

UNA APLICACIÓN DE BAYES EN LA TOMA DE DECISIONES

Haydeé Blanco

Instituto Nacional Superior del Profesorado “Joaquín V. González”

Buenos Aires, Argentina

fblanc@fibertel.com.ar

Campo de investigación: Probabilidad, estadística y combinatoria, Nivel educativo: Superior, Metodología: cuantitativa

Resumen

En el presente trabajo se presenta el análisis de una propuesta de aplicación del Teorema de Bayes a la toma de decisiones. Consiste en una investigación realizada a partir del planteo de situaciones en las que el decisor puede contemplar la posibilidad de comprar información adicional que le ayude a delinear, dentro de su visión subjetiva, el comportamiento de una o más variables inciertas estimadas relevantes en su problema. Con los procedimientos que se analizarán en los distintos casos a considerar, el decisor tendrá que calcular el valor esperado de la alternativa óptima en cada matriz de decisión que podría suscitarse ante la posibilidad de cada mensaje. Luego, y sobre la base de la probabilidad de cada mensaje, obtendrá un valor esperado resultante de la distinta combinación de alternativas óptimas según el que acontezca. Ése será el valor esperado calculado si decidiera comprar información.

Problema a investigar

La didáctica de la Matemática en sus distintos campos, ha sido objeto de estudio y análisis, al considerarse, a escala mundial, la adecuación y reforma de su enseñanza, ante el avance científico y la evolución tecnológica.

Nos proponemos trabajar una aplicación del Teorema de Bayes a la toma de decisiones, con alumnos del nivel superior.

Se presenta a continuación la descripción y análisis de una ingeniería didáctica que fue diseñada para guiar las experimentaciones en clase, en el marco de la matemática educativa en temáticas relacionadas con la teoría de la decisión.

Marco teórico

Debemos tener en cuenta que decidir, es una actividad que tiene lugar en nuestra vida permanentemente. Estamos inmersos en el “decidir”, lo cual nos distingue de otras especies.

Las decisiones trascendentes son difíciles de tomar, por lo complejas, inciertas, y por la contrariedad que resulta priorizar entre dos posibles resultados. El sujeto decisor debe optar por la alternativa preferida. El problema es que, muchas veces, no puede decir cuál de dos alternativas prefiere, impedimento cuya dificultad se acentúa a raíz de que tales alternativas, al aludir a un tiempo futuro, son inciertas.

La propuesta es la elaboración de un modelo que puede ayudar al sujeto en cuanto decisor. No va a sugerirle qué decidir sino cómo hacerlo.

Las preferencias serán las que el decisor determine de acuerdo al contexto sociocultural en el que está inmerso.

El proceso de decisión bayesiano, es una metadecisión, que consiste en evaluar la compra de información adicional para mejorar las probabilidades que estimó “a priori”.

Fase I. Análisis preliminar de la situación a abordar

Este trabajo presenta una propuesta de actividad dirigida a alumnos de 2° año del nivel superior.

Con la incorporación de las nuevas tecnologías al aula, se ofrece al docente la posibilidad de contar con recursos que permiten lograr el manejo de datos con gran facilidad, para lograr finalmente una verdadera comprensión de las informaciones disponibles.

Estudio didáctico

La aplicación del Teorema de Bayes a las decisiones se ve facilitada por la posibilidad de utilizar modelos matemáticos con recursos informáticos. Se trata de aplicaciones usuales que no son abordadas con la frecuencia e importancia con que sería conveniente.

Estudio cognitivo

Desde hace unos años, la utilización de hojas de cálculo ha facilitado el tratamiento de estos problemas.

No es posible quitar la influencia del contexto ni eliminar la incertidumbre; sin embargo, podemos definir un problema, ordenar sus elementos, orientar la búsqueda y elegir una acción entre un conjunto de acciones alternativas.

El analizar distintos casos es fundamental para comprender la metodología.

Fase II. Construir la secuencia didáctica

Primera actividad (construir la matriz de verosimilitud)

El objetivo de esta actividad es organizar los datos en una tabla para una interpretación más clara. El método bayesiano implica evaluar subjetivamente las probabilidades $P(N_j)$ que se denominan “a priori” (*antes* del proceso bayesiano).

En la tabla figuran los estados posibles del universo (N_j) y los mensajes (Z_i), lo que nos permite construir la *matriz de verosimilitud*. Esta matriz relaciona la probabilidad entre Z y N , lo que creo que va a pasar (probabilidad “a priori” → afuera del sistema) con lo que me pueden llegar a decir que va a pasar, es la matriz propia del informante.

La situación se va a plantear a través de ejemplos.

Segunda actividad (hallar la probabilidad conjunta)

El objetivo de esta actividad es, frente a los datos organizados, hallar:
 $P(Z_i \text{ y } N_j) = P(Z_i / N_j) \cdot P(N_j)$

Las nuevas $P(N_j)$ calculadas en base a los mensajes Z_i (probabilidades “a priori” modificadas por la información adicional) se llaman “a posteriori”, por haber sido evaluadas después del proceso bayesiano.

O sea, la probabilidad “a posteriori” es la probabilidad “a priori” evaluada por el decisor.

Tenemos:

Podemos escribir la probabilidad conjunta de dos formas equivalentes:

$$P(Z_i \text{ y } N_j) = P(Z_i / N_j) \cdot P(N_j) \quad (1)$$

$$P(Z_i \text{ y } N_j) = P(N_j / Z_i) \cdot P(Z_i) \quad (2)$$

Se poseen los datos de (1) y se quiere hallar el primer factor del segundo miembro de (2). Por lo tanto, despejando:

$$P(N_j / Z_i) = P(Z_i \text{ y } N_j) / P(Z_i) \quad (3)$$

Si se reemplaza el numerador del segundo miembro de (3) por (1), resulta:

$$P(N_j / Z_i) = P(Z_i / N_j) \cdot P(N_j) / P(Z_i) \quad (4)$$

El numerador es un dato conocido (verosimilitud y probabilidad a priori). El denominador:

$$P(Z_i) = P(Z_i / N_1) + P(Z_i / N_2) + \dots = \sum_j P(Z_i / N_j) \quad (5)$$

Por lo tanto:

$$P(N_j / Z_i) = P(Z_i / N_j) \cdot P(N_j) / \sum_j P(Z_i / N_j) \quad (6)$$

De esta forma, se obtienen las probabilidades de los distintos estados dado el mensaje del informante.

Tercera actividad (valor de la información adicional)

El objetivo de esta actividad es determinar la compra o no de la información.

Debemos tener claro que el valor de la información adicional es un *valor esperado* que depende del enfoque subjetivo utilizado por el decisor (no es un monto fijo determinado pero sí lo es, el *precio o el costo de la información*). Si el valor de la información adicional es superior (o igual) a su costo, entonces nos convendrá comprarla. Si es inferior, no nos convendrá.

Conclusiones

- La modelización es un proceso clave muy poco trabajado en el aula y permite a los alumnos comprender la utilidad de los conceptos matemáticos para la resolución de situaciones problemáticas de la realidad.

- Los estudiantes internalizaron el proceso de decisión bayesiano, cuyo objetivo es determinar cual es el importe máximo que el decisor, en una situación de decisión determinada, puede gastar para obtener información adicional con la finalidad de modificar o convalidar la evaluación subjetiva que ha hecho de las probabilidades (a priori).
- No debe olvidarse que la verosimilitud debe obtenerse de fuentes objetivas, a través de investigaciones de campo serias. Una verosimilitud estimada subjetivamente puede introducir errores relevantes.
- Los estudiantes construyeron aprendizajes significativos, demostrando que la incorporación de conceptos estadísticos constituye un recurso de gran utilidad para la formulación de ingenierías didácticas relacionadas con temáticas de la teoría de la decisión.
- La reflexión sobre el trabajo debería ser una tarea cotidiana. Este aprovechamiento de los conceptos estadísticos es fundamental para la comprensión del valor de la información adicional y medición de su cantidad.

Referencias bibliográficas

Batanero, C., Godino, J., Vallecillos A. (1992). *El análisis de datos como útil y objeto de la didáctica de la matemática*. Educación Matemática 4(1), 46-53.

Beekman, G. (1995). *Computación & Informática hoy. Una mirada a la tecnología del mañana*. México: Addison Wesley Iberoamericana.

Blanco, H. (2004). *Estadística, una propuesta de trabajo aprovechando recursos tecnológicos*. En *Premisa* n° 23 (pp. 33-39).

Crespo, C. (2003). *Reflexiones acerca de la computadora como herramienta educativa en la escuela*. En *Boletín de la SOAREM (Sociedad Argentina de Educación Matemática)*. No. 18, pp. 12-20.

Hadley, G. (1979). *Probabilidad y estadística: una introducción a la Teoría de la Decisión*, Fondo de Cultura Económica, México.