

LOS SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN DE Z EN FUTUROS PROFESORES DE MATEMÁTICA

Parra S. Hugo

Universidad del Zulia. Zulia. (Venezuela)

parraortiz@cantv.net

Campo de investigación: formación de profesores Nivel: superior

Palabras clave: representaciones, conjunto Z

Resumen

El presente trabajo tiene como intención mostrar una propuesta de análisis de los sistemas de representación planteados por futuros profesores de matemática relativa a los números enteros. Los sistemas de representación constituyen en el proceso de enseñanza de las matemáticas las diferentes maneras como los docentes dan a conocer a sus alumnos un concepto matemático. Este análisis lo desarrollamos desde dos perspectivas, la primera referida a la clasificación de los sistemas de representación (Maza, 1995) y la segunda, relativa a las operaciones con los sistemas de representación (Gómez & Carulla, 2001; Segovia & Rico, 2001). En cuanto a las categorías establecidas en la clasificación mostramos las siguientes: no formal, manipulativa, icónica y formal. En cuanto a las operaciones se distinguen tres de ellas: la creación de signos y expresiones; las transformaciones sintácticas tanto variantes como invariantes y por último, la traslación entre sistemas de representación.

Introducción

El presente trabajo constituye parte de una investigación en desarrollo acerca del análisis del contenido puesto en juego por parte de estudiantes en formación inicial en el campo de la Educación Matemática. Parte de la investigación se refiere a las representaciones que exteriorizan los mencionados estudiantes.

Los sistemas de representación no siempre han sido entendidos de la misma manera (Goldin & Janvier, 1998) por ello se hace necesario aclarar qué entendemos por ello en el presente trabajo. En el presente trabajo asumimos como sistemas de representación la expresión específica de conceptos y procedimientos matemáticos mediante notaciones simbólicas o gráficas, destacando sus características y propiedades más relevantes (Segovia & Rico, 2001). Parte de la utilidad de estudiar los sistemas de representaciones en estos futuros docentes es que a través de ellos se pueden reconocer las diferentes actividades matemáticas que un docente se plantea desarrollar durante una clase de matemática.

Existen diversas maneras desde las cuales se podrían estudiar los sistemas de representaciones; una de ellas es el estudio desde la perspectiva de los modelos de enseñanza, esto es, indagar entre los docentes los sistemas de representación que ellos utilizarían en el desarrollo de cualquier objeto matemático, lo que nos permite aproximarnos a los modelos de enseñanza sustentados por los sujetos en cuestión (Bruno & Martínón, 1996).

Otra manera de estudiar los sistemas de representación podría ser analizando los tipos que se exteriorizan (Maza, 1995) y una tercera podría ser el análisis de las operaciones que se realizan con ellos (Gómez & Carulla, 2001). En este caso específico centraremos la atención en los tipos de representaciones que utilizan los miembros de la población objeto de estudio y en las operaciones que ellos se plantean. En ambos casos nos delimitaremos a plantearlas en el marco de los números enteros (Cuadro 1)

<p>Analizar los sistemas de representación relativos al conocimiento didáctico matemático en la adición de los números enteros por parte de los pasantes</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Tipos de representaciones • Operaciones 	<ul style="list-style-type: none"> • No formal (fenomenológico) • Manipulativa • Icónica (gráfico) • Formal (aritmético y algebraico) • Creación de signos o expresiones • Transformaciones sintácticas variantes • Transformaciones sintácticas invariantes • Traducción entre sistemas de representaciones • Modelación
--	--	--

Cuadro 1. Análisis de los sistemas de representación.

Tipos de representaciones

El primer tipo de representaciones la denominamos *no formal*; ella se caracteriza por aquellas representaciones que de una u otra manera representan un fenómeno particular ligado a un objeto matemático, en nuestro caso, el número entero y sus operaciones. Caso típico es el ejemplo muy utilizado en las aulas como es el del ascensor.

Un segundo tipo de representación la podemos llamar *manipulativa*; ella se refleja a través de objetos. Un ejemplo de ello es el caso de las fichas de diferentes colores – por ejemplo, azules y rojas – podemos relacionar las fichas rojas como número negativo y las azules como números positivos.

El tercer tipo que podemos conseguir son las representaciones *icónicas*; ellas representan la idea matemática mediante diagramas o ilustraciones. En nuestro caso, podría ser el siguiente

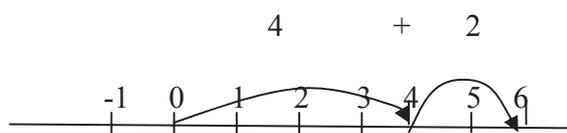


Gráfico 1. Representación icónica de números enteros

Por último tenemos las representaciones *formales*; en nuestro caso ellas utilizan signos de tipo aritmético o algebraico.

Operaciones con los sistemas de representación

Respecto a las operaciones que se plantean, podemos señalar que se pueden distinguir tres: creación de signos; transformaciones sintácticas, tanto variantes como invariantes y traslación entre dos o más sistemas de representación.

Creación de signos

Se refiere a la sintaxis, la cual se establece siguiendo las normas que regulan los sistemas de representación de las matemáticas. Estas representaciones aunque adaptadas al contexto de la matemática escolar, no deben contradecir lo establecido por las matemáticas. En el caso de los números enteros tenemos por ejemplo, desde los símbolos numéricos $(-32; 67; 8; -5; \dots)$ hasta expresiones tales como:

$$a + (b + c) \quad \forall a, b, c \in \mathbb{Z}$$

También podría ser el caso de las operaciones en \mathbb{Z} , tales como:

$$-3 + 7; 9 \times 5; \dots$$

ó

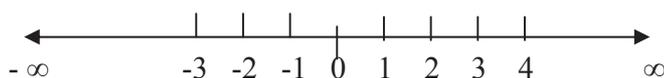


Gráfico 2. Representación de los números enteros en la recta numérica

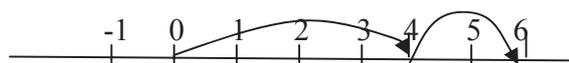
Transformaciones sintácticas

Se refieren a las diferentes transformaciones que una expresión puede sufrir siempre y cuando esté aun comprendida en el mismo sistema de representación de origen. Un ejemplo pudiera ser la representación de la operación $3 + (5 + (-8))$ en \mathbb{Z} ; podemos expresar esta misma operación como $(3 + 5) + (-8)$ y en este caso en particular, como el objeto matemático es el mismo, se dice que esta transformación es de carácter invariante (Gómez & Carulla, 2001)

Sin embargo, pudiese ocurrir otro tipo de transformación como la que sigue $a + (b + c) = (a + b) + c; \quad \forall a, b, c \in \mathbb{Z}$, en este caso la operación puede variar dependiendo de los valores de a , b y c aun cuando se mantiene en el mismo tipo de representación (propiedad asociativa); en este caso se denomina variante

Traducción de sistemas de representación

Se trata del paso de un sistema de representación a otro. Por ejemplo, en el caso de los números enteros podemos tener la siguiente gráfica



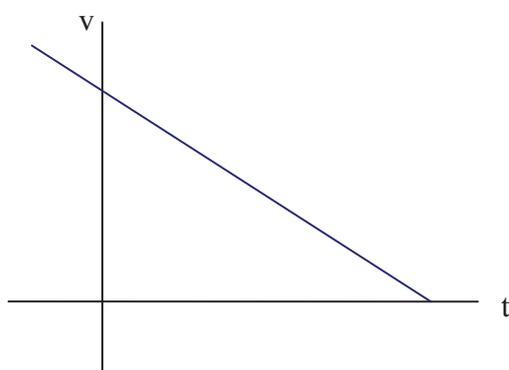
Esta gráfica podemos expresarla de otra manera como lo es $4 + 2 = 6$

Modelación

Por último, contamos con la modelación que no es más que la representación de un fenómeno mediante expresiones y signos matemáticos (Segovia & Rico, 2001^{††}). Por ejemplo, el modelo matemático que representa la aceleración de un móvil lo podemos expresar de la siguiente manera:

$$A = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Donde A, supongamos, es negativa ($A < 0$), y su gráfica respectiva podría ser la siguiente:



Gráfica 3. Modelo

Este caso no se refiere a un móvil en particular, lo cual implica una mayor abstracción, pero la expresión muestra la desaceleración de un móvil, no importando las características de éste.

A modo de conclusión

Al inicio expresábamos que la idea que proponíamos era presentar una manera de analizar los sistemas de representación referidos a los números enteros. En ese sentido podemos adelantar que cualquier propuesta que se haga siempre será insuficiente porque las maneras de analizar dependerán de los objetivos que la investigación se proponga, del objeto matemático a representar y de la población y contexto de estudio.

En nuestro caso particular planteamos dos maneras de abordar el análisis de los sistemas de representación; uno centrado en clasificarlos y el otro focalizado en las diferentes operaciones que se pudiesen plantear con los sistemas de representación. Esta manera de abordar el análisis deberá ser confrontada con las respuestas de los estudiantes, siendo ellas las que determinen finalmente cuanto de validez tendrá la categorización que planteamos. En definitiva, se trata de una propuesta preliminar que en principio sirva de referente para abordar el estudio de los sistemas de representación pero que finalmente los hechos tendrán la última palabra.

^{††} Los autores en realidad la denominan modelización; nosotros hemos asumido tal término porque pensamos que resulta más adecuado a la literatura actual de nuestra área de conocimiento.

Referencias bibliográficas

- Bruno, A. & Martínón, A. (1996). Números negativos: una revisión de investigaciones. *UNO*. 9, 98-108
- Goldin, G. A. & Janvier, C. (1998). Representations and the psychology of mathematics education. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(1), 1– 4.
- Gómez, P. & Carulla, C. (2001). Desarrollo didáctico de los profesores de matemáticas. El caso de los sistemas de representación y la función cuadrática. *Educación Matemática*. 13 (2), 31 – 54
- Maza, Carlos (1995). *Aritmético y representación. De la comprensión del texto al uso de materiales*. Paidós. España.
- Segovia, I. & Rico, L. (2001). Unidades didácticas. Organizadores. En Castro, Enrique (Editor) *Didáctica de las Matemática en la Educación Primaria*. (pp. 83 – 104). Síntesis. España