

LA COINCIDENCIA DEL ORDEN DE LAS PALABRAS COMO UN MODELO EXPLICATIVO AL ERROR DE INVERSIÓN¹

The word order matching as an explanatory model of the reversal error

Belén Laserna-Belenguer^a, David Arnau^a, José Antonio González-Calero^b

^aUniversitat de València, ^bUniversidad de Castilla-La Mancha

Resumen

El error de inversión se produce al traducir comparaciones multiplicativas del lenguaje natural al lenguaje algebraico. Diversos estudios han mostrado la persistencia del error, que se mantiene incluso en niveles universitarios. Presentamos resultados de un estudio en el que entre otros aspectos se analizó si el orden en que aparecían las cantidades en el enunciado, se reflejaba en el orden en que aparecían las cantidades en la ecuación. Los resultados muestran que la ecuación con error de inversión que más se repite es aquella en la que el orden de las cantidades se corresponde con el que aparecen en el enunciado. Esto refuerza la idea de que el error de inversión aparece ligado más a la parte de lectura y traducción del enunciado que a los efectos de la reelaboración del modelo de problema, lo cual soportaría la explicación conocida como coincidencia del orden de las palabras.

Palabras clave: resolución de problemas verbales, álgebra, error de inversión, coincidencia del orden de las palabras.

Abstract

The reversal error occurs when translating multiplicative comparisons from natural language into algebraic language. Several studies have shown the persistence of this error, which appears even in college levels. We present results from a study that analysed, among others factors, if the order in which the quantities appear in the statement, it is reflected in the order in which the quantities are used in the equations. The results show that the most repeated equation with reversal error is the one in which the order of the quantities corresponds to the order shown in the statement. This reinforces the idea that the reversal error is more related to the part of reading and translating the statement than to the part of reprocessing the problem model. This would support the explanation known as word order matching.

Keywords: word problem solving, algebra, reversal error, word order matching.

INTRODUCCIÓN

En los trabajos de John Clement y colaboradores (Clement, 1982; Clement, Lochhead y Monk, 1981; Clement, Lochhead y Soloway, 1980; y Clement, Narode y Rosnick, 1981) se describe un error recurrente, al que llamaron error de inversión, que se produce al traducirse del lenguaje natural al lenguaje algebraico determinadas comparaciones multiplicativas. De entre los enunciados utilizados, la mayor incidencia de error se produjo en:

Write an equation using the variables S and P to represent the following statement: "There are six times as many students as professors at this university." Use S for the number of students and P for the number of professors. (Clement, 1982, p.17)

Laserna-Belenguer, B., Arnau, D., y González-Calero, J. A. (2014). La coincidencia del orden de las palabras como modelo explicativo al error de inversión. En J. L. González, J. A. Fernández-Plaza, E. Castro-Rodríguez, M. T. Sánchez-Compañía, C. Fernández, J. L. Lupiáñez y L. Puig (Eds.), *Investigaciones en Pensamiento Numérico y Algebraico e Historia de las Matemáticas y Educación Matemática - 2014* (pp. 101-108). Málaga: Departamento de Didáctica de las Matemáticas, de las Ciencias Sociales y de las Ciencias Experimentales y SEIEM.

Sólo un 63% de los estudiantes fueron capaces de resolver correctamente la tarea. Además, se comprobó que un 68% de las respuestas erróneas fueron del tipo $6 \cdot S = P$, mostrando una clara permutación en las letras utilizadas como variables. Clement (1982) hizo hincapié en la dificultad que supone para los estudiantes construir una ecuación correcta, pues según este autor, implica poner una operación hipotética que no describe al pie de la letra la situación descrita. Esto es así, porque para plantear la ecuación es necesario realizar una operación en la que el grupo de profesores se hace seis veces mayor de lo que realmente es.

En posteriores estudios, se centraron en analizar las respuestas de 25 estudiantes mientras resolvían en voz alta problemas similares al del enunciado de “Estudiantes y Profesores”. Estas entrevistas dejaron ver que estos errores no eran debidos a descuidos sino que, más bien, eran consecuencia de problemas conceptuales bastante arraigados (véase, por ejemplo, Clement, 1982). Tras analizar las transcripciones identificaron dos fuentes, no necesariamente excluyentes, para explicar el error de inversión a las que llamaron coincidencia en el orden de las palabras (en inglés, *word order matching*) y comparación estática (en inglés, *static comparison*).

La coincidencia en el orden de las palabras sitúa el origen de este error en una traducción directa de las palabras del enunciado a los símbolos algebraicos, considerando a esta interpretación como una traducción sintáctica errónea. El término “traducción sintáctica” fue tomado de Paige y Simon (1996) y supone una traducción lineal del enunciado de izquierda a derecha, palabra por palabra, del lenguaje natural al lenguaje algebraico. Esta interpretación proporciona una explicación lógica para la respuesta errónea $6 \cdot S = P$ si se considera que la traducción se realiza de la siguiente manera: (a) “Hay seis veces tantos Estudiantes” como $6 \cdot S$, (b) “como” como el signo igual y, (c) “Profesores” como P .

La otra posible explicación al error de inversión la llamaron comparación estática. Esta interpretación supone que el estudiante transforma la comparación del enunciado en una razón en la que a cada profesor le corresponden seis estudiantes; siendo, en este caso, las letras interpretadas como etiquetas o unidades de referencia al número que acompañan y no variables como debería ser. Y, por tanto, el signo igual no representa equivalencia sino una correspondencia.

OBJETIVOS

Los estudios sobre el error de inversión han sido, principalmente, llevados a cabo con comparaciones escritas en inglés. En nuestro caso, aprovecharemos las posibilidades del español (véase, Castro, 1995; Puig y Cerdán, 1988) para introducir nuevas variables de formato de la tarea. Así, como indica Castro (1995), en español existen tres tipos de términos comparativos en función de que se quiera mostrar superioridad, inferioridad o igualdad. La comparación de superioridad se consigue utilizando en el enunciado el término “más...que”; la comparación de inferioridad se consigue utilizando en el enunciado el término “menos...que”; y, la comparación de igualdad se consigue utilizando los términos “tantos...como” o “tan...como”. Si se desea enunciar problemas multiplicativos pero a la vez comparativos, como sería el caso de “Estudiantes y Profesores”, se ha de añadir el término “veces”. De este modo, la comparación multiplicativa en la que se denota superioridad se expresaría mediante “veces más que”; para denotar inferioridad, “veces menos que”; y para denotar igualdad, “veces tantas como”.

En esta comunicación nos marcamos el objetivo de analizar los formatos de respuesta con error de inversión que se producen con mayor frecuencia. Si la coincidencia en el orden de las palabras fuera la principal explicación para la aparición del error de inversión, el formato que más aparecería sería aquel que siguiera el mismo orden de las cantidades que el que se expresa en el enunciado correspondiente.

MATERIAL Y MÉTODOS

Participantes

El estudio se realizó con 172 estudiantes que pertenecían a seis grupos naturales de segundo curso del grado de Maestro de Educación Primaria. El recurso a estudiantes de un grado de ciencias sociales también se ha dado en otros estudios centrados en el error de inversión (por ejemplo, Wollman, 1983). De hecho, partimos de la base de que los participantes tienen unos conocimientos básicos en matemáticas, que son más que suficientes para considerar que los errores que pudieran aparecer no son consecuencia de una falta de conocimiento suficiente en la materia.

El cuestionario

Todos los participantes realizaron el mismo cuestionario que constaba de ocho ítems obtenidos de la combinación de tres variables dicotómicas diferentes: (1) el formato de la comparación multiplicativa “veces más que” y “veces tantos como”; (2) la presencia o no de pistas contextuales que permite identificar qué cantidad es mayor; (3) el uso de cantidades que refieren a magnitudes discretas o continuas.

Ítem 1

Escribe una ecuación usando “ESTUDIANTES”, “PROFESORES” y “6” para representar el enunciado siguiente: “Hay seis veces más estudiantes que profesores en esta universidad”.

Ítem 2

Escribe una ecuación usando “NIÑOS”, “NIÑAS” y “4” para representar el enunciado siguiente: “Hay cuatro veces más niños que niñas en una guardería”.

Ítem 3

Escribe una ecuación usando “DEPENDIENTES”, “CLIENTES” y “5” para representar el enunciado siguiente: “Hay cinco veces tantos clientes como dependientes en un mercado”.

Ítem 4

Escribe una ecuación usando “CERDOS”, “OVEJAS” y “3” para representar el enunciado siguiente: “Hay tres veces tantas ovejas como cerdos en una granja”.

Ítem 5

Escribe una ecuación usando “BASTÓN”, “BOLÍGRAFO” y “7” para representar el enunciado siguiente: “Un bastón es siete veces más largo que un bolígrafo”.

Ítem 6

Escribe una ecuación usando “HABITACIÓN A”, “HABITACIÓN B” y “4” para representar el enunciado siguiente: “La habitación A es cuatro veces más amplia que la habitación B”.

Ítem 7

Escribe una ecuación usando “DESPACHO A”, “DESPACHO B” Y “5” para representar el enunciado siguiente: “El despacho A es cinco veces tan amplio como el despacho B”.

Ítem 8

Escribe una ecuación usando “SERPIENTE”, “GUSANO” y “10” para representar el enunciado siguiente: “Una serpiente es diez veces tan larga como un gusano”.

La aplicación para la recogida de datos

Dada la dificultad que entraña realizar un estudio de estas características con lápiz y papel se ha desarrollado una aplicación ad hoc para la recogida de datos (ver Figura 1). La aplicación nos ha

permitido: (a) recoger las producciones de los estudiantes y codificar las ecuaciones de una manera rápida; (b) evitar que los participantes dejen ítems sin contestar; (c) reducir el número de ecuaciones que contienen errores distintos al de inversión.

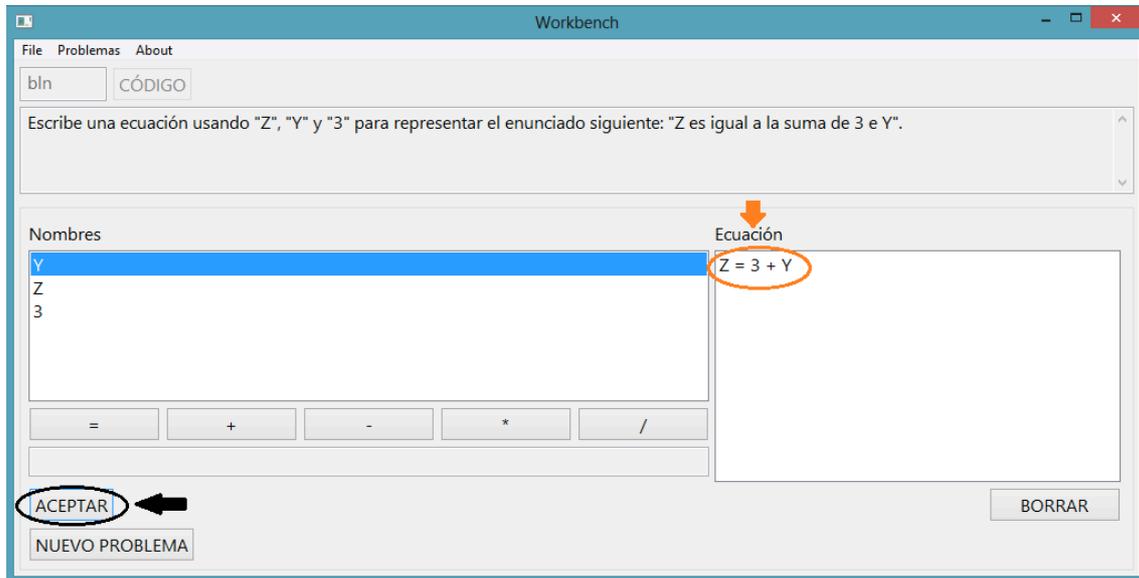


Figura 1. Aplicación para la recogida de las respuestas

ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

A continuación presentamos una clasificación de las ecuaciones utilizadas por los estudiantes en los ocho ítems del estudio cuando cometían error de inversión. La intención fundamental es determinar si existe una tendencia a expresar ecuaciones que toman las cantidades en el orden en que se ofrecen en el enunciado. El hecho de que las cantidades no se presenten en el mismo orden en los ítems en los que se emplean magnitudes discretas (1-4) que en los que se usan magnitudes continuas (5-8) nos puede permitir comprobar la influencia de este factor en la construcción de las ecuaciones. Así, por ejemplo, en el ítem 1 (“Estudiantes y profesores”) si se siguiera el orden (“Hay *seis* veces más *estudiantes* que *profesores* en esta universidad”) en el que se presentan las cantidades en el enunciado cuando se cometió error de inversión, se plantearía la ecuación $6 * \text{ESTUDIANTES} = \text{PROFESORES}$. Sin embargo, en el ítem 4 (“Bastones y bolígrafos”) si se siguiera el orden del enunciado (“Un *bastón* es *siete* veces más largo que un *bolígrafo*”), la ecuación invertida sería $\text{BASTÓN} * 7 = \text{BOLÍGRAFO}$.

En la Tabla 1 se observa que la ecuación construida en más ocasiones cuando se comete error de inversión en el ítem 1 es $6 * \text{ESTUDIANTES} = \text{PROFESORES}$. En esta ecuación las cantidades aparecen en el mismo orden que aparecen reflejadas en el enunciado. Por otro lado, se observa que sólo el 5,17% de los errores de inversión cometidos se emplea la operación división y, además, en sólo una de las cuatro opciones diferentes que existen para expresar dicha operación.

En la Tabla 2 se observa que la ecuación construida en más ocasiones cuando se comete error de inversión en el ítem 2 es $4 * \text{NIÑOS} = \text{NIÑAS}$. En esta ecuación las cantidades aparecen en el mismo orden que aparecen reflejadas en el enunciado. Por otro lado, se observa que sólo el 2,04% de los errores de inversión cometidos se emplea la operación división y, además, en sólo una de las cuatro opciones diferentes que existen para expresar dicha operación.

Tabla 1. Frecuencias absolutas y porcentajes de error de inversión en el ítem 1

	Frecuencias	Porcentajes
6 * ESTUDIANTES = PROFESORES	24	41,38%
PROFESORES = 6 * ESTUDIANTES	12	20,69%
ESTUDIANTES * 6 = PROFESORES	10	17,24%
PROFESORES = ESTUDIANTES * 6	9	15,52%
ESTUDIANTES = PROFESORES / 6	3	5,17%
PROFESORES / 6 = ESTUDIANTES	0	0,00%
PROFESORES / ESTUDIANTES = 6	0	0,00%
6 = PROFESORES / ESTUDIANTES	0	0,00%
Total	58	

Tabla 2. Frecuencias absolutas y porcentajes de error de inversión en el ítem 2

	Frecuencias	Porcentajes
4 * NIÑOS = NIÑAS	25	51,02%
NIÑAS = 4 * NIÑOS	11	22,45%
NIÑOS * 4 = NIÑAS	6	12,24%
NIÑAS = NIÑOS * 4	6	12,24%
NIÑOS = NIÑAS / 4	1	2,04%
NIÑAS / 4 = NIÑOS	0	0,00%
NIÑAS / NIÑOS = 4	0	0,00%
4 = NIÑAS / NIÑOS	0	0,00%
Total	49	

En la Tabla 3 se observa que la ecuación construida en más ocasiones cuando se comete error de inversión en el ítem 3 es $5 * \text{CLIENTES} = \text{DEPENDIENTES}$. En esta ecuación las cantidades aparecen en el mismo orden que aparecen reflejadas en el enunciado. Por otro lado, se observa que no se han realizado construcciones en las que se cometa error de inversión utilizando la operación división.

Tabla 3. Frecuencias absolutas y porcentajes de error de inversión en el ítem 3

	Frecuencias	Porcentajes
5 * CLIENTES = DEPENDIENTES	48	50,00%
DEPENDIENTES = 5 * CLIENTES	20	20,83%
CLIENTES * 5 = DEPENDIENTES	15	15,63%
DEPENDIENTES = CLIENTES * 5	13	13,54%
CLIENTES = DEPENDIENTES / 5	0	0,00%
DEPENDIENTES / 5 = CLIENTES	0	0,00%
DEPENDIENTES / CLIENTES = 5	0	0,00%
5 = DEPENDIENTES / CLIENTES	0	0,00%
Total	96	

En la Tabla 4 se observa que la ecuación construida que más repite cuando se produce error de inversión en el ítem 4 es $3 * \text{OVEJAS} = \text{CERDOS}$. Vemos que esta construcción se produce un 53,21% de las veces que se comete error de inversión en este ítem, lo que supone más de la mitad de los errores cometidos. Además en este caso las cantidades aparecen en el mismo orden que

aparecen reflejadas en el enunciado. Por otro lado, ninguna ecuación con error de inversión ha sido construida utilizando la operación división.

Tabla 4. Frecuencias absolutas y porcentajes de error de inversión en el ítem 4

	Frecuencias	Porcentajes
$3 * OVEJAS = CERDOS$	58	53,21%
$CERDOS = 3 * OVEJAS$	19	17,43%
$CERDOS = OVEJAS * 3$	18	16,51%
$OVEJAS * 3 = CERDOS$	14	12,84%
$OVEJAS = CERDOS / 3$	0	0,00%
$CERDOS / 3 = OVEJAS$	0	0,00%
$CERDOS / OVEJAS = 3$	0	0,00%
$3 = CERDOS / OVEJAS$	0	0,00%
Total	109	

En la Tabla 5 se observa que la ecuación construida en más ocasiones cuando se comete error de inversión en el ítem 5 es $7 * BASTÓN = BOLÍGRAFO$ con un porcentaje del 33,33%. En esta ocasión la ecuación más utilizada no es la que presenta las cantidades en el orden en que se ofrece en el enunciado. La construcción $BASTÓN * 7 = BOLÍGRAFO$, la que seguirían el orden reflejado en el enunciado dado que el término “BASTÓN” aparece antes que el término “7”, se construyó en 27,27% de los casos en los que hubo error de inversión. Por otro lado, se observa que sólo el 3,03% de los errores de inversión cometidos se emplea la operación división y, además, en sólo una de las cuatro opciones diferentes que existen para expresar dicha operación.

Tabla 5. Frecuencias absolutas y porcentajes de error de inversión en el ítem 5

	Frecuencias	Porcentajes
$7 * BASTÓN = BOLÍGRAFO$	11	33,33%
$BASTÓN * 7 = BOLÍGRAFO$	9	27,27%
$BOLÍGRAFO = 7 * BASTÓN$	9	27,27%
$BOLÍGRAFO = BASTÓN * 7$	3	9,09%
$BASTÓN = BOLÍGRAFO / 7$	1	3,03%
$BOLÍGRAFO / 7 = BASTÓN$	0	0,00%
$BOLÍGRAFO / BASTÓN = 7$	0	0,00%
$7 = BOLÍGRAFO / BASTÓN$	0	0,00%
Total	33	

En la Tabla 6 se observa que la ecuación construida en más ocasiones cuando se comete error de inversión en el ítem 6 es $HABITACIÓN A * 4 = HABITACIÓN B$. Como ya se ha comentado previamente, la estructura del enunciado cambia al expresar comparaciones de magnitudes continuas y, la ecuación $HABITACIÓN A * 4 = HABITACIÓN B$ se corresponde con la traducción lineal de esta estructura. Por otro lado, se observa que sólo se han construido un 4,65% de ecuaciones con error de inversión utilizando la operación división aunque existían cuatro construcciones distintas posibles.

En la Tabla 7 se observa que la construcción realizada en más ocasiones cuando se comete error de inversión en el ítem 7 es $DESPACHO A * 5 = DESPACHO B$. Dicha ecuación se corresponde con la lectura de izquierda a derecha del enunciado. Por otro lado, se observa que no se ha construido ninguna ecuación con error de inversión en la que se realice la operación de división.

Tabla 6. Frecuencias absolutas y porcentajes de error de inversión en el ítem 6

	Frecuencias	Porcentajes
HABITACIÓN A * 4 = HABITACIÓN B	15	34,88%
4 * HABITACIÓN A = HABITACIÓN B	12	27,91%
HABITACIÓN B = HABITACIÓN A * 4	8	18,60%
HABITACIÓN B = 4 * HABITACIÓN A	6	13,95%
HABITACIÓN A = HABITACIÓN B / 4	2	4,65%
HABITACIÓN B / 4 = HABITACIÓN A	0	0,00%
HABITACIÓN B / HABITACIÓN A = 4	0	0,00%
4 = HABITACIÓN B / HABITACIÓN A	0	0,00%
Total	43	

Tabla 7. Frecuencias absolutas y porcentajes de error de inversión en el ítem 7

	Frecuencias	Porcentajes
DESPACHO A * 5 = DESPACHO B	32	44,44%
5 * DESPACHO A = DESPACHO B	18	25,00%
DESPACHO B = 5 * DESPACHO A	13	18,06%
DESPACHO B = DESPACHO A * 5	9	12,50%
DESPACHO A = DESPACHO B / 5	0	0,00%
DESPACHO B / 5 = DESPACHO A	0	0,00%
DESPACHO B / DESPACHO A = 5	0	0,00%
5 = DESPACHO B / DESPACHO A	0	0,00%
Total	72	

En la Tabla 8 se observa que la construcción realizada en más ocasiones cuando se comete error de inversión en el ítem 8 es SERPIENTE * 10 = GUSANO. Dicha ecuación se corresponde con el orden de las cantidades reflejado en el enunciado. Por otro lado, se observa que no se ha construido ninguna ecuación con error de inversión en la que se realice la operación de división.

Tabla 8. Frecuencias absolutas y porcentajes de error de inversión en el ítem 8

	Frecuencias	Porcentajes
SERPIENTE * 10 = GUSANO	15	42,86%
10 * SERPIENTE = GUSANO	13	37,14%
GUSANO = 10 * SERPIENTE	4	11,43%
GUSANO = SERPIENTE * 10	3	8,57%
SERPIENTE = GUSANO / 10	0	0,00%
GUSANO / 10 = SERPIENTE	0	0,00%
GUSANO / SERPIENTE = 10	0	0,00%
10 = GUSANO / SERPIENTE	0	0,00%
Total	35	

CONCLUSIONES

Se observa que en todos los ítems menos en el ítem 5 (“Bastones y bolígrafos”) la estructura de la ecuación con error de inversión que más se repite es aquella cuyo orden de las cantidades se corresponde con el mismo orden en que aparecen las cantidades en el enunciado correspondiente, lo que apoyaría el modelo explicativo de la coincidencia en el orden de las palabras. Esta tendencia se mantiene tanto en los ítems en los que se comparan tanto magnitudes discretas como continuas.

Referencias

- Castro, E. (1995). Niveles de comprensión en problemas verbales de comparación multiplicativa. Tesis doctoral. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.
- Clement, J. (1982). Algebra word problem solutions: Thought processes underlying a common misconception. *Journal for Research in Mathematics Education*, 13(1), 16-30.
- Clement, J., Lochhead, J., & Monk, G. S. (1981). Translation Difficulties in Learning Mathematics. *The American Mathematical Monthly*, 88(4), 286-290.
- Clement, J., Lochhead, J., & Soloway, E. (1980). Positive effects of computer programming on students understanding of variables and equations. En *Proceedings of the American Society for Computing Machinery 1980 Annual Conference* (pp. 467-474). Nashville, TN: ACM.
- Clement, J., Narode, R., & Rosnick, P. (1981). Intuitive misconceptions in algebra as a source of math anxiety. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 3(4), 36-45.
- Paige, J. M., & Simon, H. A. (1966). Cognitive processes in solving algebra word problems. En B. Kleinmuntz (Ed.), *Problem solving: Research, method and theory*. New York: John Wiley & Sons.
- Puig, L., y Cerdán, F. (1988). *Problemas aritméticos escolares*. Madrid: Ed. Síntesis.

¹ Esta investigación se ha sido realizada gracias en parte a la financiación del proyecto EDU2012-35638 del Ministerio de Economía y Competitividad