

ESQUEMAS LOGICO-MATEMÁTICOS EN JUICIOS BAJO INCERTEZA

María Inés Cavallaro, Elsa García Argiz

Instituto de Investig. en Humanidades. CNBA. Universidad de Buenos Aires. Argentina

Direcciones electrónicas: micavall@fi.uba.ar, egargiz@fi.uba.ar

Campo de investigación: Probabilidad, estadística y combinatoria; Nivel educativo: Medio y Superior.

Abstract

Los esquemas lógico-matemáticos desarrollados durante el crecimiento y formación dentro de un sistema educativo podrían influir y marcar cierta evolución sobre los sesgos del pensamiento probabilístico de los estudiantes, aún cuando éstos no reciban instrucción formal en probabilidades.

Esta investigación ha sido realizada con 152 estudiantes de nivel medio entre 13 y 17 años. Los objetivos de la misma han sido: a) identificar y analizar la influencia de esquemas lógico-matemáticos sobre sesgos intuitivos en juicios bajo incerteza cuando no existe conocimiento probabilístico formal y b) analizar la evolución etaria de estos procesos. La metodología utilizada es mixta. Los instrumentos han sido cuestionarios con preguntas orientadas a la detección de algunos sesgos intuitivos y los esquemas actuantes.

Introducción

Estudios de reconocidos psicólogos cognitivos (Kahneman, Slovic y Tversky, 1982, Kahneman, 2002) han revelado que los juicios predictivos bajo incerteza están alejados de cualquier norma estadística y se asocian, en general, con ciertas heurísticas intuitivas. En muchos casos, estas heurísticas resultan estrategias eficientes para la predicción, pero en otros, pueden generar errores y falacias.

Según Fischbein y Grossman (1997), las intuiciones están siempre basadas en ciertos esquemas estructurales, es decir, en sistemas organizados de interpretaciones secuenciales y procedimientos vinculados con un cierto nivel de maduración mental y con un suficiente cúmulo de experiencias. Profundizar el conocimiento sobre estos temas, puede ayudar a sentar las bases para el desarrollo de situaciones didácticas tendientes a superar errores y dificultades en el aprendizaje de las probabilidades.

Para detectar y explorar los esquemas actuantes en los juicios probabilísticos intuitivos y en el marco del proyecto de investigación: **Problemas cognitivos en el aprendizaje de las ciencias exactas y experimentales**, se ha realizado una investigación con 150 estudiantes de nivel medio entre 13 y 17 años. Los objetivos de la misma han sido: a) identificar y analizar la influencia de esquemas lógico-matemáticos sobre sesgos y heurísticas intuitivas en los juicios bajo incerteza cuando no existe conocimiento probabilístico formal y b) analizar la evolución de estos procesos con respecto a la edad.

La metodología utilizada es mixta. Los instrumentos han sido cuestionarios con preguntas orientadas a la detección de algunos sesgos intuitivos y los esquemas actuantes. Se han realizado entrevistas clínicas que permiten profundizar en los modelos de pensamiento.

Marco teórico

En general, el ser humano tiene una tendencia a organizar su interacción con el mundo y las ideas a través de una interpretación coherente de los eventos que lo rodean. Con el desarrollo de la edad, la experiencia y como producto de la instrucción formal, se establecen creencias fuertes y estables (Fischbein y Grossman, 1997). El ser humano

confía en principios heurísticos que reducen las tareas complejas a operaciones de criterio más simples (Kahneman, Slovic y Tversky, 1982). Algunos de los principios heurísticos y sesgos del pensamiento probabilístico que se han estudiado en este trabajo de investigación son:

Las falacias de la conjunción y la disyunción: tendencia a sobreestimar la probabilidad de eventos que se producen conjuntamente y a subestimar la probabilidad de eventos disyuntivos.

La incidencia del esquema causal: tendencia a otorgarle a los datos causales mayor impacto que otros datos de igual nivel de información.

Inversión en el eje del tiempo: tendencia a desestimar la estructura estocástica de un problema bajo la influencia del principio de causalidad e irreversibilidad del tiempo profundamente arraigado en la actividad mental.

Errores asociados a la Representatividad: tendencia a estimar la probabilidad de un evento tomando en cuenta cuánto éste representa algún aspecto de la población. Entre otras, puede generar creencias erróneas como el esperar que luego de varias experiencias, a) el evento más probable es el que no se ha producido aún (falacia del jugador) y b) el evento más probable es el que se ha producido más veces. (puede basarse en la asunción implícita o explícita de que las condiciones no fueron honestas).

Metodología.

Muestra: 152 estudiantes de nivel medio entre 13 y 17 años

Instrumento: Cuestionarios con preguntas orientadas a la detección de algunos sesgos intuitivos y los esquemas actuantes. Algunas de las preguntas son adaptaciones de problemas propuestos por Kahneman (1982)

1) *Miguel arrojó una moneda cinco veces y obtuvo una ceca y cuatro caras. Tira una vez más la moneda. ¿ La probabilidad que en la próxima tirada salga cara es mayor, menor o igual a la probabilidad que salga ceca? Explique su respuesta.*

2) *Se asume que la probabilidad que Juan instale una alarma en su casa si es víctima de un robo es mayor que la probabilidad que instale la alarma si su casa no es robada. ¿La probabilidad que su casa sufra un robo si colocó una alarma es mayor, menor o igual a la probabilidad que sea víctima de un robo si no instaló la alarma? Explique su respuesta*

3) a) *En una bolsa hay dos caramelos de frutilla y dos de limón. Martín extrae un caramelo y ve que es de limón. Sin reponerlo, extrae un segundo caramelo. ¿La probabilidad de que este segundo caramelo sea de limón es menor, mayor o igual que la probabilidad que sea de frutilla? Explique su respuesta.*

b) *En otra bolsa también hay dos caramelos de frutilla y dos de limón. Pedro extrae un caramelo y lo separa sin mirarlo. Entonces extrae un segundo caramelo que resulta de limón. ¿ La probabilidad de que el primer caramelo sea de limón es menor, mayor o igual que la probabilidad que sea de frutilla. Explique su respuesta.*

4) *Martín es fanático de las películas de Ciencia Ficción. En un Video Club encuentran disponibles dos de sus películas favoritas. a) ¿La probabilidad que alquile una de las películas de Ciencia Ficción es mayor, menor o igual que la probabilidad que alquile las dos?*

b) La probabilidad que alquile una película de Ciencia Ficción es mayor , menor o igual a la probabilidad que alquile una película de Ciencia Ficción o de cualquier otro género?

Explique sus respuestas

En la **pregunta 1**, la respuesta correcta es Igual. Se observa si se verifican los desvíos esperados en relación con la representatividad (falacias de jugador).

En la **pregunta 2**, la respuesta correcta es Mayor ya que: se informa que $P (A/R) > P (A/ R')$, entonces, $P (A/R) > P (A)$. De esta desigualdad sigue que $P (R/A) > P (R/ A')$

Se observa si se verifican los sesgos esperados basados en el esquema de causalidad.

En la **pregunta 3a)** Respuesta correcta: Menor. En esta pregunta se espera la respuesta correcta que está de acuerdo con el orden natural del eje del tiempo

En la **pregunta 3b)** Respuesta correcta: Menor. Se observa si la inversión en el eje del tiempo dificulta la conclusión y cuál es el sesgo.

En la **pregunta 4a)** la respuesta correcta es Mayor, y a la **4b)** Menor. Se observa si se verifican los sesgos relativos a la conjunción y disyunción de eventos.

El estudio es descriptivo y explicativo con metodología mixta. Se han realizado entrevistas clínicas en base a los cuestionarios con el objeto de: testear el instrumento y profundizar en los modelos de pensamiento lo que permitió un análisis más adecuado de las respuestas correspondientes a las encuestas realizadas a toda la población de estudio.

El análisis de los datos se ha realizado en dos niveles: el nivel de los juicios y el nivel de las justificaciones.

Resultados y su discusión

PREG 1	1er año (34)	2 año (33)	3er año (26)	4to año (34)	5t año (25)
A Mayor	0 %	12%	0 %	9%	12%
B Menor	3%	6%	4%	0 %	0 %
C Igual (correcta)	97%	82%	92%	91%	88%
D Imp de det.	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %
E No contesta	0 %	0 %	4%	0 %	0 %

A nivel de juicios se ve un pequeño decaimiento de respuestas correctas al aumentar la edad, con desvíos hacia las llamadas “falacias del jugador” es decir creer que a) la probabilidad es Menor porque “ya salió muchas veces” o, que se evidencia en los alumnos más jóvenes o b) creer que será mayor porque ya ha ocurrido muchas veces (presuponiendo implícitamente que en realidad no es equiprobable), que se mantiene estable.

Si bien los porcentajes de respuestas correctas son muy altos en todos los cursos y es más alta en el primer año, al nivel de justificaciones se ha observado que en el primer año un 53% de los alumnos, y en el segundo y tercer año, un 40% y un 42% respectivamente, se basan en el hecho de que la situación “*es azarosa*”, suponiendo una natural y general equiprobabilidad de los hechos aleatorios. En 4to y 5to año, la mayoría de los alumnos (70% en 4to y 80% en 5to) basa su juicio de igualdad en equiprobabilidad de este evento en particular, independencia de los sucesos a considerar o ambas situaciones.

Es decir, el nivel de racionalidad de la justificación aumenta notablemente, a pesar de no mediar instrucción al respecto al afianzarse los esquemas lógico-matemáticos de los alumnos.

PREG 2	1er año (34)	2daño (33)	3er año (26)	4to año (34)	5to año (25)
A Mayor (correcta)	3%	6%	4%	0 %	0 %
B Menor	39%	61%	38%	35%	52%
C Igual	29%	24%	31%	38%	32%
D Imp de det.	26%	9%	19%	24%	12%
E No contesta	3%	0 %	8%	3%	4%

La respuesta correcta (A: Mayor), aparece con muy bajos porcentajes en todos los cursos, observándose desvíos en dos sentidos, uno, hacia la respuesta (B: Menor) que es consistente con los resultados obtenidos por Kahneman para esta pregunta, pero en esta población, se observa un particular segundo desvío a las respuestas C: Igual y D: imposible de determinar (“*depende*”). Los grupos más sesgados por este tipo de respuesta son el de 2do año y el de 5to año.

Sin embargo, el 2do año la justificaciones a esta respuesta se basan en el hecho de que supone que el ladrón está en conocimiento sobre la alarma (36%), en cambio en los alumnos de 5to, las justificaciones se dividen entre la mencionada (20%) y la basada en la creencia de que si un evento ya ha sucedido (robo), es menos probable que suceda nuevamente (24%) .

En la aseveración inicial del enunciado, la instalación de la alarma aparece como un dato diagnóstico y el robo como dato causal para la subsecuente instalación de la alarma. La desigualdad enunciada coincide con el juicio intuitivo, es decir, el impacto diagnóstico de la alarma incrementa el peso que se da a la probabilidad de robo.

En la pregunta, la colocación de la alarma es el dato causal y es el que dirige fuertemente el juicio sobre la predicción del robo.

En este caso, existe un refuerzo de los esquemas de causalidad basados en el orden temporal. La causa es temporalmente anterior a la consecuencia, lo cual está fuertemente enraizado en el pensamiento humano.

Si bien, este era el sesgo intuitivo esperado y consistente con los hallazgos de los investigadores mencionados, se ha encontrado otra desviación notable en el razonamiento de estos alumnos, con porcentajes similares en los cursos: la consideración de que la probabilidad es Igual.

En la respuesta Igual hay mayormente dos tipos de justificaciones :

a) depende de la decisión de otra persona (el ladrón), b) depende de si el ladrón sabe o no sabe que hay alarma. En ambos tipos de justificación está subyacente el hecho de que el evento es aleatorio y entonces se considera “naturalmente” equiprobable (creencia ya observada en respuestas a la pregunta 1, para los primeros cursos).

En las respuestas D (imp. de determinar), las justificaciones nuevamente se basan en el hecho de que el ladrón sepa o no sobre la existencia de la alarma, la diferencia es que estos estudiantes no consideran equiprobables las situaciones en las cuales consideran que no tienen los suficientes datos para responder.

PREG 3a y b	1er año (34)		2d año (33)		3er año (26)		4to año (34)		5t año (25)	
	3a	3b	3a	3b	3a	3b	3a	3b	3a	3b
A Mayor	0 %	0%	3%	6%	0 %	0 %	0 %	0 %	4%	4%
B Menor	97%	50%	91%	64%	96%	38%	100%	50%	96%	56%
C Igual	3%	50 %	6%	27%	0 %	50%	0 %	44%	0 %	40%
D Imp de det.	0 %	0 %	0 %	0 %	4%	4%	0%	3%	0 %	0 %
E No contesta	0 %	0 %	0 %	3%	0 %	8%	0 %	3%	0 %	0 %

Respuesta correcta: a) B (Menor) , b) B (Menor)

En la pregunta 3a) los porcentajes de respuestas correctas son muy altos en todos los cursos. Esto era lo esperable ya que la respuesta sigue el natural pasaje del tiempo.

Al cambiar el eje temporal en al parte b), manteniendo exactamente la misma estructura estocástica para el problema, las respuestas cambian sustancialmente. Los porcentajes de alumnos que se dieron cuenta de esta estructura común, varían entre 38% y 64% .

En la pregunta 3b) se observa un considerable desvío de juicios hacia las respuestas C (Igual) (40 – 50% en 1, 3, 4, y 5to años y 27% en 2do). Las justificaciones a esta respuesta se basan en que se juzga sobre la condición temporalmente inicial: “*al principio había dos y dos*”. Evidentemente, realizan una simulación mental tratando de seguir el orden natural del tiempo y no logran insertar el dato en este esquema. La idea subyacente en este estilo de pensamiento es que la segunda extracción no puede influir sobre la previa.

Se evidencia aquí un fenómeno profundamente enraizado en la actividad mental: la idea de que un hecho no puede actuar retroactivamente sobre su causa. El orden en que el problema es enunciado como secuencia de eventos no les permite notar la estructura estocástica genuina del mismo. Esta inversión en el tiempo parece contradecir intuiciones muy básicas y es persistente a pesar de el aumento de edad.

PREG 4a y b	1er año (34)		2d año (33)		3er año (26)		4to año (34)		5t año (25)	
	4a	4b	4a	4b	4a	4b	4a	4b	4a	4b
A Mayor	21%	50%	9%	70%	8%	58%	12%	55%	56%	48%
B Menor	15%	15%	16%	21%	16%	15%	15%	15%	4%	32%
C Igual	50%	21%	56%	6%	50%	15%	33%	12%	20%	12%
D Imp de det.	6%	6%	13%	0 %	26%	12%	41%	6%	16%	0 %
E No contesta	8%	8%	6%	3%	0 %	0 %	41%	12%	4%	8%

Respuesta correcta: a) Mayor, b) Menor

En la pregunta 4a) , la respuesta correcta, es decir: la probabilidad de que suceda un evento es Mayor (A) que la probabilidad de la conjunción, aparece en bajos porcentajes en los cuatro primeros cursos y sólo en 5to aparece en un 56% de los alumnos.

En cuanto a los juicios incorrectos, en estos alumnos el desvío no es hacia la respuesta Menor, sino a la respuesta Igual (C) , como se observa en el cuadro.

En cuanto a las justificaciones para esta respuesta los más jóvenes generalmente basan su respuesta en la idea ya mencionada de la equiprobabilidad que se le asigna naturalmente a los eventos sobre los cuales se considera que no se tiene información suficiente o dependen de la decisión individual de la persona (“*depende de lo que él decida y por eso es igual*” o “*Igual porque nada indica que alquile una o dos, depende de factores no expresados aquí*”). En los cursos superiores, se encuentran también justificaciones del tipo: “*Es igual porque una, dos o las dos, tienen las misma prob (1/3)*”. Partiendo de la idea primitiva de que los sucesos siempre son equiprobables

En la pregunta 4b) de esta pregunta, la respuesta correcta es B (menor), es decir la probabilidad de que suceda un evento es menor que la probabilidad de la disyunción.

Las respuestas correctas varían entre un 15% (1er año) y un 32% (en 5to año), y en todos los cursos la justificación a esta respuesta se realiza, en su mayoría, basándose correctamente en la inclusión de los conjuntos que evalúa.

El desvío predominante es hacia la respuesta Mayor, consistentemente con los hallazgos mencionados por Kahneman y Tversky (1982). En todos los cursos, la justificación a esta respuesta se basa mayoritariamente en la focalización en las preferencias del personaje y en muchos casos el alumno responde de acuerdo a lo que él desearía hacer en una situación similar.

Comentarios finales

En general las respuestas de los alumnos se basan en situaciones ajenas al planteo formal del problema, con fuerte influencia del pensamiento intuitivo por sobre las leyes de la probabilidad.

En el momento de emitir los juicios, las respuestas suelen ser intuitivas, revelando inmediatez y un carácter global (Fischbein & Grossman, 1997), sin embargo, se asume que las intuiciones son siempre manipuladas y formadas por un esquema intelectual. En el pedido de justificación, se realiza un llamado explícito a evidenciar los esquemas actuantes. Las justificaciones pueden realizarse en un segundo momento de mayor racionalidad en la cual, la elaboración de la idea comunicable puede interactuar con el juicio previo. De todas formas, las justificaciones hacen un aporte significativo en la comprensión de cómo los esquemas lógico-matemáticos inciden en el aspecto intuitivo.

Los esquemas que se detectan actuando (no siempre favorablemente) sobre las respuestas en estos alumnos son: concepto probabilidad simple, independencia de sucesos, concepto de aleatoriedad, causalidad, temporalidad de la relación causa-efecto.

A nivel de juicios, solamente en la pregunta 4 relativa a la probabilidad de la conjunción y la disyunción comparada con la probabilidad del evento simple, los juicios correctos mejoran en el 5to año, en el resto de los sesgos intuitivos observados, no se evidencia en estos alumnos una evolución notoria hacia las respuestas correctas. El grupo de 2do año resultó atípico con desempeños, con un desempeño significativamente mejor al resto en la pregunta 3b), y un desvío también notable hacia el juicio de que la probabilidad de un evento simple es mayor que la probabilidad de la disyunción, en la pregunta 4b).

En general los niveles de justificación han sufrido evolución con el tiempo. Los alumnos mayores basan sus respuestas en esquemas, que pueden ser erróneos (por ej: tomar como hecho general que cuando un evento ha sucedido, esto disminuye la probabilidad de que suceda nuevamente, grupo 5to, pregunta 2), pero que tiene cierto grado de abstracción y

generalidad que no tienen las respuestas basadas en la apreciación subjetiva de la situación que presentan los alumnos más jóvenes.

Aunque en algunos casos (pregunta 1), el porcentaje de juicios correctos es muy alta, se detecta en las justificaciones creencias erróneas sobre el concepto de aleatoriedad y su vinculación con la probabilidad del evento.

El esquema básico de la probabilidad como cantidad de eventos favorables sobre posibles, parece estar presente en todos los alumnos, se evidencia en la pregunta 1) cuando muchos alumnos como justificación proponen que la probabilidad de cada evento es $1/2$, o en la pregunta 3a y b) en las cuales muchos alumnos intentan una respuesta numérica.

El esquema de causalidad, reforzado por la temporalidad de la situación causa-efecto ha incidido fuertemente en los juicios y justificaciones de todos los alumnos.

Si bien, en general se han refrendado en esta población algunos de los sesgos intuitivos conocidos en el pensamiento probabilístico y estudiados por Kahneman y Tversky (1982) , Kahneman (2002), aparecen otro sesgo importante de mencionar: la asignación natural de igualdad de probabilidad a eventos sobre los cuales se considera que se tiene poca información o son absolutamente imprevisibles como la decisión de determinado ser humano. Este efecto pudo observarse claramente en las respuestas y justificaciones a las preguntas 1, 2, 4a). El concepto de aleatoriedad no parece estar afianzado en estos alumnos, ni siquiera en los mayores.

Referencias:

Fischbein, E. & Grossman, A.(1997). “Schematas and Intuitions in combinatorial reasoning”. *Educational studies in Mathematics* 34. pp 27-47. Kluwer Academic Publishers. Netherlands.

Tversky, A.& Kahneman, D.(1982) “Judgment under uncertainty: Heuristic and biases”. En Kahneman, D., Slovic, P, Tversky, A. (eds) *Judgment under uncertainty: Heuristic and biases*. Cambridge University Press, Cambridge

Kahneman, D. (2002) Maps of bounded rationality: a perspective on intuitive judgment and choice. *Nobel Prize Lecture*. <http://nobelprize.org/economics/laureates/2002/kahnemann-lecture.pdf>