

LA DIDÁCTICA Y LA COGNICIÓN DE LOS ÁNGULOS NEGATIVOS Y MAYORES A 360° Y SUS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS: UN ESTUDIO EN EL NIVEL MEDIO SUPERIOR^{††††}

Jorge Martínez Tecolapa, Gustavo Martínez Sierra

Unidad Académica de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Guerrero. (México)

teco_mtz@yahoo.com.mx, gmartinezsierra@gmail.com

Campo de investigación: funciones. Nivel educativo: medio superior, superior

Palabras clave: convención matemática, concepciones, representaciones, ángulo

Resumen

El trabajo que desarrollamos en esta investigación tiene por objetivo analizar la relación que hay entre la didáctica y cognición de los ángulos negativos y mayores de 360° . Para ello se hizo un análisis de libros de texto utilizados por los profesores y alumnos, se propuso un cuestionario que fue aplicado a 19 estudiantes de nivel medio superior con un promedio de edad de 18 años; para con ello analizar las relaciones entre el discurso matemático escolar, las concepciones y representaciones de los alumnos. Cabe señalar que nosotros entendemos al proceso de definición del significado de los ángulos negativos y mayores a 360 grados como un proceso de convención matemática (Martínez-Sierra, 2003, 2005) para que las funciones trigonométricas sean periódicas y tengan sentido en los reales.

Introducción y problema de investigación

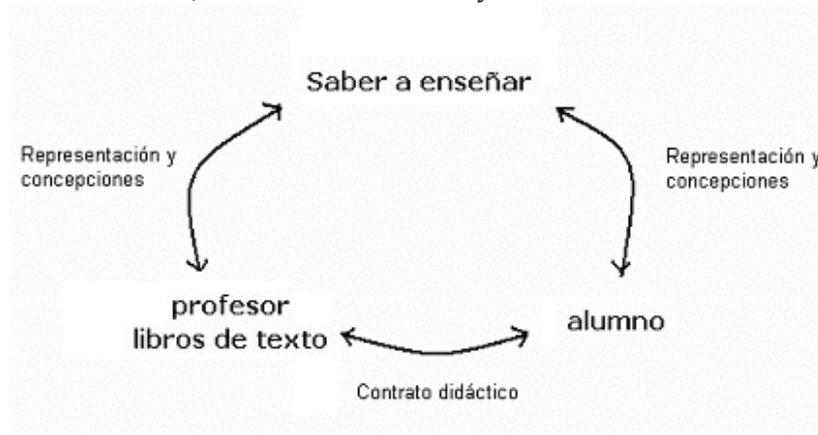
Las investigaciones en los últimos años referente a función han sido tratados desde diferentes perspectivas, pero recientemente algunos investigadores se han enfocado específicamente a las funciones trigonométricas tal es el caso de Montiel (2005) que presenta un estudio de la formación social de las funciones trigonométricas. Por otra parte Maldonado (citado en Montiel, 2005) que centró su atención en cómo vive la función trigonométrica en el sistema educativo mexicano, en distintos programas de estudio, e hizo una exploración en las concepciones de los estudiantes. Por otra parte Buendía (2004), trata las funciones como un estudio socioepistemológico (funciones y su periodicidad). Aunque las perspectivas son diferentes el objetivo es saber que acontece en el proceso epistemológico, didáctico y cognitivo en particular de las funciones trigonométricas.

En el contexto anterior nuestro problema de investigación surge de la necesidad de saber que fenómenos didácticos acontecen en el desarrollo del tema de ángulos (negativos y mayores a 360°) en el marco de las funciones trigonométricas. El presente trabajo plantea el problema de investigación como un análisis didáctico a través de libros de textos con el objetivo de adquirir conocimiento de cómo es el discurso matemático escolar, relacionado a los temas de ángulos y trigonometría; se centró principalmente en los temas de ángulos (ángulos negativos y ángulos mayores que 360°), razones trigonométricas y funciones trigonométricas interpretados por los estudiantes de preparatoria, así como el uso que hacen de algunos conceptos.

^{††††} La realización de este trabajo fue financiado por el Fondo Sectorial de Investigación para la educación SEP-CONACYT. Clave: SEP-2004-C01-46917.

Marco teórico y metodológico

Nuestra aproximación teórica descansa en la aproximación sistémica a los fenómenos didácticos. Es decir, consideramos que el objeto de estudio de la matemática educativa son los fenómenos didácticos que suceden en el sistema didáctico; en decir en el estudio de las interacciones entre un saber, un sistema educativo y los alumnos.



Desde el punto de vista anterior nuestro objetivo es analizar la relación que hay entre la didáctica y cognición de los ángulos negativos y mayores de 360° y de sus funciones trigonométricas y el problema de investigación surge de la necesidad de saber que fenómenos didácticos acontecen en el desarrollo del tema de ángulos y trigonometría en torno al saber específico; fenómenos ligados respecto a las diversas concepciones utilizadas en los libros de texto sobre ángulos, funciones y razones trigonométricas, además de la existencia de ángulos positivos y mayores a 360 grados.

Desde el punto de vista metodológico hemos realizado dos análisis:

1. Un análisis cognitivo que busca indagar las concepciones que tienen los alumnos del nivel medio superior referente al concepto de ángulo, razones y funciones, además de la vida escolar de los ángulos mayores a 360 grados y menores a cero ó negativos.
2. Un análisis didáctico acerca de ángulos y funciones trigonométricas a través de los libros de texto que son utilizados en el nivel medio superior; para ver las concepciones utilizadas en cada libro y el proceso de los temas llevados en ellos mismos.

Análisis didáctico

Los ángulos positivos o negativos lo relacionan con las manecillas de reloj, si la dirección del giro (indicado por una flecha curvilínea) es en contra de las manecillas del reloj, el ángulo así formado será positivo; y cuando la dirección de la flecha sea en el sentido de las manecillas del reloj, el ángulo será negativo; algunos libros no tratan ángulos negativos.

La mayoría de los libros trabajan ángulos mayores a 360° pero de diferentes formas y los demás restantes no hacen mención de ello; se trabaja como ángulo coterminales y cofinales, ángulos con mas de una reducción o simplemente mención de dichos ángulos; algunos dan formula para ángulos mayores de 360° .

En trigonometría hay una dislexia^{****} entre las relaciones trigonométricas existentes; ya que en los libros hay diversas concepciones en lo que es razón trigonométrica y función trigonométrica.

Para la graficación de las funciones las unidades de medida son los radianes y los grados, se trabaja con intervalos de 0 a 2π ó 0° a 360° ; de los cuales los libros que dan una formula hacen referencia sobre la periodicidad de las funciones.

Análisis cognitivo

Se propuso un cuestionario que fue aplicado a 19 estudiantes de nivel medio superior con un promedio de edad de 18 años, para indagar sobre las concepciones que los estudiantes tienen, además del proceso que llevan referente al tema que se esta abordando en esta investigación; las actividades se referirían fundamentalmente a ángulos, ángulos negativos, ángulos mayores a 360° , razones y funciones trigonométricas.

El cuestionario fue dividido en cinco secuencias en el cual se describieron los momentos claves del proceso llevado en los temas de ángulos y trigonometría.

La primera secuencia trata sobre la concepción de ángulo, ángulo de 0 a 360 grados y la utilización de medidas angulares. La segunda secuencia trata sobre ángulos negativos, así como criterios utilizados para su identificación. La tercera secuencia trata sobre ángulos mayores a 360° y su justificación, además de equivalencia de los sistemas de medición de medidas angulares. La cuarta secuencia trata sobre razones dadas en un triangulo rectángulo y sobre las funciones seno, coseno y tangente en los cuadrantes; además de reducción de expresiones relacionadas a seno y coseno. Finalmente la quinta secuencia trata sobre las funciones trigonométricas y sobre el comportamiento de las graficas concernientes a la periodicidad.

Al analizar cada una de las respuestas de los estudiantes, nos damos cuenta de que existen diversas concepciones entre algunos conceptos, así como en sus representaciones. En general, en la secuencia 1 podemos distinguir en cada estudiante una concepción diferente sobre el concepto de ángulo. De las definiciones dadas por los estudiantes podemos ver que sólo cuatro definiciones son semejantes a las que dan los libros.

En seguida llegamos a la conclusión de que a pesar que algunos estudiantes tienen una noción del concepto de ángulo cómo suele utilizarse en los libros tienen diferentes concepciones acerca de ángulos positivos y negativos, ya que de estas concepciones podemos concluir 2 criterios que ellos tienen para interpretar o representar ángulos positivos y negativos.

^{****} dislexia: lo tomaremos como una confrontación de conceptos o ideas adquiridas

4. Que criterio utilizas para identificar los ángulos positivos o negativos

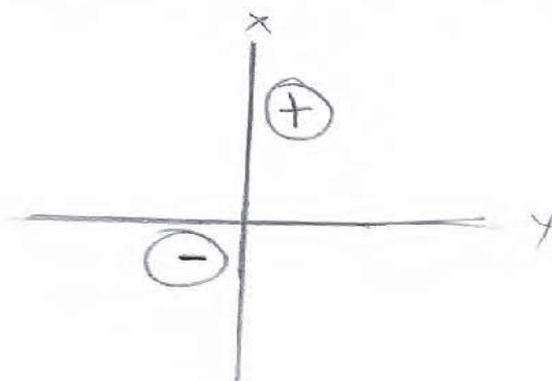
Los positivos van inclinados a la derecha y los negativos a la izquierda

hacia arriba de acuerdo a la grafica x y y

hacia abajo

El primer criterio es el siguiente: Un ángulo es negativo si este abre hacia la izquierda y positivo si este abre hacia la derecha y el segundo criterio: Un ángulo es negativo si esta construido a la izquierda del eje y positivo si esta construido a la derecha del eje y. Algunos estudiantes desconocen la existencia de ángulos negativos y mayores que 360° .

4. Que criterio utilizas para identificar los ángulos positivos o negativos



En la representación de las razones trigonométricas que es el tema principal de la trigonometría, vemos que existe una gran dislexia por parte de los estudiantes, ya que de los 19 estudiantes sólo uno; las representó.

En el estudio de las gráficas de las funciones trigonométricas, al igual que en las razones trigonométricas; la mayoría de los estudiantes no identifican cada función trigonométrica con su gráfica respectiva; sólo 3 estudiantes relacionaron correctamente cada función trigonométrica con su gráfica correspondiente, notamos que existen diferentes concepciones en el estudio de una gráfica; ya que la mayoría de los estudiantes asimila la inexistencia de ángulos negativos y mayores que 360° , ya que una de las propiedades de las funciones trigonométricas que en la mayoría de los libros se menciona es la periodicidad en ángulos mayores que 360° y en ángulos menores que 0° , representándolos con el círculo unitario en el plano cartesiano.

Conclusiones

Así llegamos a una conclusión de que hay una confrontación entre concepciones dadas y establecidas en los libros y por los profesores, esto lleva también a una confrontación en los alumnos para asimilar una concepción establecida referente al tema dado.

Además que la confrontación de estas concepciones ha presentado un obstáculo en la enseñanza del alumno al no existir un convenio para la utilización de las concepciones mismas.

De acuerdo con ello también hemos resaltado la inexistencia de argumentos para ángulos negativos y mayores de 360° , además del comportamiento y la representación gráfica de las funciones estudiadas (periodicidad).

Referencias bibliográficas

- Albarrán, D., Ávila, L., Avilés V., Bracho I., Casarrubias S., Fitz E., Manrique F., Marmolejo E., Muñoz A., Jiménez R., Vázquez F., (2001). *Geometría y trigonometría (UAG)*. México: Editorial Limusa.
- Ayres, F. (1984). *Trigonometría plana y esférica* (Serie Scham). México: Editorial Mc Graw Hill.
- Bruño, G. (1961). *Elementos de trigonometría*. México, DF: Editorial enseñanza S. A.
- Buendía, G. (2004). Una epistemología del aspecto periódico de las funciones en un marco de practica sociales (un estudio socioepistemológico). Tesis de doctorado sin publicar, México, Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN.
- Cantú, H., Galicia, M., Paz, H. (1983). *Matemáticas IV (funciones circulares)*. México: SEP (Preparatoria abierta).
- Farfán, R. M (1998). *Perspectiva y métodos de investigación en matemática educativa*. México: Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN.
- Ferrari, M. (2001). *Una visión socioepistemológica. Estudio de la función logaritmo*. Tesis de maestría sin publicar, México, Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN.
- Guzmán, A. (2003). *Geometría y trigonometría (bachilleres)*. Décima novena edición, México: publicaciones cultural.
- Granville, Smith y Mikesh., (1963). *Trigonometría plana y esférica (Con tablas trigonométricas)*. México, DF: Editorial Uteha.
- Montiel, G. (2005). Estudio socioepistemológico de la función trigonométrica. Tesis doctoral sin publicar. CICATA-IPN. México
- Martínez-Sierra, G. (2002). Explicación sistemática de fenómenos didácticos ligados a convenciones matemáticas de los exponentes. Tesis de maestría sin publicar, México, Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN.
- Martínez-Sierra, G. (2003). Caracterización de la convención matemática como un mecanismo de construcción de conocimiento. El caso de su funcionamiento en los exponentes. Tesis doctoral no publicada. CICATA-IPN. México
- Martínez-Sierra, G. (2005). Los procesos de convención matemática como generadores de conocimiento. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*. 8(2). pp. 95-218.
- Rojano, T; Zertuche, F. (1984). *Trigonometría (Serie matemática educativa)*. México, Bogota, Caracas, Santiago, San Juan, Panamá: Fondo educativo interamericano.
- Silva, E. (2001). *Apuntes de geometría y trigonometría (UAG)* para el nivel bachillerato.
- Ruiz, L. (2002). *Ingeniería didáctica*. Construcción y análisis de situaciones de enseñanza-aprendizaje. Área de Matemática Educativa de la universidad de Jaén- España.