EN EL PRIMER AÑO DE CARRERAS UNIVERSITARIAS ¿ES LA MATEMÁTICA UN PROBLEMA PARA LOS ESTUDIANTES? IMPORTANCIA DE COMPETENCIAS ESPECÍFICAS

Silvia Martínez, Nydia Dal Bianco, María Cristina Martín y Fernando López Gregorio.
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Nacional de La Pampa. Argentina
smartinez@exactas.unlpam.edu.ar, dalbianco@exactas.unlpam.edu.ar, maritamartin11@gmail.com, flopezgregorio@gmail.com

Resumen. Los contenidos de la Matemática para carreras no afines en los primeros años de la Universidad, y de acuerdo a los programas en vigencia, son en general muy extensos, no así el tiempo para su desarrollo.

En general un gran porcentaje de estudiantes que ingresan a la Universidad presenta dificultades en el aprendizaje de la Matemática, problemática común en distintas casas de estudio.

A través de encuestas y diagnósticos se detectan limitaciones en competencias básicas, como la comprensión de situaciones–problemas, técnicas de solución y dominio del lenguaje específico. Esta situación es analizada, en el presente trabajo, a través de dos problemas sobre funciones.

El logro de ciertas competencias puede ser generado por procesos de intervención pedagógica, teniendo como objetivos, el diseño e implementación de estrategias para un aprendizaje significativo de los conceptos matemáticos con la aplicación de los recursos tecnológicos actuales

Palabras clave: estudiantes-competencias-aprendizaje- problemas-estrategias

Abstract. The contents of the Mathematics unrelated careers in the early years of the University, and according to the programs in place are generally very extensive, but not the time to develop. In general, a large percentage of students entering the University presents difficulties in learning mathematics, common problems in different houses of study. Through surveys and diagnostic limitations in basic skills, such as understanding of problem situations, troubleshooting techniques and domain-specific language is detected. This situation is analyzed in this paper through two problems about functions. Achieving certain tasks can be generated by processes of pedagogical intervention, with the objectives, design and implementation of strategies for meaningful learning of mathematical concepts with the application of current technology resources.

Key words: students-skills-learning- strategies-problems

Introducción

La Matemática, en cuanto a contenidos básicos, es una disciplina importante en los primeros años de las carreras que se dictan en la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de La Pampa (UNLPam). El sistema vigente permite el ingreso sin cursos de nivelación obligatorios, solamente se dictan breves cursos introductorios antes de cada ciclo lectivo y de carácter optativo.

Los alumnos ingresantes en general, adolecen de competencias básicas como autonomía en el aprendizaje, hábitos y actitudes ante el estudio, lenguaje matemático, interpretación y resolución de situaciones–problemas, como se ha registrado en diagnósticos y encuestas. Funciones es un tema presente en los planes de estudio de todas las carreras que se dictan en la Facultad, y por el papel fundamental que tienen en numerosas aplicaciones, se abordan problemas que integran contenidos y competencias con un amplio intercambio de registros.

Marco teórico

La educación se enfrenta a instancias de fracaso en el ingreso a la Universidad, como así también al importante desgranamiento por abandono o retraso progresivo en el avance en las distintas carreras, al no cumplir los estudiantes con las exigencias académicas mínimas en los primeros años de estudio.

Ante esta compleja situación se consideran las competencias académicas basadas en el carácter secuencial, progresivo y de espiral del desarrollo de la formación académica en el nivel superior. Teniendo en cuenta que este nivel necesita desenvolverse sobre la base de una formación previa, requiere que las competencias para el ingreso y permanencia en la Universidad sean un punto de partida para que el sujeto se construya desde un querer, un saber y un poder hacer, desarrollando saberes y procesos cognitivos fundamentales para cursar satisfactoriamente los primeros años.

Según el grado de generalidad de las competencias académicas se pueden clasificar en generales y específicas. Las primeras, a su vez, se subdividen en básicas y transversales, considerando competencias básicas las que implican el desarrollo de saberes complejos y generales necesarios en diversas actividades intelectuales, como por ejemplo, la comprensión lectora y la interpretación y resolución de situaciones problemáticas. Las transversales tienden a lograr la autonomía en el aprendizaje y destrezas cognitivas que generen un pensamiento crítico. Por otro lado, las competencias específicas permiten un desempeño satisfactorio en una determinada carrera o en carreras afines (Zalba y Gutiérrez, 2006).

La competencia matemática requiere familiaridad con los tipos de problemas, y los recursos disponibles para su solución, dominio y fluidez en el uso de los recursos lingüísticos y operatorios. (Godino, 2002).

Por otro lado, el aprendizaje de las funciones es uno de los principales objetivos en la enseñanza del Análisis Matemático o Cálculo y su importancia se debe a que es fundamental para la comprensión de conceptos tales como continuidad, límite o derivada de funciones, entre otros. La noción de función, considerada como elemento unificador, generalizador y de naturaleza modelizadora, ha sido objeto de numerosas investigaciones en Didáctica de la Matemática, que contemplan diversos aspectos de la problemática planteada en el proceso de enseñanza - aprendizaje sobre funciones. Se reconoce que es un concepto complejo debido a que se expresa en una multiplicidad de registros y genera diferentes niveles de abstracción y de significados. (Azcárate y Deulofeu, 1990).

Duval (1998) trata la importancia de la *representación* en Matemática, estableciendo que no es posible estudiar los fenómenos relativos al conocimiento sin recurrir a ella, definiendo los registros de representación como un medio de expresión que se caracterizan por sus signos propios y la forma en que estos se organizan.

Conceptualizar un objeto matemático no puede ser sólo la automatización de ciertos algoritmos o la comprensión de nociones, sino que implica una coordinación de registros de representación que es una de las condiciones fundamentales para el aprendizaje de las funciones. La ausencia de coordinación no dificulta toda la comprensión, pero favorece sólo en parte las transferencias y los aprendizajes posteriores.

En el aprendizaje de la Matemática, la adquisición de un concepto depende en gran parte de la capacidad para reconocer e interpretar una representación del mismo. En esto juega un papel importante el lenguaje utilizado. En particular, en el tratamiento del tema de funciones, y partiendo de la idea de una función como expresión de una dependencia entre variables, consideramos fundamentales los siguientes registros de representación: verbal, tabular, gráfico y algebraico. (Duval, 1998)

Desarrollo

Los estudiantes de Matemática para carreras no afines deben adquirir destrezas para analizar y resolver situaciones problemáticas reconociendo conceptos y propiedades, distintas formas de representación y aplicar técnicas operatorias para su resolución. También, deben saber seleccionar y usar métodos de prueba, emplear el lenguaje coloquial y simbólico para comunicar y presentar argumentos válidos que expresen sus ideas matemáticas.

Para analizar e interpretar diversas situaciones, las funciones constituyen una herramienta de notoria utilidad. Hechos de la vida real en su comportamiento pueden ser descriptos con la utilización de una función lineal como modelo, mientras que las funciones cuadráticas permiten diseñar modelos de situaciones referidas a distintas áreas como la Física, la Biología, la Economía, la Astronomía, la Comunicación y la Geometría, entre otras. También las funciones exponenciales, en cuanto describen magnitudes que crecen o decrecen rápidamente, constituyen una herramienta fundamental con ejemplos en Física, Biología, Medicina, Economía y varias disciplinas más. En cuanto a las funciones logarítmicas, su importancia, en general, está dada por su vinculación con las leyes exponenciales. Las funciones trigonométricas se utilizan para explicar fenómenos que se repiten en períodos o ciclos, por ejemplo mareas, latidos del corazón, movimiento de las cuerdas de un instrumento, la luz, etc., e inclusive, son aplicadas para diseñar instrumentos de medición en la Medicina. (Azcárate y Deulofeu, 1990).

Una actividad necesaria para los estudiantes es aquella en la que deben aprender a realizar conversiones en distintos registros, por lo que, la coordinación entre ellos es de vital importancia para el desarrollo del pensamiento y para la superación de distintas dificultades en el aprendizaje. (Duval, 1999)

En la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la UNLPam, se dicta un curso optativo de Matemática para los alumnos que inician estudios universitarios, en el que se repasan contenidos básicos, en particular el de funciones. En las primeras clases de la asignatura los estudiantes completan un diagnóstico a fin de obtener respuestas específicas e información sobre como abordarían situaciones problemáticas de esa temática. Entre las respuestas dadas destacamos las siguientes: *"…trabajamos mucho función lineal…", "…recuerdo las parábolas que nos hacían representar…", "…nunca vi la función logarítmica…", "…en trigonometría recuerdo seno y coseno…"*

Ante la situación problema a resolver en el diagnóstico, los estudiantes mostraron algunos tratamientos y planteos, intentando realizar bosquejos, gráficos y hallar las respuestas a las consignas. Por ejemplo, dado un ejercicio debían mostrar en forma algebraica y gráfica la solución a un sistema formado por una ecuación lineal y otra cuadrática. En este caso, la mayoría trabajó con precisión en el registro gráfico y en general, pocos obtuvieron los puntos de intersección en el registro algebraico al tener que resolver el sistema correspondiente. (García García, 2003).

El aprendizaje se va desarrollando en forma gradual, en las clases teóricas a partir de los conocimientos previos que los alumnos tienen de su etapa de aprendizaje anterior, del curso de nivelación que algunos realizaron y presentando definiciones, propiedades y reglas lógicamente estructuradas. La competencia matemática requiere el dominio de los sistemas matemáticos disponibles y la capacidad para desarrollarlos ante las necesidades de resolver nuevos problemas. (Godino, 2002)

En las clases prácticas se trabajó en forma individual y grupal, observando los docentes el *"mecanicismo"* que muestran los estudiantes con frecuencia, la búsqueda de la aplicación de "*una determinada fórmula*" o el *"tratar de recordar o buscar una receta*", que según ellos solicitan considerando que así han "aprendido" anteriormente la matemática.

Los docentes responsables del práctico presentaron dos problemas, como una aplicación de funciones, tal que en la resolución de los mismos, los estudiantes debían realizar un intercambio de registros, poner en juego determinadas competencias y aplicar los recursos tecnológicos como la plataforma Moodle (instalada en el ámbito de la Facultad) y los que proveen algunos software tales como GeoGebra, WinPlot, Wolfram Alpha, entre otros. Estas herramientas facilitan la coordinación e interacción entre los diferentes registros de representación.

Problema 1: Proceso de respiración

En el proceso de la respiración se alternan períodos de inhalación y exhalación que se pueden describir mediante la fórmula f(t)= 0,6 sen(π/2)t, siendo t el tiempo medido en segundos y f(t) el caudal de aire en el tiempo t medido en litros por segundos.

a) Hallar el tiempo en que se completa un ciclo, una exhalación, o una inhalación.

b) Hacer el gráfico de la función para dos ciclos completos, y

c) Hallar: i) los lapsos en que el caudal de aire es positivo y los lapsos en que el caudal de aire es negativo; ii) Los instantes en que el caudal de aire es nulo, máximo o mínimo.

Solución:

Es de destacar en este problema la importancia de la comprensión lectora y la interpretación para su resolución. (Zalba y Gutiérrez, 2006).

El docente sugería al estudiante la necesidad de recurrir a los apuntes de clase y bibliografía, por ejemplo en la búsqueda de conceptos básicos de trigonometría como la función seno y los parámetros que determinan período, amplitud de la onda e intervalos de negatividad y positividad, respectivamente.

a) Para hallar el tiempo en que se completa un ciclo, se aplicó la fórmula correspondiente al período, trabajando en el registro algebraico.

Como el período es $T = \frac{2\pi}{B}$

Sustituyendo *B* por el valor π/2, obtenemos $T = \frac{2\pi}{\pi/2} \to T = 4$ que corresponde a un ciclo.

El tiempo de inhalación coincide con el de exhalación y es de 2 segundos.

b) En la resolución gráfica se utilizó el software GeoGebra (que permite realizar construcciones tanto con puntos, vectores, segmentos, rectas, secciones cónicas y funciones), a fin de visualizar y analizar lo solicitado en el apartado y facilitar además la interacción entre los diferentes registros semióticos de representación. (Duval, 1998).

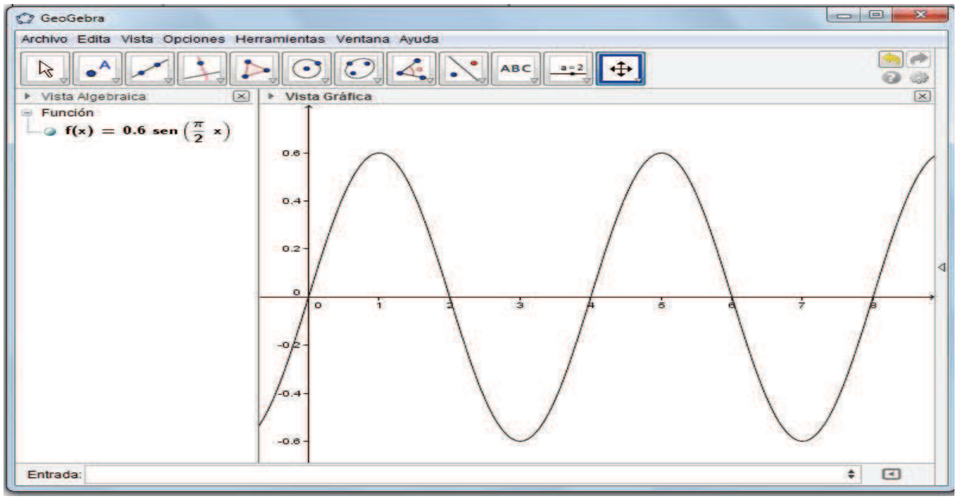

Figura 1: Gráfico del proceso de respiración realizado con GeoGebra

c) i) Para responder a esta consigna se analizó el registro gráfico que se muestra en la Figura 1, observando que el caudal de aire es positivo en el tiempo transcurrido entre 0 y 2 seg y entre 4 y 6 seg. Y el caudal de aire es negativo entre 2 y 4 seg y entre el sexto y octavo segundo.

ii) También se visualizó que el caudal de aire se anula en los puntos en que la gráfica de la función seno interseca al eje de las abscisas, correspondiendo a cero, dos, cuatro, seis y ocho segundos, siendo las coordenadas del máximo caudal (1; 0.6) y (5; 0.6) y las del mínimo (3; -0.6) y (7; -0.6).

Estos problemas de aplicación a la Biología, Física, Química, están en las guías de Trabajos Prácticos como estrategia para un aprendizaje significativo y con el objetivo de adquirir competencias tales como la comprensión lectora, la interpretación y resolución de situaciones problemáticas.

Problema 2: El encuentro de dos automóviles

Dos automóviles circulan en el mismo sentido por la Ruta N° 35 y cuando pasan por el puesto policial Padre Buodo, se registran los siguientes datos:

Auto A: Velocidad: 120km/h, aceleración: -40km/h2

Auto B: Velocidad: 80km/h, aceleración: 0

a) Determinar si volverán a encontrarse, en qué momento y a qué distancia del puesto policial.

b) Graficar los resultados de a) en un sistema de ejes cartesianos.

c) Si el auto A tuviera una aceleración de -80km/h2 ¿cuánto tardaría el auto B en alcanzar al A y a qué distancia del puesto policial sucedería el encuentro?

Solución:

En esta situación problemática es fundamental la interpretación de cada consigna, como así también, el proceso recordatorio (del docente al alumno), de los conceptos básicos de la Física, en particular el referente a problemas de encuentro dados en la unidad de Cinemática. La interacción entre registros y la utilización del software matemático

WinPlot completa la interpretación y resolución en forma algebraica-gráfica del problema dado. (Duval, 1998).

a-b) Usando WinPlot se construyeron las gráficas de las posiciones de ambos autos en función del tiempo transcurrido desde su paso por Padre Buodo. Se aplicaron las fórmulas de cinemática, con el intercambio de registros, del verbal al algebraico, para expresar las funciones de desplazamiento correspondientes a cada vehículo.

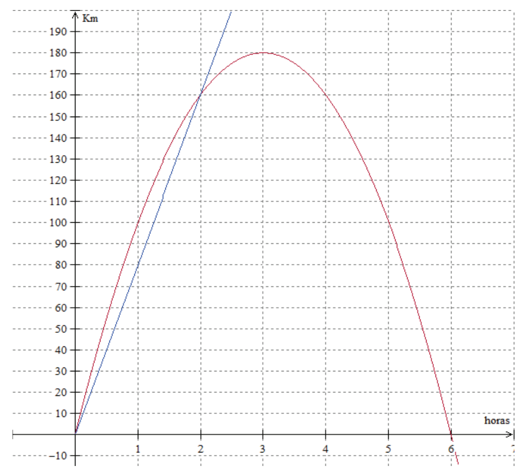

Figura 2. a-b) Encuentro del Auto A y el Auto B a las 2 hs y a 160 km de Padre Buodo

Siendo "x" el tiempo en horas, para el Auto A: f(x) = 120 x – 20 x^2 (en rojo en el gráfico), y para el Auto B: g(x) = 80 x (señalado en azul).

El registro gráfico permitió comprobar que, si ambos autos continúan por la misma ruta, volverían a encontrarse en 2 horas y a unos 160 km de Padre Buodo (Figura 2.a-b). Mientras el Auto A pasó a mayor velocidad, al ir desacelerando, será alcanzado por el Auto B, que a pesar de ir más lento, mantiene su velocidad constante.

En el registro algebraico, planteado el sistema de ecuaciones e igualando las distancias, se obtuvo la ecuación $120x - 20x^2 = 80x$ agrupando y factorizando resulta $20x(2-x)=0$.

Las soluciones indican que, los autos se encontraron a las 0 horas (al pasar por Padre Buodo) y a las 2 horas, que es el resultado esperado. Así, en ese momento, cada auto avanzó respectivamente 160 km, ya que:

Auto A: $f(2) = \frac{120km}{h}.2h - 20\frac{km}{h^2}4h^2 = 160km$

Auto B: $g(2) = \frac{80km}{h}.2h = 160km$

c) En caso de que el Auto A desacelera a 80 Km/h^2, el pasaje del registro verbal al algebraico quedó así expresado:

Auto A: f(x) = 120 x – 40 x^2 (en rojo)

Auto B: g(x) = 80 x (en azul)

Encontrándose los vehículos una hora después a 80 km del Puesto Policial Padre Buodo. El registro gráfico realizado con WinPlot se muestra en la Figura 3.c).

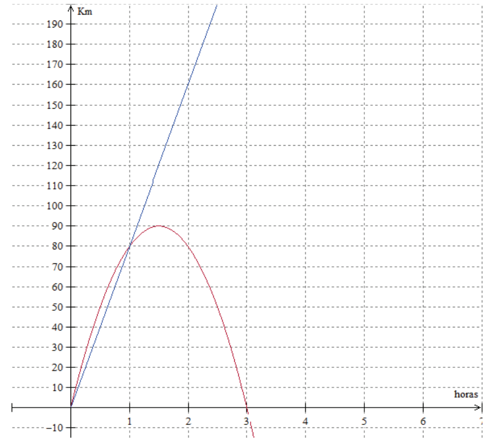

Figura 3. c) Encuentro del Auto A y el Auto B cuando A desacelera.

Toda situación problemática demanda algún proceso de reflexión y toma de decisiones necesarias para resolverla, que en términos de Polya, significa "buscar de forma consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido, pero no alcanzable en forma inmediata".

Con los problemas de aplicación a las ciencias se ha logrado motivar a los estudiantes, integrar conceptos y disciplinas, resignificar la matemática, trabajar en forma cooperativa y adquirir nuevas competencias y habilidades, formalizando el uso de recursos tecnológicos.

Conclusiones

Para afianzar y desarrollar competencias específicas hacia la matemática es importante generar procesos de intervención pedagógica, a fin de que el estudiante, además de adquirir autonomía en el aprendizaje, obtenga hábitos y actitudes ante el estudio, consolidando y transfiriendo los conocimientos aprendidos, que le permitan interpretar y resolver situaciones en diferentes contextos.

También se muestra que cuando se utiliza el potencial que brindan las nuevas tecnologías, como complemento de los recursos tradicionales, se optimiza el tiempo, se favorece la interacción entre registros y la apropiación gradual de determinados conceptos.

Referencias bibliográficas

Azcárate, C. y Deulofeu, J. (1990). *Funciones y Gráficas.* Madrid: Editorial Síntesis S. A.

Brousseau, G., (1983). *Los obstáculos epistemológicos y los problemas de la enseñanza.* México: Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav-IPN.

Duval, Raymund. (1998). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. *Investigaciones en Matemática Educativa II*. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica.

Duval, R. (1999*). Semiósis y pensamiento humano. Registros semióticos de aprendizajes intelectuales*. Medellín: Universidad del Valle.

García García, J. (2003). *Didáctica de las ciencias. Resolución de problemas y desarrollo de la creatividad.* Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.

Godino, J. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathemathiques*. *14 (3),*325-355.

Godino, J. (2002). Competencia y comprensión matemática: ¿qué son y cómo se consigue?. *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas*. *(29),* 9-19.

Polya, G. (1997). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Editorial Trillas.

Santaló, L., Brousseau, G. y Saiz, I. (1994). *Didáctica de Matemáticas aportes y reflexiones*. Buenos Aires: Paidós Educador.

Zalba, E. M., y Gutiérrez, N. B. (2006). *Una aproximación a la educación basada en competencias en la formación universitaria.* Mendoza: Universidad Nacional de Cuyo.