeto enfrentar nuevas situaciones que favorezcan en su posterior accionar en el campo profesional. El lenguaje del Análisis Matemático para funciones de varias variables y del Análisis Numérico es adaptable a muchos contextos, por la generalidad de sus objetos de estudio, por ello forma parte en el planteo de problemas y la determinación de soluciones de situaciones de la misma Matemática y otros campos científicos como son la Geofísica y Geología. En este trabajo, se explica cómo se ha organizado una secuencia de actividades integradoras.

**Palabras clave:** competencias, contenidos integrados, reservas naturales

**Abstract.** Produce changes in the usual ways of imparting knowledge, is a great challenge and a different commitment, we face daily teachers. The educational process must tend to reconceptualize the teaching and learning processes in order to achieve the development of capabilities that will allow the subject to face new situations that favor their subsequent professional activities in the field. The language of mathematical analysis for functions of several variables and Numerical Analysis is adaptable to many contexts, by the generality of its objects of study, for it is part in the posing of problems and determining solutions of the same mathematics situations and other scientific fields such as geophysics and geology. This paper explains how we have organized a sequence of activities inclusive.

**Key words:** competencies, integrated content, nature reserves

### Introducción (Justificación de la experiencia)

La Matemática, en las carreras universitarias, además de desarrollar el pensamiento lógico, algorítmico y heurístico, en el marco del desarrollo científico-tecnológico en el que se está inmerso, debe desarrollar las capacidades de modelización, análisis y síntesis (Schoenfeld, A. 1989). El lenguaje del Análisis Matemático para funciones de varias variables y del Análisis Numérico es adaptable a muchos contextos, por la generalidad de sus objetos de estudio, por ello forma parte en el planteo de problemas y la determinación de soluciones de situaciones de la misma Matemática y otros campos científicos como son la Geofísica y Geología. Producir cambios en las formas habituales de impartir conocimientos, es un gran desafío y un compromiso diferente. El proceso educativo debe propender a reconceptualizar los procesos de enseñanza y aprendizaje, a fin de lograr el desarrollo de capacidades que le permitan al sujeto enfrentar nuevas situaciones (Elosúa y García, 1993); que favorezcan en su posterior accionar en el campo profesional. Es por ello la importancia que los docentes de cualquier nivel, y en particular el universitario, deben tener claro el porqué y para qué de los contenidos que deben impartir, (Santos, T. 1994) y a partir de ello proponer actividades de aprendizaje que contribuyan en la formación de competencias afines al perfil profesional que se persigue.

**Tareas desarrolladas:** En este trabajo, se explica cómo se ha organizado una secuencia de actividades integradoras orientadas a promover y afianzar el aprendizaje significativo de temas del Análisis Matemático y Análisis Numérico en alumnos del primer año de las carreras Lic. en Geofísica y Lic. en Geología, de la Facultad de Ciencias Exactas Físicas y Naturales de la Universidad Nacional de San Juan (Argentina).

Se selecciona como problema motivador: “Evaluación de Reservas Naturales” ya que es un tema de gran importancia para los alumnos que cursan cualquiera de las carreras, y que se pone de manifiesto en el perfil profesional planteado en los respectivos planes de estudio. El abordaje del problema de esta propuesta, se desarrolla a través de la ejecución de un “Proyecto de Trabajo Áulico”, por parte del alumno, donde se presentan distintos “planteos” problemáticos y “actividades” (relacionadas a estos planteos) para la resolución de problemas concretos, sirviendo de guía para la utilización y jerarquización de los diversos temas matemáticos involucrados. Temas Abordados en la Experiencia:

- ❖ Estimación del Volumen de Recursos Minerales, mediante la determinación de áreas de la superficie de secciones de minerales.
- ❖ Estimación del Volumen de Almacenamiento de Agua en Represas o Embalses a partir de Curvas de Nivel.
- ❖ Cálculo del Volumen de Depósitos de Reservas Naturales, bajo suelo, con formas geométricas predeterminadas, utilizando Integrales Triples.

Entre los conceptos matemáticos que se necesitan abordar en la resolución de las actividades, se pueden mencionar: el cálculo de áreas y volúmenes de regiones acotadas mediante Integrales Múltiples; cambio de coordenadas en Integrales Múltiples; Curvas de Nivel, Métodos de Integración Numérica ( Regla del Trapecio, Regla de Simpson); y Secciones Cónicas y Cuadricas.

**Planificación de las Actividades.** Las actividades propuestas se planifican y agrupan por niveles de dificultad, con el objetivo de favorecer el pensamiento crítico, para la resolución de situaciones más complejas. En general los planteos propuestos en este proyecto áulico a abordar, van invitando al alumno a investigar y descubrir aspectos de las asignaturas: Análisis Matemático II, Análisis Numérico, Geometría Analítica, con apoyo de software,(Burden, Faires y Douglas, 2002); conduciéndolo en el arte de conjeturar y experimentar, mediante la resolución de problemas, a fin de promoverlo en la participación de futuros proyectos que atañen a su formación profesional.

### **Muestra de los Modelos Propuestos**

#### **Planteo I: Cálculo aproximado de volúmenes de reservas de minerales**

Existen distintos tipos de métodos de estimación de reservas, cuya idoneidad depende de la particularidad del yacimiento mineral. Uno de los métodos clásicos que se aplica en la práctica es el “Método de los Perfiles”. El “Método de los Perfiles” comúnmente se utiliza cuando se tiene cuerpos mineralizados de forma irregular y que han sido estudiados por sondeos distribuidos regularmente de forma tal que permitan establecer cortes o perfiles en los que se basa el cálculo de reservas. El área de la sección del cuerpo mineralizado intersecada por un perfil (ver Figura 1) se puede calcular por varios métodos, uno de ellos es la regla de Simpson.

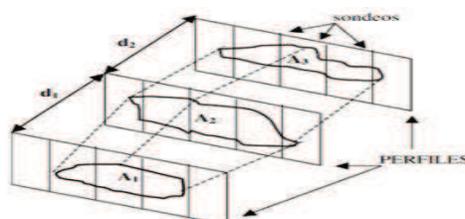


Figura 1: Áreas de secciones de Cuerpos Mineralizados

El volumen de un bloque comprendido entre perfiles se puede obtener: multiplicando el área de cada sección por la mitad de la distancia al perfil contiguo a cada lado (cada perfil genera un bloque):  $V = A_1 \cdot d_1 / 2 + A_2 \cdot d_2 / 2$ , siendo necesaria una corrección en caso de perfiles extremos. El volumen total se puede estimar como la suma de los volúmenes parciales estimados de cada bloque. A partir del volumen y una estimación de las densidades medias parciales, de cada bloque, se puede estimar el tonelaje de mineralización total, como suma de los tonelajes parciales de cada bloque.

Actividad I Propuesta: De acuerdo al Planteo 1, las Figuras 2, 3 y 4 muestran las regiones planas correspondientes a los perfiles de un cuerpo mineralizado con áreas  $A_1$ ,  $A_2$  y  $A_3$  respectivamente. En este caso particular las regiones planas pueden considerarse limitadas por las curvas:  $y=x^2$ ,  $y=6-x$ ,  $x=3$  e  $y=2$ .

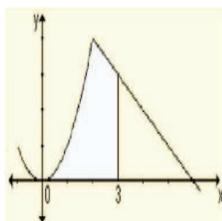


Figura 2

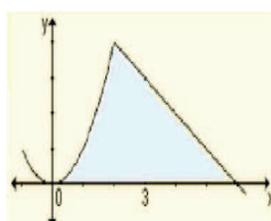


Figura 3

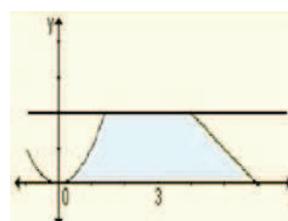


Figura 4

En las figuras anteriores se muestran los Perfiles de Cuerpos Mineralizados con diferentes Áreas

- ❖ Calcular las áreas de las regiones definidas en cada perfil utilizando integrales dobles.
- ❖ Aplicar el método de los perfiles para estimar el volumen total del sólido (cuerpo mineralizado).

Actividad 2 Propuesta: a) Investigar sobre la Regla de Simpson en el cálculo aproximado de áreas de regiones planas. Dado el sólido definido en la Actividad 1, aplicar el Método de los Perfiles para estimar el Volumen Total del cuerpo mineralizado, utilizando la regla de Simpson para el cálculo aproximado de las áreas respectivas.

**Planteo 2: Cálculo aproximado del Volumen de Almacenamiento de Agua en Represas o Embalses a partir de Curvas de Nivel.**

Supongamos que el gráfico de Curvas de Nivel de una Represa o Embalse de agua es el que se muestra en la Figura 5 a).

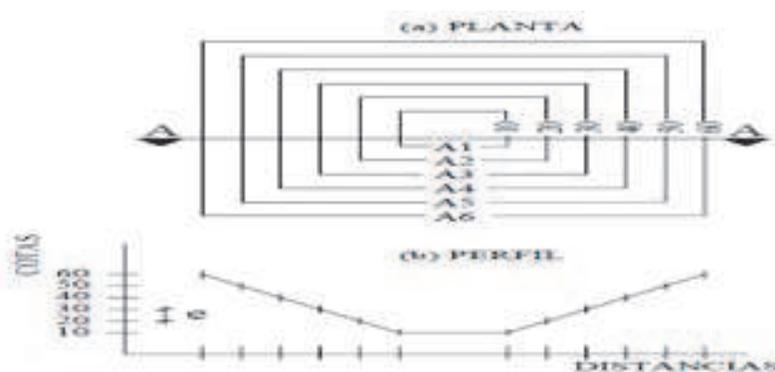


Figura 5a) Representación de Curvas de Nivel

Figura 5b) Representación de una sección Transversal

Se puede visualizar que, cada curva de nivel encierra una región acotada con un área determinada. La curva de nivel de altura  $k=10$  encierra un región con área  $A_1$ , la de altura  $k=20$  una con área  $A_2$  y así sucesivamente. Si representamos una sección transversal obtenemos la Figura 5 b). Si se aplica el “Método de Áreas Medias” (Nakamura, S.1992) para el cálculo del volumen,  $V$ , se tiene:  $V=$  volumen del embalse en  $m^3$ ,  $A_i=$  área encerrada por la curva de nivel de altura  $i$ ;  $e=$  equidistancia entre curvas de nivel contiguas).

$$V = \frac{A_1 + A_2}{2} \cdot e + \frac{A_2 + A_3}{2} \cdot e + \frac{A_3 + A_4}{2} \cdot e + \frac{A_4 + A_5}{2} \cdot e + \frac{A_5 + A_6}{2} \cdot e \quad V = \left( \frac{A_1 + A_n}{2} + \sum_{i=2}^{n-1} A_i \right) \cdot e$$

**Planteo 3: Cálculo Exacto del Volumen de Almacenamiento de Agua en Represas o Embalses a partir de Integrales Múltiples**

El depósito de combustible correspondiente a una empresa tiene la forma de un cilindro circular recto. El depósito, bajo suelo, esta a una distancia  $d=2m$  del mismo, como se observa en la Figura 7. Se sabe que su capacidad total es de  $20\pi m^3$ . El nivel del depósito,  $D$ , cuando está vacío es de  $6m$ , respecto a la superficie del suelo.

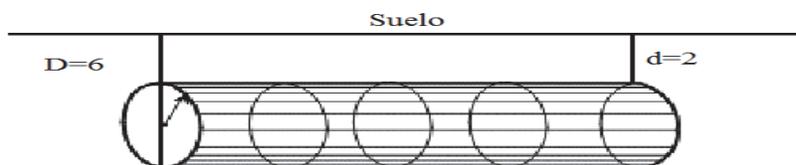


Figura 7: Forma Cilíndrica del depósito de combustible.

Actividad Propuesta 4: Considerar el Planteo 3. Determinar el volumen de combustible que queda en el depósito, si el nivel del mismo se encuentra a una distancia  $d^*=5\text{m}$ .

**Planteo 4:** Ídem al Planteo 3, (Larson, H.1989) para el caso de un depósito que tiene la forma de un “Esferoide” (elipsoide con dos semiejes iguales), con capacidad total  $V=16\pi \text{ m}^3$  (ver Figura 8). El nivel de combustible, respecto a la superficie del suelo, cuando el depósito está lleno es  $d=2\text{m}$ , mientras que cuando está vacío es  $D=6\text{m}$ .

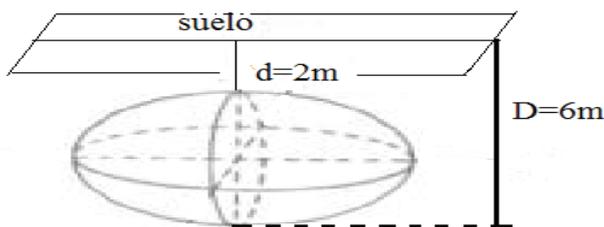


Figura 8: Forma del depósito “Esferoide”

Actividad Propuesta 5: Considerar el Planteo 4. Determinar el volumen exacto de combustible que queda en el depósito, si el nivel del mismo se encuentra a una distancia  $d^*=3\text{m}$ .

Al finalizar las actividades propuestas, entregue el material elaborado a los docentes de la cátedra.

Nota: Puede obtener otros planteos relacionados al tema consultando las siguientes páginas web:

[http://www.serbi.ula.ve/serbiula/libros-electronicos/Libros/topografia\\_plana/pdf/CAP-9.pdf](http://www.serbi.ula.ve/serbiula/libros-electronicos/Libros/topografia_plana/pdf/CAP-9.pdf)  
<http://es.scribd.com/doc/59357521/Calculo-de-Reservas-de-Mineral>

### Resultados observados luego de finalizar la propuesta

Al concluir las etapas previstas en el desarrollo del proyecto áulico y analizar las respuestas obtenidas por cada grupo de trabajo, en donde se propuso un espacio de reflexión entre los actores: Alumnos-Docentes; se pudo valorar los siguientes aspectos:

- ❖ Desarrollar en los alumnos un pensamiento “creador” debe ser una de las principales metas de la educación en el nivel superior. Para lograr este pilar, los docentes deben

conducir el proceso de apropiación de conceptos, seleccionando de manera adecuada no sólo los contenidos a impartir sino también los métodos y estrategias para lograrlo.

- ❖ Producir cambios en las formas habituales de impartir conocimientos, es un gran desafío y un compromiso diferente, al que nos enfrentamos cotidianamente los docentes, y aun cuando esto resulta una tarea compleja, los resultados son ampliamente satisfactorios.
- ❖ La utilización de diferentes herramientas matemáticas, para solucionar un mismo planteo; permiten desarrollar nuevas habilidades y capacidades en el alumno, que promueven la relación e integración de conceptos y su aplicación en la realidad
- ❖ Es de destacar la motivación que se logra en los alumnos, cuando se les hace ver la necesidad de manejar el conocimiento matemático y aplicarlo en contextos reales para discutir las respuestas observadas.

### Referencias bibliográficas

Schoenfeld, A. (1989). *La enseñanza del pensamiento matemático y la resolución de problemas*. Academic Press, EUA.

Elosúa, M. R.; García, E. (1993). *“Estrategias para enseñar y aprender a pensar.”* Madrid. España; Narcea Ediciones

Santos Trigo, L.M. (1994). *La Resolución de Problemas en el Aprendizaje de las Matemáticas*. México: CINVESTAV-IPN.

Larson, H., (1989). *Cálculo y Geometría Analítica*. España. Mac Graw Hill.

Nakamura, S., (1992) *“Métodos Numéricos Aplicados con Software”*, México. Pearson Educación.

Burden, R., Faires, J., y Douglas, M. (2002) *“Análisis Numérico”*, México. Cengage Learning  
[http://www.serbi.ula.ve/serbiula/libros-electronicos/Libros/topografia\\_plana/pdf/CAP-9.pdf](http://www.serbi.ula.ve/serbiula/libros-electronicos/Libros/topografia_plana/pdf/CAP-9.pdf)  
Recuperado el 11 de mayo de 2011

<http://es.scribd.com/doc/59357521/Calculo-de-Reservas-de-Mineral> Recuperado el 11 de mayo de 2011