

CÓMO SUPERAR LOS OBSTÁCULOS QUE PLANTEA EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS (PRIMERA ETAPA)

Mg. Lois, Alejandro; Milevicich, Liliana

Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Gral. Pacheco. Argentina

alelois@ciudad.com.ar , lmilevicich@ciudad.com.ar

Campo de investigación: Aprendizaje de las matemáticas; Nivel educativo: Superior

Resumen

El análisis de errores tiene un doble interés: por una parte, sirve para ayudar a los profesores a organizar estrategias generales y específicas para conducir mejor la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, insistiendo en aquellos aspectos que generan más dificultades, y por otra, contribuye a una mejor preparación de estrategias de corrección de los mismos.

Este trabajo, desarrollado en el ámbito de la Facultad Regional Gral. Pacheco, se circunscribe a los alumnos de primer año de las carreras de ingeniería. En él se pretende describir los errores en matemática que cometen los alumnos a partir de una amplia pero no exclusiva categorización de los mismos.

Objetivo

Este trabajo, desarrollado en el ámbito de la Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Pacheco, se circunscribe a los alumnos de primer año de las carreras de ingeniería. En él se pretende describir los errores, asociados a las dificultades, en matemática que cometen los alumnos a partir de una amplia pero no exclusiva categorización de los mismos.

Introducción

Durante mucho tiempo, psicólogos, psicopedagogos y educadores en general, creían que los mecanismos del aprendizaje, descubiertos en situaciones de experimentación, en el marco de la Psicología Genética podían transferirse directamente al aula, y que eran garantía de que los alumnos a través de ellos aprenderían a resolver problemas, alejándolos, de este modo, de la posibilidad de vincularlos con los sistemas y conceptos propios de las áreas específicas del saber.

Con el devenir del tiempo se comprendió que un problema matemático, es una situación que implica un objetivo a conseguir, sólo si es aceptada como problema por alguien; sin esta aceptación, el problema no existe. Debe representar un reto a las capacidades de quien intenta resolverlo, y ser interesante en sí mismo. La resolución del mismo es un proceso de acontecimientos: aceptar un desafío, formular las preguntas adecuadas, clarificar el objetivo, definir y llevar a cabo el plan de acción y finalmente evaluar la solución a partir de una visión retrospectiva de la misma. (Polya, 1995) En ello se ponen de manifiesto las técnicas, habilidades, estrategias y actitudes personales de cada individuo.

Así las ventajas del componente heurístico en la enseñanza de la matemática, se pueden resumir en:

- Autonomía para resolver sus propios problemas.
 - Los procesos de adaptación a los cambios de la ciencia y de la cultura no se hacen obsoletos, fuera de uso.
 - El trabajo puede ser atrayente, divertido, satisfactorio y creativo.
 - No se limita sólo al mundo de las matemáticas.
- En este contexto, la aparición de dificultades y errores en los aprendizajes es más notorio.

¿Qué es el error?

El error es la manifestación de la presencia en el alumno de un esquema cognitivo inadecuado, y no solamente, como consecuencia de una falta específica de conocimiento. Forma parte del aprendizaje, ya que indica el grado de acercamiento al conocimiento.

¿Cómo se relaciona el error con las dificultades u obstáculos?

El aprendizaje de las matemáticas genera muchas dificultades a los alumnos que son de diferente naturaleza. Algunas tienen su origen en el macrosistema educativo, pero en general, su procedencia se concreta en el microsistema educativo: alumno, materia, profesor e institución escolar. Las dificultades, por tanto, pueden abordarse desde varias perspectivas según pongamos énfasis en uno u otro elemento: desarrollo cognitivo de los alumnos, currículo de matemáticas y métodos de enseñanza.

Estas dificultades se conectan y refuerzan en redes complejas que se concretan en la práctica en forma de obstáculos y se manifiestan en los alumnos en forma de errores.

Naturaleza de las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas

Las dificultades y los errores en el aprendizaje de las matemáticas no se reducen a los menos capaces para trabajar con las matemáticas. En general algunos alumnos, casi siempre, y algunas veces, casi todos, tienen dificultades y cometen errores en el aprendizaje de las matemáticas.

Estas dificultades que se dan en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas son de naturaleza diferente y se pueden abordar, obviamente, desde perspectivas distintas.

Aceptando que la naturaleza de las dificultades del aprendizaje de las matemáticas es de diversa índole y que se conectan y se refuerzan en redes complejas, éstas pueden ser agrupadas en cinco grandes categorías: las dos primeras asociadas a la propia disciplina (objetos matemáticos y procesos de pensamiento), la tercera ligada a los procesos de enseñanza de las matemáticas, la cuarta en conexión con los procesos cognitivos de los alumnos, y una quinta, relacionada con la falta de una actitud racional hacia las matemáticas. (Romberg, 1993)

a) Dificultades asociadas a la complejidad de los objetos de las matemáticas (D1)

La comunicación de los objetos matemáticos, principalmente de forma escrita se realiza a través de los signos matemáticos con la ayuda del lenguaje habitual que favorece la interpretación de estos signos. Nos encontramos, de esta manera, con diferentes conflictos asociados a la comprensión y comunicación de los objetos matemáticos. Uno de estos conflictos nace de la ayuda que la lengua común presta a la interpretación de los signos matemáticos. El lenguaje de las matemáticas es más preciso, está sometido a reglas exactas, y no comunica su significado, salvo por la interpretación exacta de sus signos. Este conflicto involucrado en el uso del lenguaje ordinario, dentro del contexto matemático, es un conflicto de precisión.

b) Dificultades asociadas a los procesos de pensamiento matemático (D2)

Las dificultades asociadas a los procesos de pensamiento matemático se ponen de manifiesto en la naturaleza lógica de las matemáticas y en las rupturas que se dan necesariamente en relación con los modos de pensamiento matemático.

Siempre se ha considerado como una de las principales dificultades en el aprendizaje de las matemáticas, el aspecto deductivo formal. El abandono de las demostraciones formales en algunos programas de matemáticas del nivel medio se ha estimado como adecuado, pero esto no incluye el abandono sobre el pensamiento lógico; es decir, la capacidad para seguir un argumento lógico, siendo esta incapacidad una de las causas que genera mayor dificultad en el aprendizaje de esta ciencia. El abandonar ciertas demostraciones formales en beneficio de una aplicación más instrumental de las reglas matemáticas, no debe implicar de ninguna manera el abandono del pensamiento lógico, por ser éste una destreza de alto nivel que resulta necesario para alcanzar determinados niveles de competencia matemática.

c) Dificultades asociadas a los procesos de enseñanza (D3)

Las dificultades asociadas a los procesos de enseñanza tienen que ver con la institución escolar, con el currículo de matemáticas y con los métodos de enseñanza.

La institución escolar debe propiciar una organización escolar que tienda a reducir las

dificultades del aprendizaje de las matemáticas dependiendo de los materiales curriculares, de los recursos y de los estilos de enseñanza. Esta organización afecta tanto a los elementos espacio-temporales como a los agrupamientos en clases homogéneas o heterogéneas, de acuerdo con sus habilidades en matemáticas.

La organización curricular en matemáticas puede originar diferentes dificultades en el aprendizaje de las mismas. Los elementos básicos a considerar como dificultades en el currículo de matemáticas son: las habilidades necesarias para desarrollar capacidades matemáticas que definen la competencia de un alumno en matemáticas, la necesidad de contenidos anteriores, el nivel de abstracción requerido y la naturaleza lógica de las matemáticas escolares.

Por último, los métodos de enseñanza deben estar ligados tanto a los elementos organizativos de la institución escolar, como a la organización curricular. Varios son los aspectos a considerar: por ejemplo, el lenguaje, que debe adaptarse a las capacidades y comprensión de los alumnos; la secuenciación de las unidades de aprendizaje que debe estar adaptada a la lógica interna de las matemáticas; el respeto a las individualidades que tiene que ver con los ritmos de trabajo en clase, los recursos y la representación adecuada.

d) Dificultades asociadas al desarrollo cognitivo de los alumnos (D4)

La posibilidad de tener información sobre la naturaleza de los procesos de aprendizaje y conocimiento del desarrollo intelectual, permite conocer el nivel de dificultades, realizaciones y respuestas a cuestiones esperadas de los alumnos. Conocer los estadios generales del desarrollo intelectual, representado cada uno de ellos por un modo característico de razonamiento y por unas tareas específicas de matemáticas que los alumnos son capaces de hacer, constituye una información valiosa para los profesores a la hora de diseñar el material de enseñanza.

e) Dificultades asociadas a las actitudes afectivas y emocionales (D5)

Sabemos que a muchos estudiantes, incluyendo a algunos de los más capacitados, no les gustan las matemáticas. Muchos alumnos tienen sentimientos de tensión y miedo hacia ellas. Sin lugar a duda muchos son los aspectos que influyen en esta aversión. Por ejemplo, la naturaleza jerárquica del conocimiento matemático, la actitud de los profesores, los estilos de enseñanza y las actitudes y creencias hacia las matemáticas que les son transmitidas por la sociedad en general.

Muchas de las actitudes negativas y emocionales hacia las matemáticas están asociadas a la ansiedad y el miedo. La ansiedad por acabar una tarea, el miedo al fracaso, a la equivocación, etc., generan bloqueos de origen afectivo que repercuten en la actividad matemática de los alumnos.

Un conocimiento de los errores básicos es importante para el profesor porque le provee de información sobre la forma en que los alumnos interpretan los problemas y utilizan los diferentes procedimientos para alcanzar una buena meta.

En general, aceptamos que incluso la mayoría de los alumnos que tienen una actuación aparentemente satisfactoria en matemáticas, ocultan probablemente serios errores conceptuales que dificultarán el aprendizaje subsiguiente. Creemos necesario diagnosticar y tratar mucho más seriamente los errores de los alumnos, discutiendo con ellos a nivel intuitivo acerca de sus concepciones erróneas y presentarles luego situaciones problemáticas, para seguir pensando en aquello que les permite reajustar sus ideas.

La interpretación y análisis de los errores cometidos en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas puede enriquecerse con el apoyo de algunas teorías de la psicología educativa, algunas de ellas se refieren a determinados procesos que se dan en la matemática. La posición cognitiva sugiere que la mente del alumno no es una página en blanco. El alumno tiene un conocimiento anterior que parece suficiente y establece en la mente del alumno un cierto equilibrio. ¿Cuáles son, entonces, las razones que motivan la adquisición de un nuevo conocimiento?. Dos parecen las razones básicas a tener en cuenta en la adquisición de un nuevo conocimiento. Primero, el nuevo conocimiento debe tener significado para el alumno y para ello debe contestar a preguntas que él se ha hecho a sí mismo, o por lo menos recuperar algunas representaciones que ya estaban en su mente, es decir, el alumno debe asumir la responsabilidad de la construcción del saber y considerar los problemas como suyos y no como problemas del profesor. Y segundo, el saber anterior produce modelos implícitos que a veces son favorables

con el nuevo conocimiento matemático y que, por tanto, hay que explicitarlos, y otras veces, al contrario, son un obstáculo. En ningún caso el conocimiento nuevo se añade al saber antiguo, muy al contrario se construye luchando contra él, porque debe provocar una estructuración nueva del conocimiento total. (Bachelard, 1991)

Estrategias de prevención y remedios

Analizar las dificultades del aprendizaje de las matemáticas en término de prevención y diseño de situaciones remediales supone combinar estrategias generales y específicas a largo plazo con estrategias particulares e inmediatas.

En este sentido, y en cuanto a estrategias inmediatas, creemos que será necesario prestar atención a un mayor intercambio en clase. El pensamiento de cada uno se construye en confrontación con los demás, de ahí la necesidad de favorecer el intercambio constante, la reflexión acerca de lo que pasó y de comparar los procedimientos utilizados.

También creemos necesario prestar atención a las ideas previas que traen los alumnos, más aún, en algunos casos será necesario recurrir al diseño de estrategias que contemplen el uso de analogías para recuperarlas.

Por otra parte, se deberán introducir actividades que favorezcan los procesos reflexivos sobre los propios errores.

Metodología

Se trabajó sobre una población de 132 alumnos, correspondiente a la totalidad de alumnos de cinco cursos de primer año de ingeniería de la Facultad Regional Gral. Pacheco de la Universidad Tecnológica Nacional. Nuestra muestra fueron las evaluaciones sumativas correspondientes a la asignatura Análisis Matemático I, un bimestre después de haberse iniciado el cursado de la asignatura, cuya modalidad es de 5 horas semanales. En estos exámenes se pretendía evaluar competencias matemáticas indicadoras del nivel de aprendizaje logrado en “funciones y modelos” y “límite y su aplicación”. Cabe aclarar que, las mismas no fueron diseñadas con el propósito de producir situaciones favorables para la producción de un determinado tipo de error.

El total de 132 exámenes fueron etiquetados teniendo en cuenta que habían sido estructurados en 4 temarios diferentes pero equivalentes, en cuanto a las competencias que se pretendía evaluar.

Analizamos detalladamente cada problema resuelto por los alumnos y elaboramos, con estos datos, una categorización de errores que contemplan los casos con mayor frecuencia de aparición. Para ello, tuvimos en cuenta los errores correspondientes a las estrategias utilizadas para resolver problemas, la elección de las herramientas necesarias y su utilización.

Creemos oportuno aclarar que no fueron categorizados sólo casos aislados que constituyen menos de un 3 % del total de errores encontrados.

Por otra parte, omitimos la gran variedad de ejemplos de errores a partir de los cuales elaboramos esta categorización observando el tamaño máximo de la presentación. Sin embargo, consideramos que es un material adecuado para posteriores análisis.

Las categorías establecidas se pueden ver en la tabla 1.

E1	Falta de Control. Casos más frecuentes: enunciados mal copiados, modificación de la operación a realizar a partir de un signo mal copiado al pasar de una etapa a otra en un desarrollo algebraico, omisión de términos en un desarrollo algebraico
E2	Aplicación de una propiedad o teorema sin verificar hipótesis
E3	Inferencia y / o validación de propiedades o resultados a partir de gráficos o tablas
E4	Resolución incorrecta de ecuaciones
E5	Aplicación incorrecta de las propiedades de las operaciones. Caso más frecuente: propiedad distributiva de una operación respecto de otra.
E6	Interpretación incorrecta de las consignas o enunciados
E7	Aplicación de estrategias de resolución inadecuadas
E8	Omisión del análisis exhaustivo de todos los casos posibles. Caso más frecuente: problemas donde intervienen incuaciones o valor absoluto
E9	“Invención” de propiedades y aplicación de las mismas

TABLA 1

Esto nos permitió asociar la taxonomía establecida a una o más dificultades, de la siguiente manera, tal como se muestra en la tabla 2

Taxonomía de error	Categorías de dificultades asociadas
E1	D3 D5
E2	D3 D4
E3	D3 D4
E4	D1 D3
E5	D3
E6	D3 D5
E7	D2
E8	D1 D2
E9	D2 D3

TABLA 2

Resultados

La tabla 3 muestra en la primera fila, el total de veces que aparece cada tipo de error y la razón entre la cantidad total de cada clase de error y el total de evaluaciones revisadas en la segunda y tercera fila. En principio, consideramos aceptable una razón de 0,40 errores de cada tipo por examen e inaceptable una razón superior a ese valor.

E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9
73	81	36	18	20	66	72	39	16
0,55	0,61	0,27	0,14	0,15	0,50	0,55	0,30	0,12

TABLA 3

Conclusiones

Los errores categorizados con E1, E2, E6 y E7, esto es: la falta de control, la aplicación de propiedades sin verificar hipótesis, la interpretación incorrecta de las consignas o enunciados y la aplicación de estrategias de resolución inadecuadas, han sido los errores más comunes. Creemos que será necesario prestar fundamental atención a ellos, en cuanto a la selección y aplicación de estrategias apropiadas.

Referencias bibliográficas

Blanco, L. (2001). Programación de la asignatura: Intervención en dificultades de aprendizaje en matemáticas para el curso académico 2000-2001. España: Facultad de Educación de Badajoz.

Chevallard, Y. (1991). La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado. Editorial Aique. Buenos Aires.

Di Blasi, M., Espro F, Lois A, Milevicich L , (2003). *Estudio preliminar sobre errores*. Trabajo presentado en el EMCI III Internacional, San Miguel de Tucumán, Octubre 2003.

Di Blasi, M., Espro F, Lois A, Milevicich L , (2003). *Dificultades y errores: un estudio de caso*. Trabajo presentado en INMAT 2003, Buenos Aires, Diciembre 2003.

Guzmán, M. (1985) Enfoque heurístico de la enseñanza de la Matemática, Aspectos didácticos de matemáticas I. España:Universidad de Zaragoza.

Guzmán, M. (1987) Enseñanza de la Matemática a través de la resolución de problemas, Aspectos didácticos de matemáticas II. España: Universidad de Zaragoza.

Guzmán, M. y Colera, J. (1989). Matemáticas I. Madrid: Anaya.

Poincaré, H., (1903) ¿Qué es la creación matemática? Conferencia dictada en la Sociedad Psicológica de París, Primera parte.

Polya , G. (1995). Cómo plantear y resolver problemas. México: Trillas.

Romberg, T. (1993) Como uno aprende. Modelos y teorías del aprendizaje de las Matemáticas. Kluwer Academic Publishers.