MODELACIÓN COMO ESTRATEGIA DE ENSEÑANZA EN UN CURSO CON ORIENTACIÓN EN CIENCIAS NATURALES

Marguet, Isabel[1], Cristante, Analía[2] ;Esteley, Cristina[3]; Mina, María[4]
Inst. 25 de Mayo(1), Inst. Ntra. Señora(2) ,UNVM(3), G. Taborin(4)– Argentina
isabelmarguet@yahoo.com.ar

Campo de Investigación: Modelación Matemática; Nivel Educativo:Medio
Experiencia en aula.

RESUMEN

Con la presente comunicación se pretende describir y analizar una experiencia de Modelación llevada a cabo con alumnas de 16-17 años. En ésta, se exponen brevemente: etapas seguidas, temas escogidos por las alumnas, descripción y análisis de un trabajo de problem posing y otro de Modelación propiamente dicha. Es de destacar el interés que en general mostró este grupo de alumnas por temas centrados en el estudio de la dinámica poblacional de diversas especies, fenómeno que se manifestó en ambas actividades. Finalmente se presentan un análisis y discusión de algunas observaciones de la implementación en aula.

INTRODUCCIÓN

En la presente comunicación se reporta una experiencia de modelación en un colegio de la ciudad de Córdoba (Argentina). Partimos de las nociones de modelación como estrategia pedagógica y como actividad matemática fundamentalmente, según los aportes de Bassanezi, Biembengut, M. & Hein y Davis y Hersh, entre otros. Indicamos primero el modo en que se puso en aula, luego ilustramos con algunos ejemplos para finalmente presentar algunos de los resultados logrados.

Puesta en Aula

La puesta en aula se realizó en una sección del segundo año del ciclo básico superior, con orientación en Ciencias Naturales del Colegio 25 de mayo, con 28 alumnas. Dicho colegio es de gestión privada y cuenta con una infraestructura adecuada para llevar adelante el proyecto. Las alumnas ya habían trabajado con proyectos en otras asignaturas, pero es la primera vez que lo hacían en un curso de matemática.

Partimos de atribuir a los modelos la doble función de medio para pasar información y de dispositivo para pensar (Davis y Hersh, 1988, Devlin, K., 1994). Tomamos como noción y clasificación de modelos matemáticos a las presentadas en Bassanezi (1996) Las ideas básicas de la Modelación como estrategia pedagógica son compatibles con las propuestas por Bassanezi (1994) Biembengut, M. & Hein, N. (1999) y Biembengut, M. & Hein, N. (2003). En particular asumimos que: Representar una situación real con un modelo matemático involucra una serie de procedimientos: 1°) Interacción con el asunto, 2°) Construcción del modelo. Formulación de hipótesis (el significado que se le atribuyó a la palabra “hipótesis” es el etimológico del término, del griego, “situar bajo algo”, “lo que apoya algo”, es decir bajo qué condiciones...) y 3°) Convalidación del modelo.

Decidimos emplear la Modelación, tanto para trabajar algunos contenidos de la currícula como para que las alumnas pudiesen interactuar con la realidad a través del planteo de problemas reales de su propio interés.

Luego de un mes y medio de clases llevadas a cabo en forma tradicional comenzamos en el mes de mayo con la introducción de la Modelación como estrategia pedagógica. Partimos en esa oportunidad de una breve discusión respecto a "qué es la matemática", en la que participaron de forma abierta todas las alumnas. Surge así la noción de la matemática como resolución de problemas y la introducción de la matemática como la ciencia de los modelos, y la Modelación como forma de abordar la matemática, en la que se trata de encontrar situaciones interesantes de la vida real o de la misma Matemática a partir de las cuales estudiar y explorar aquellos conceptos que nos permitan resolverla.

Para ejemplificar los procedimientos antes mencionados propusimos primero una situación sobre la población mundial entre los años 1986 y 1991. Y posteriormente trabajamos con un problema de dinámica poblacional de las abejas, al que abordamos bajo dos hipótesis.

ALGUNOS RESULTADOS:

*Actividades de problem Posing.

Terminada la primera hipótesis antes mencionada, propusimos a las alumnas una actividad de problem posing expresada como:

Piensen un tema del mundo real en el que crean que existen progresiones aritméticas y/o funciones definidas por partes. Inscriban en él un problema del interés de ustedes. Traten de construir el modelo matemático que les permita resolverlo y analicen si realmente el modelo encontrado responde o no al modelo pedido justificando sus conclusiones.

Se presentaron seis temas con sus respectivos problemas. A continuación analizaremos con más detalle el trabajo de uno de los grupos.

Tema: Dinámica poblacional de los conejos.

Los datos se obtuvieron a partir de la consulta con una persona que se dedica a la cría de conejos en una granja de Córdoba. En base a ellos las alumnas decidieron realizar el análisis de la situación bajo estas condiciones: 1) cada pareja de conejos tiene 4 crías por parto, 2) el período de gestación es de 3 meses (tienen 4 partos por año) y 4) ya a los 3 meses de edad pueden tener crías. A partir de ello plantearon el siguiente:

Problema: ¿En cuánto tiempo se podrá obtener un criadero de 120 conejos si comenzamos con una pareja de conejos? Bajo la siguiente condición:

Hipótesis: *En cada parto nacen la misma cantidad de machos que de hembras.*

Las alumnas construyeron un diagrama de árbol a partir del cual elaboraron una tabla, y en base a ella propusieron un modelo recursivo y con dominio partido:

$$\begin{cases} a_n = 2.a_{n-1} - 1 \quad si \quad n \quad es \quad par \\ \\ a_n = 2.a_{n-1} + 1 \quad si \quad n \quad es \quad impar \end{cases}$$

Según la clasificación de Bassanezi se puede indicar que el modelo encontrado es: analítico no lineal, dinámico, determinístico. A partir de este trabajo pude mostrarles la posibilidad de encontrar otro modelo para el mismo problema con una fórmula también recurrente pero sin partir el dominio tal como se muestra a continuación:

$$\boxed{a_n = 2.a_{n-2} + a_{n-1}}$$

Y finalmente la fórmula general (de manera semejante a la que se usa para la sucesión de Fibonacci): $a_n = \frac{4}{3}.2^n - \frac{1}{3}(-1)^n$

La actividad de problem posing resultó altamente positiva ya que se presentaron algunos problemas que despertaron discusiones enriquecedoras y aportaron luego elementos para el posterior trabajo de Modelación.

***Actividades de Modelación**

En la etapa final, se presentaron un total de 6 trabajos. Los temas escogidos por las alumnas fueron los siguientes: 1)Dinámica poblacional de Pingüinos de Magallanes, 2) Mareas, 3) Leyes de Mendel, 4) Avalanchas, 5) Estudio nutricional de una población y 6) Dinámica poblacional de la ballena franca austral.

A continuación presentamos una descripción y análisis de uno de los trabajos de Modelación presentado por uno de los grupos. Para ello indicaremos tema y problema escogido por las alumnas como así también parte de el proceso de construcción del correspondiente modelo.

Un ejemplo:

Tema: Dinámica poblacional de la ballena franca austral

Fue a partir de un viaje, con la escuela, a Puerto Madryn, (Provincia de Chubut, Argentina), que este grupo de alumnas se preocupó por la persecución de las ballenas en los mares australes y su consiguiente peligro de extinción. Logrando en esa oportunidad recopilar una importante cantidad de información sobre el tema

El primer problema que se plantearon fue: *Calcular cuánto tiempo transcurrirá hasta que la población recupere el número de individuos que tenía en la época del descubrimiento*. Como el intervalo a estudiar era muy amplio, las fórmulas a utilizar se iban haciendo casi inmanejables, decidieron acotar el problema. Pensaron en: *calcular cuánto tiempo tardaría la población actual en triplicarse.*

Una vez que hubieron delimitado el problema comenzaron a plantearse las hipótesis correspondientes. En un principio fijaron la tasa de mortalidad en un 15,56 % considerando diversas causas que podrían causar la muerte del individuo. Pero al ponerse a esbozar los cálculos se dieron con que de esta manera la población de las ballenas tendía a desaparecer en muy poco tiempo. Después de algunas discusiones y cálculos, decidieron tomar en cuenta algunas restricciones para reelaborar su problema:

- Los individuos están equidistribuidos por edades.
- La población actual en Península Valdés es de 1200 individuos, de los cuales 375 son hembras y 825 son machos.
- La ballena tiene cría cada tres años.
- La esperanza de vida de las ballenas es de 75 años.
- La edad reproductiva de las hembras y de los machos comienza a los 9 años.

- La tasa de mortandad perinatal es de 18,11%.
- La probabilidad de quedar preñada es de 95 %.

Por lo tanto el problema se transformó en:

> *¿Cuánto tiempo tardará la población actual de ballenas francas australes (1200 individuos), ubicada en Península Valdés en triplicar la cantidad de individuos existentes, considerando que las mismas están equidistribuidas por edades?*

Notar: Se trabaja bajo la hipótesis de "equidistribución de las edades".

Análisis de los datos:

- En primer lugar consideraron que de los 1200 individuos, el 31,25 % son hembras y el 68,75 % son machos.
- Como la esperanza de vida es 75 años y ya que los individuos están equidistribuidos por edades, habrá entonces:
  375 / 75 = 5 individuos hembras por edad
  825 / 75 = 11 individuos machos por edad
- La edad reproductiva comienza a los 9 años, por esa razón habrá:
  75 años – 9 años = 66 años de fertilidad
- Tienen una cría cada tres años
  66 años fértiles / 3 años = 22 edades en que las ballenas tienen cría
- Hay 5 ballenas hembras por edad. Por eso habrá 22 x 5 = 110 ballenas con capacidad de procrear.
- La probabilidad de que una ballena quede preñada es del 95 %
  95 % de 110 = 104 individuos nacen por año

Trabajaron realizando tablas, discriminando machos y hembras, y por etapas: de 0 a 9 años; de 9 a 18 años y de 18 a 24 años. La sistematización de la información presente en sus tablas les permitió llegar a relacionar los datos y organizarlos por etapas como se muestra a continuación:

Primera etapa (año 0 a 9)

Fórmula: $A_n = 375 + (26{,}74 - 5) \times n = 375 + 21{,}74 \times n \qquad 0 \le n \le 9$

(Individuos hembras)

Fórmula: $A_n = 875 + (58{,}83 - 11) \times n = 875 + 47{,}83 \times n \qquad 0 \le n \le 9$

(Individuos machos)

Total de individuos primera etapa : 570,66 hembras + 1305,47 machos = 1876,13 individuos

Segunda etapa (año 9 a 18) (poniendo el contador otra vez en 0)

Fórmula recursiva (individuos hembras):

$$A_n = A_{n-1} - 5 + 24{,}31\%\left[(22 - x)\times 5 + x \times 26{,}74\right]$$

Años 1, 2 y 3: x = 1 Años 4, 5 y 6: x = 2 Años 7, 8 y 9: x = 3

Fórmula recursiva (individuos machos) :

$$A_n = A_{n-1} - 11 + 53{,}48\%\left[(22 - x)\times 5 + x \times 26{,}74\right]$$

Años 1, 2 y 3 : x = 1 Años 4, 5 y 6 : x = 2 Años 7, 8 y 9 : x = 3

Total de individuos segunda etapa: 861,49 hembras + 1945,17 machos = 2806,66 individuos

Tercera etapa (año 18 a 24) (poniendo el contador otra vez en 0) Fueron haciendo una tabla hasta alcanzar en el año 24 la respuesta aproximada al problema que se habían planteado.

Total de individuos: 1150,27 + 2580,42 = 3730,69 individuos

Conclusiones de las alumnas: Luego de los cálculos realizados llegaron a la conclusión de que transcurridos aproximadamente 24 años la población de Ballena Franca Austral en Península Valdés se triplicará, partiendo de la hipótesis de equidistribución de edades.

Nuestra mirada sobre algunos aspectos de este trabajo:

1) El primer punto fue que las alumnas usaron una matemática no convencional. Usaron, en un formato "no formal", nociones matemáticas que no conocían y a la vez no tenían conciencia de que las estaban usando. Se animan a probar, hecho que habitualmente no hacen en la clase tradicional. No tienen prejuicios y se animan a utilizar de manera intuitiva conceptos o estrategias que no conocen. Tal es el caso de la composición de funciones o de la función parte entera.

2) Piensan y actúan sobre la realidad (Bassanezi). Hacen una matemática crítica. Las alumnas se habían planteado originalmente un problema muy ideal que denota la buena intención o la falta de conciencia real respecto de la conservación o degradación por el hombre del medio ambiente. Y este trabajo entre otros aspectos ayudó a tener una idea más clara al respecto. Es un buen ejemplo de que la matemática nos permite ver qué es lo que está detrás de una situación real.

Hablábamos de una matemática no convencional sobre todo por el hecho de que hay algunas herramientas que ellas no conocían y sin embargo pudieron utilizar aunque sin formalizarlas.

Por ejemplo:

Lo que las alumnas escriben así: años 1, 2 y 3 : x = 1
4, 5 y 6 : x = 2
7, 8 y 9 : x = 3

Comenzando a contar desde el año cero, podríamos formalizarlo, utilizando la función parte entera: $x = \left[\dfrac{n-7}{3}\right] \quad 9 \le N \le 18$

Por lo tanto la fórmula recursiva obtenida por las alumnas para la segunda etapa se transforma en:

$$a_n = a_{n-1} - 5 + 24{,}31\% \left(110 + 21{,}78\left[\frac{n-7}{3}\right]\right) \quad 9 \le n \le 18$$

Esto es, la composición de dos funciones, la que encontraron las alumnas con la de la parte entera.

CONCLUSIONES

En algunos de los trabajos fue necesario emplear contenidos matemáticos y habilidades por lo general no desarrollados tradicionalmente. Las alumnas destacan: "*aprendimos a pensar, a buscar información y usarla correctamente.*" "*Buscar información por métodos propios*"

Este enfoque comprometió a otros actores en el proceso de enseñanza o aprendizaje, como familiares, profesores de otras asignaturas, especialistas. Las alumnas señalan como uno de los aspectos positivos "*poder hablar y encuestar a profesionales relacionados con el tema*".

Fue importante también el aporte de otros recursos, como por ejemplo el uso del programa Graphmatica, que fue significativo para algunos de los trabajos.

Una característica de nuestro trabajo fue la gran demanda de tiempo y esfuerzo tanto para las profesoras como para las alumnas. "*Requiere de mucho tiempo escolar y extraescolar.*"

Algunas alumnas acostumbradas a realizar con rapidez las tareas de Matemática se resistían a esta forma de trabajo y no produjeron trabajos de la calidad esperada.

Otras, con un sentido muy crítico, apuntaron a un trabajo de mayor envergadura y, señalan: *"hubiera sido mejor aprender más técnicas y fórmulas matemáticas para así elaborar proyectos más trabajados, es decir, con temas más avanzados."*

Consultadas las alumnas respecto de lo que les había resultado más difícil del proyecto responden: "*Resultaba difícil encontrar un problema real y de interés*." *"Fue complicado seleccionar las variables que íbamos a utilizar en nuestro problema."*

Las alumnas valoran en este proyecto el hecho de que "*contribuye a desarrollar autonomía en ellas y les brinda herramientas para la facultad*"; y además rescatan "*el intercambio con los demás colegios que integraron el proyecto*"

Finalmente, a nivel docente, fue fundamental la interacción con todo el equipo de trabajo, especialmente con la directora del proyecto quien estuvo siempre presente a través de sus sugerencias, y aliento permanente, y a la vez tuvo un papel fundamental en el seguimiento de las clases y de los trabajos de las alumnas.

Bibliografía:

Bassanezi, R. (1994). Modelling as a Teaching – Learning Strategy. *For the Learning of Mathematics 14* (2), 31-35

Bassanezi, R. (1996) Ensino-aprendizagem com modelagem matemática . San Pablo, Editora CONTEXTO

Biembengut, M. & Hein, N. (1999*) Modelación Matemática: Estrategia para enseñar y aprender matemáticas*. Educación Matemática, vol. 11, n. 1, p. 119-134.

Biembengut, M. & Hein, N. (2003). *Modelagem Matemática no Ensino*. San Pablo, Brasil: Editora

Davis, P. & Hersh, R. (1988) Experiencia matemática. 1. ed. Trad. L. Bou García. Madrid: Editorial Labor, 314 p. Traducción de: The mathematical experience

Devlin, K. (1994) Mathematics the Science of Patterns. Scientific American Library