

CONOCIMIENTOS ALGEBRAICOS DE LOS ALUMNOS INGRESANTES A LA
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICA MATEMÁTICAS Y NATURALES DE LA
UNSL

María Amelia Mini ⁽¹⁾ - Nélida Haydée Pérez⁽¹⁾ - Julio C. Benegas⁽¹⁾
Universidad Nacional de San Luis - República Argentina

nperez@unsl.edu.ar

Campo de Investigación: Pensamiento algebraico; Nivel Educativo: Superior

RESUMEN

Los estudiantes que ingresan a primer año a las carreras de ciencias e ingeniería tienen dificultades con la comprensión y manejo de conceptos fundamentales relacionados con el álgebra. El objetivo de este trabajo, es analizar algunas de las dificultades.

El estudio lo realizamos analizando la información obtenida a partir de la aplicación de una prueba de diagnóstico, Test de Conocimientos Previos de Matemática (TCPM) a 698 alumnos en 2002 y 606 en 2003.

La bondad del instrumento de medición [3] y la importancia estadística de la muestra, nos permite afirmar que las conclusiones obtenidas pueden servir no sólo como una medida del nivel de logro, sino como un elemento de reflexión. El eje temático de análisis es: *"Interpretación. Representación y Tratamiento de la información. Lenguaje gráfico y algebraico"* según [5] y [6].

Introducción

Desde el año 2002 en la Facultad de Ciencias Físico, Matemáticas y Naturales de la Universidad Nacional de San Luis, se implementó la toma de un Test de Conocimientos Previos de Matemática (TCPM) para medir el estado inicial de conocimientos básicos. Los temas incluidos en los TCPM corresponden a una selección del currículo normal del tercer nivel de la Educación General Básica (EGB3) y del nivel Polimodal de la escuela pública.

Al álgebra se le dedica un tiempo importante de instrucción en los niveles EGB3 y Polimodal, sin embargo, los estudiantes que ingresan a la Facultad tienen dificultades con la comprensión y manejo de conceptos fundamentales relacionados con ella. Estas consideraciones nos llevaron a realizar este trabajo con el objetivo de profundizar en la comprensión sobre cuáles son las dificultades que tienen los estudiantes que ingresan a las carreras ofrecidas por la Facultad al resolver ejercicios y problemas que involucran conocimientos algebraicos.

Sobre el diagnóstico:

Los Test de Conocimientos Previos de Matemática (TCPM) fueron elaborados con ítem de respuestas múltiples, 20 en el año 2002 y 30 en el 2003, más dos problemas a desarrollar. Su diseño, lo realizamos junto a otras colegas con experiencia en la enseñanza de la matemática en el ámbito de primer año de la universidad, participantes de diferentes programas de interacción y colaboración con profesores de EGB3 y Polimodal.

Los análisis estadísticos de la parte objetiva de los TCPM fueron reportados en otros congresos [3][4]. Las conclusiones indican que los TCPM son confiables, los ítem de buena calidad en lo que se refiere a discriminación y grado de dificultad. Los diagnósticos, fueron tomados a 698 estudiantes en el ciclo lectivo 2002 y 606 en el

⁽¹⁾ Proyecto de Investigación: "El rol del aprendizaje conceptual de la matemática y la física en el rendimiento de los alumnos ingresantes a carreras de ciencias e ingeniería de la UNSL"

2003. Resultó difícil para la población diagnosticada en el 2002, dado que la media general solo alcanzó el 38% de rendimiento en cambio en el 2003 mejoró, la media fue de 47%.

Destacamos que la población estudiantil del 2002 no había tenido ninguna instrucción universitaria previa. Al momento de inscribirse en la Facultad recibieron un cuadernillo con ejercicios que involucraban distintos temas de conocimientos matemáticos considerados necesarios para iniciar estudios en ciencias e ingeniería. En el 2003, al momento de inscribirse se les entregó una guía de estudio con abundante ejercitación y tomaron un Curso de Apoyo de cuatro semanas de duración, con 3 horas diarias de clases. Podemos suponer entonces que los resultados reflejan los conocimientos impartidos en la escuela media, en el primer caso y en el segundo también, puesto que en un curso intensivo de estas características los logros obtenidos son muy limitados.

En este marco situamos las pruebas de diagnóstico, a las que podemos asignar los siguientes objetivos específicos:

- Retroalimentar al sistema escolar preuniversitario regional para que pueda optimizar sus esfuerzos en mejorar la enseñanza de la matemática.
- Informar a los docentes de los cursos iniciales de la Facultad, el nivel de conocimientos de los alumnos, con el fin de que puedan diagramar una enseñanza acorde a la situación real.
- Alertar a los propios estudiantes acerca del nivel de sus conocimientos matemáticos.

Análisis:

Nos detuvimos a analizar los resultados del eje temático "*Representación y tratamiento de la información. Lenguaje gráfico y algebraico*" propuesto en el diseño curricular de la provincia de San Luis [9], por cuanto más del 75% de los aspirantes a ingresar a la Facultad provienen de escuelas de esta provincia.

Tuvimos además en cuenta que, luego del 3er. Operativo Nacional de Evaluación de la Calidad Educativa, llevado a cabo en todo el país en 1995, se produjeron recomendaciones metodológicas para la enseñanza [7], entre ellas aparecen precisiones conceptuales relacionadas con los contenidos de matemáticas y las competencias calificándolas en: Reconocer, Conceptualizar, Aplicación de Algoritmos y Resolución de Problemas.

Considerando estos aspectos, se resume lo obtenido en la *Tabla 1* para el año 2002, y en *Tabla 2* para el 2003.

La primera columna: Ítem, corresponde al número de ejercicio o problema en el TCPM. En las siguientes cuatro columnas se indican los porcentajes de respuestas por cada una de las opciones posibles, la opción correcta en cada ítem aparece con fondo gris. En la sexta columna se indica el porcentaje de alumnos que no contestan.

Tabla 1: Resultados de los ítem que evalúan el Eje Representación y tratamiento de la información. Lenguaje gráfico y algebraico en el año 2002.

Item	Opciones (%)					Contenido	Competencia	Operación requerida y evaluada	Nivel
	A	B	C	D	No contestada				
6	18	17	57	3	5	Extracción de factor común. Simplificación de expresiones	Aplicar algoritmo	Factor común y simplificación	8vo.

7	32	43	19	5	1	Cuadrado de un binomio	Aplicar algoritmo	Producto de binomios y/o desarrollo del cuadrado de un binomio.	8vo.
9	8	13	12	63	4	Factorar polinomios y simplificación de expresiones algebraicas.	Aplicar algoritmo	Diferencia de cuadrados y simplificación	8vo.
12	9	8	66	5	12	Función lineal. Ecuación de primer grado	Aplicar algoritmo	Resolución de la ecuación por método algebraico.	7mo. y 8vo.
13	17	24	15	24	20	Operaciones con expresiones algebraicas.	Aplicar algoritmo	Algoritmo de la división de polinomios.	8vo.
14	11	4	26	55	4	Función lineal. Sistema de ecuaciones de primer grado	Resolución de problemas	Plantear y resolver un problema usando sistemas de ecuaciones de primer grado.	9no. y Poli-modal
15	23	27	27	7	16	Raíces de ecuaciones (4to.grado)	Reconocer	Identificar raíces	Poli-modal
16	12	24	13	29	22	Ecuación de 2do. Grado	Conceptualizar	Reconstruir ecuaciones de 2do. Grado	Poli-modal

El rendimiento global en los ocho ítems de este eje alcanza una media del 31% y el promedio porcentual de los que no contestan es 10,5%. Esto refleja las dificultades que tuvieron los alumnos a la hora de trabajar con expresiones algebraicas.

Tabla 2: Resultados de los ítem que evalúan el Eje Representación y tratamiento de la información. Lenguaje gráfico y algebraico en el año 2003.

Item	Opciones (%)					Contenido	Competencia	Operación requerida y evaluada	Nivel
	A	B	C	D	No contestes				
9	18,5	56,8	6,4	17,1	0,8	Operaciones con expresiones algebraicas fraccionarias	Aplicar algoritmo	Suma y producto	9°.
10	11,2	8,6	10,1	66,3	3,8	Operaciones con expresiones algebraicas	Aplicar algoritmo	Suma. Propiedades de la igualdad.	8°
11	1,8	4,6	87,1	6,1	0,3	Operaciones con expresiones algebraicas	Aplicar algoritmo	Suma de monomios.	8°
12	37,6	18,8	23,8	17,5	2,3	Simplificación de expresiones	Aplicar algoritmo	Producto y potencia	9°
13	38,8	2,8	7,6	48,3	2,5	Factorización de polinomios y simplificación de expresiones algebraicas.	Aplicar algoritmo	Diferencia de cuadrados y simplificación.	8vo.
14	30,5	17	28,5	16,8	7,1	Operaciones con expresiones algebraicas fraccionarias.	Aplicar algoritmo	Suma. Diferencia de cuadrados. Factor común.	

15	3,3	55,9	10,1	27,7	3	Operaciones con polinomios. Área.	Aplicar algoritmo Aplicar concepto.	Producto de polinomios. Cálculo de área.	Poli-modal
16	13,9	58,6	10,9	11,4	5,3	Operaciones con polinomios.	Aplicar algoritmo	Algoritmo de la división.	8º
18	33	46,9	2	14,5	3,6	Ecuación de primer grado	Aplicar algoritmo	Planteo y resolución de problemas.	7º y 8º
19	7,4	4,5	10,6	73,8	3,8	Sistema de ecuaciones de primer grado	Aplicar técnica	Resolver sistemas de ecuaciones de primer grado.	9º y Poli-modal
20	6,9	79,2	3,8	7,8	2,3	Sistema de ecuaciones de primer grado	Resolución de problemas	Plantear y resolver un problema usando sistemas de ecuaciones de primer grado.	9º y Poli-modal
21	25,4	3,3	62,9	5,4	3	Ecuación de 2do. Grado	Aplicar fórmula	Determinar raíces.	Poli-modal
22	29	8,9	12,9	43,9	5,3	Raíces de ecuaciones (3º.grado)	Reconocer	Identificar raíces.	Poli-modal
23	9,6	5,9	57,1	25,4	2	Función lineal.	Graficar.	Identificar la gráfica de una función lineal con su ecuación.	Poli-modal
24	13,5	54,1	4,8	22,9	4,6	Función cuadrática.	Evaluar.	Calcular el valor numérico de una función cuadrática.	Poli-modal
25	43,6	16,3	15,2	12,2	12,7	Función lineal.	Conceptualizar	Intersecciones con los ejes coordenados.	Poli-modal
26	32	43,9	10,7	11,2	2,1	Lenguaje gráfico	Conceptualizar	Lectura de gráficos espacio-tiempo	Poli-modal

El rendimiento global en los trece ítems de este eje alcanza una media del 55% y el promedio porcentual de los que no contestan es 3,8%.

Comparación de resultados:

b) Ítem 9 (2002) Al simplificar la expresión $\frac{a^2 - x^2}{b(x - a)}$ se obtiene:

A) $\frac{x+a}{b}$ B) $-\frac{a+x}{b}$ C) $\frac{a^2 - x}{b(1 - a)}$ D) $\frac{a - x}{b}$

En el 2002 el rendimiento más bajo lo tuvo el ítem 9 sólo el 13% de respuesta correctas. En la *Figura 1* se representan las curvas de probabilidad de cada una de las cuatro respuestas posibles en función del rendimiento. En este caso el rendimiento está representado por la distancia desde el rendimiento medio (38%) en unidades de desviaciones estándares de la distribución de probabilidad de toda la población.

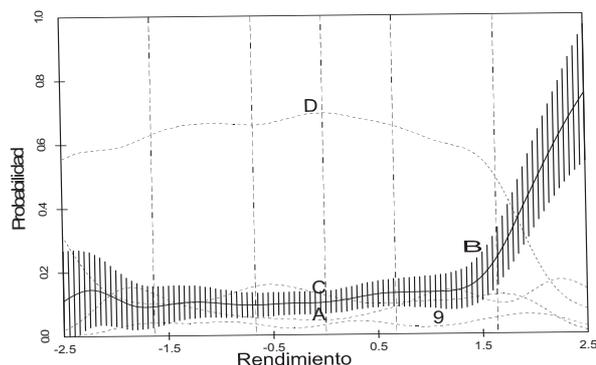


Figura 1: Curvas de probabilidad vs. Rendimiento item 9- 2002

La opción D, fue elegida por el 63% de la población. Si bien pensamos que los estudiantes simplifican sin controlar el signo del factor eliminado, el error más marcado y preocupante es que para elegir la alternativa de respuesta D, evidentemente razonaron

sobre la siguiente cadena de igualdades $\frac{a^2 - x^2}{b(x-a)} = \frac{(a-x)^2}{b(x-a)} = \frac{a-x}{b}$

Este ítem con una leve variación, eliminamos el conflicto del signo, fue repetido en el 2003:

9) **Item 13 (2003)** Al simplificar la expresión $\frac{a^2 - x^2}{b(a-x)}$ se obtiene:

A) $\frac{x+a}{b}$ B) $-\frac{a+x}{b}$ C) $\frac{a^2 - x}{b(a-1)}$ D) $\frac{a-x}{b}$

La gráfica de las curvas de probabilidad de cada una de las cuatro respuestas posibles en función del rendimiento nos mostraron que al proponer nuevamente la pregunta mejoramos notablemente la discriminación del ítem (0,84), creemos que el signo provocó una distorsión en la primer prueba (2002), lo normal sería obtener un orden de respuestas del 30%.

Para este caso, el 38,8 % de esta población eligió la respuesta correcta, pero el 48,3% se inclinó nuevamente por la opción D. ¿Cuál es el error que prevalece? “los alumnos consideran verdadera la siguiente igualdad: $(a-x)^2 = a^2 - x^2$ ”

Es conocido que la mayoría de las veces las dificultades en el álgebra, no son tantas, sino problemas que quedan sin corregir en la aritmética, por ejemplo: uso de paréntesis, potencias, etc. Además se cometen errores de procedimientos: la mayoría se originan como falsas generalizaciones sobre operadores o la linealidad de algunas operaciones.

Los alumnos extienden la relación de linealidad entre producto y potencia: $(a \cdot b)^2 = a^2 b^2$, al caso de la suma como algo natural y escriben: $(a+x)^2 = a^2 + x^2$

De igual forma que con las potencias sucede con las raíces, es frecuente que extiendan la distributividad de la radicación respecto a la multiplicación, a la suma o a la resta. Numerosas investigaciones avalan este tipo de errores, los que están profundamente enraizados y no se eliminan con facilidad. [10]

Es importante notar que en el TCPM del 2002, el ítem 7 específicamente pide el desarrollo del cuadrado del binomio: $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2$, la repuesta correcta es la opción C,

contestada por el 19 % de los estudiantes, el 32 % elige la opción A: $x^2 - \frac{1}{4}$ y el 43 % la B: $x^2 + \frac{1}{4}$.

En las dos pruebas, los temas que involucran resolución de una ecuación lineal con una incógnita y resolución de sistemas de ecuaciones lineales logran rendimientos por encima del 50%. Lo cual muestra que estos procedimientos algorítmicos y de cálculo fueron medianamente superados con la instrucción escolar, sin embargo, el rendimiento disminuye si este conocimiento se requiere para resolver un problema con texto, donde la importancia radica en la interpretación del problema con la consecuente formulación de las ecuaciones correctas.

Conclusiones y reflexiones

Las conclusiones están referidas al diagnóstico y a las implicancias que el nivel de conocimientos algebraicos tiene, respecto al desarrollo de las asignaturas del primer año de estudios en nuestra Facultad y de las consecuencias en la implementación de la EGB3 y del Polimodal en el sistema educativo de la región.

- Respecto del TCPM, el análisis estadístico previo indicó que es un buen diagnóstico, confiable y validado en su construcción por distintos equipos docentes como también a posteriori, por su uso. La población de alumnos ingresantes en el 2002 tuvo un rendimiento general muy bajo (38% de media) y en algunos ítem, muy próximo o inclusive por debajo del valor estadístico de responder al azar (25%). En el 2003 el rendimiento promedio fue algo mejor respecto al 2002, el 47%.
- Los resultados indican que los conocimientos sobre temas, conceptos y procedimientos indagados en las preguntas que se refieren a las habilidades y conocimientos básicos de representación y tratamiento de la información, conocimiento y manejo del lenguaje gráfico y algebraico, que deberían ser fluidamente manejados por los estudiantes para obtener éxito en las asignaturas universitarias del primer cuatrimestre de primer año, Cálculo I y Álgebra I, son insuficientes. De consultas y observaciones puede inferirse que las razones de este fracaso escolar generalizado son de distinta índole.
- Respecto a la Ley Federal de Educación es clara la disociación entre las normativas de aplicación de la Ley, como los Contenidos Básicos Comunes y la realidad cognitiva de los egresados del Polimodal. En primer lugar se nota una instrumentación deficiente, tanto en lo que hace a la formación de los profesores en servicio, como al hecho de que la mayoría de las escuelas del distrito escolar no tiene matemáticas de forma obligatoria en el último año de Polimodal.

Los resultados evidencian modificaciones positivas en el rendimiento global al pasar de un diagnóstico sin instrucción a otro aplicado después de un apoyo con consultas. Esta experiencia en cierto sentido favorable produjo valiosas modificaciones en el sistema de ingreso. Además pudimos proveer a los profesores de los cursos introductorios de herramientas para que trabajen con los errores frecuentes, de modo que diseñen su enseñanza enfrentando a los estudiantes con la contradicción para eliminar sus falsos conceptos.

Bibliografía

Otero, M., Fanaro, M. y Elichiribehety, I., (2001). El conocimiento matemático de los estudiantes que ingresan a la universidad *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 4(3), p. 267-287.

Landazábal, M., Bilbao, F., Otero, J. y Caballero, C., (2003). Formación inicial y rendimiento en Física del primer curso universitario. *Revista de Educación* (Madrid).

Pérez, N., Mini, M. y Benegas, J. (2003). Análisis estadístico de un test de conocimientos previos de matemáticas para ingresantes universitarios. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. 17(1), pp.94-100.

Mini, M., Berraondo, R., Pérez, N. y Benegas, J. (2003) “El conocimiento matemático de los alumnos ingresantes a la UNSL y su relación con la implementación completa de la Ley Federal de Educación” Reunión de Educación Matemática”. *UMA*.

Consejo Federal de Cultura y Educación - “Contenidos Básicos para la Educación Polimodal” - Ministerio de Cultura y Educación de la Nación, Bs. As.

“Diseño Curricular EGB 3” – (1997) Subsecretaría de Cultura y Educación del Ministerio de Gobierno y Educación de la Provincia de San Luis.

Socas, M. (1997). *Capítulo V de “La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria.”. Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria.* ICE/HORSORI. Universidad de Barcelona.