

## ANÁLISIS DE LA IMPLEMENTACIÓN DE UNA ESTRATEGIA PARA RESOLVER PROBLEMAS

Lucía Martín de Pero - María A. Pérez de del Negro  
Facultad de Ciencias Económicas - Universidad Nacional de Tucumán –Argentina.

Dirección electrónica: [lmartin@herrera.unt.edu.ar](mailto:lmartin@herrera.unt.edu.ar) - [mperez200@hotmail.com](mailto:mperez200@hotmail.com)

Campo de Investigación: Resolución de Problemas. - Nivel Educativo: Superior

### Resumen

El presente trabajo surge con el propósito de ayudar a los alumnos a desarrollar el pensamiento, en particular, la capacidad para resolver los problemas que se plantean en las clases. Es así como se decide incorporar en las clases de Cálculo Diferencial materiales de enseñanza con énfasis en mejorar las estrategias que utilizan los estudiantes cuando resuelven problemas. Se utilizaron como marco teórico los aportes que a la teoría constructivista realizaron Piaget, Vigotsky y Ausubel, citados por Carretero M. (2001), Sanjurjo, L. y Vera, M. (2003), así como sugerencias de investigadores en el área de la resolución de problemas de matemática: Polya, G. (1972), Campistrous, L. (1993), Poggioli, L. (2002).

Para la investigación se trabajó con dos grupos de alumnos: experimental y control, seleccionados aleatoriamente entre las comisiones de trabajos prácticos de la asignatura. Se procuró conocer las creencias de los estudiantes respecto a la resolución de problemas y en base a ello se decidió ayudarlos mediante la utilización de una *Guía con ideas e impulsos didácticos para pensar y resolver problemas*.

### Introducción

Esta experiencia es la continuación de una investigación que se realiza con los alumnos de Introducción al Análisis Matemático, asignatura que se imparte en primer año de la Facultad de Ciencias Económicas de la UNT y que abarca los contenidos: funciones, límite, continuidad, derivada y sus aplicaciones.

Así, se determinó que una de las mayores dificultades que tienen los alumnos en el proceso de resolución de problemas es la identificación de conceptos previos, lo cual tiende a reafirmar lo expresado por el constructivismo en el sentido de que el conocimiento no es una copia de la realidad sino una construcción del ser humano que se realiza con los esquemas que ya posee. Además de la identificación de los conceptos previos, el uso de un razonamiento válido es otra de las dificultades con que los alumnos se enfrentan en el proceso de resolución de un problema. Por lo tanto, los aspectos que se necesitan considerar con el propósito de mejorar los procedimientos que siguen los estudiantes cuando resuelven problemas son:

- ♦ Incorporación de conocimientos previos ante un nuevo tema a desarrollar.
- ♦ Presentación a los estudiantes de un camino que le ayude a solucionar los problemas.

Estas conclusiones se utilizaron como elementos de relevancia para comenzar a implementar los medios que permitan al estudiante conocer y manejar estrategias que les ayuden a resolver problemas.

Los problemas se plantean en las clases como motivación, como desarrollo, para provocar producción de conocimientos y habilidades, para aplicarlos en diferentes contextos, para abrir nuevos interrogantes y para la evaluación de los aprendizajes. Se observa la necesidad de que el alumno acepte los problemas como suyos, se haga cargo de investigar las soluciones, elegir alternativas, compararlas, discutir las y elaborar pruebas para que una vez que el aprendizaje se produzca, sea capaz de repetir,

resignificar, adaptar y transferir sus conocimientos a la resolución de situaciones nuevas.

De tal modo que resolver un problema implique que el individuo entienda lo que hizo y pueda explicar porqué sus acciones fueron correctas o apropiadas. Esta es una alternativa de enseñanza que recupera los beneficios, tanto de los modelos tradicionales en cuanto al valor asignado al conocimiento y al rol del docente como experto que asesora y orienta, como así también de los modelos activos al confiar en las posibilidades de los alumnos y otorgarles un lugar protagónico.

De acuerdo al marco teórico considerado, las estrategias para resolver problemas se adquieren a través de actividades compartidas, de una internalización progresiva de instrumentos mediadores, se decide así, la instrumentación de una ***Guía con ideas e impulsos didácticos para pensar y resolver problemas*** para que sea utilizada durante la resolución de las situaciones planteadas en las clases. Con tal motivo se formaron dos grupos con los alumnos; el experimental donde los estudiantes fueron adiestrados en el uso de procedimientos adecuados para resolver problemas mientras que el grupo restante se utilizó como control de la situación.

Del estudio realizado surge la necesidad de producir cambios orientadores en la práctica docente, presentándoles a los alumnos estrategias generales para resolver problemas con el fin de contribuir a fomentar sus formas de pensar. Además la importancia de que en la Guía de ayuda se manifiesten los conocimientos previos y una reseña de contenidos teóricos mínimos necesarios para cada uno de los temas a desarrollar.

### **Diseño teórico y metodológico**

La tarea realizada se fundamenta en la perspectiva constructivista con el propósito de que el alumno logre el aprendizaje de conceptos y teorías así como la aplicación significativa de los mismos.

Ausubel, (citado por Carretero, M. 2001), analiza la dinámica del aprendizaje dentro de la concepción cognoscitivista y constructivista, en términos de estrategias de instrucción, que debe elaborar e implementar el mediador del aprendizaje y las derivadas de esa acción, que son *las estrategias de aprendizaje*. Su interés se centra especialmente en conocer las ideas previas de los estudiantes antes de iniciar nuevos aprendizajes, es decir, revelar la estructura de significados que poseen los sujetos con el propósito de establecer aprendizajes que no se presenten en forma aislada ni arbitraria. Pone el acento en los procesos de reestructuración que se producen debido a la interacción entre las estructuras que el sujeto ya posee y la nueva información.

Piaget, (citado por Sanjurjo, L. y Vera, M. 2003), considera el aprendizaje como un continuo proceso de construcción en el que sujeto y objeto se relacionan activamente y se modifican mutuamente, ideas que explica a través de los conceptos de *equilibración y adaptación*.

Los conceptos centrales de la teoría de Vigotsky, (citado por Sanjurjo, L. y Vera, M. 2003), son los de *actividad* y de *mediadores*. La experiencia de *aprendizaje mediado* es la manera en la que los estímulos remitidos por el ambiente son transformados por un agente mediador. Los tres componentes de la interacción mediada son: el *organismo receptor*, el *estímulo* y el *mediador*. El efecto de la experiencia de aprendizaje mediado es la creación en los receptores de una disposición, de una propensión actitudinal para beneficiarse de la exposición directa a los estímulos. Esto se puede traducir en: “mediar para enseñar a aprender”. A su vez Vigotsky posibilita la intervención del docente ya que otorga una especial importancia a los procesos de instrucción a través de la *zona de desarrollo próximo*.

La posición que se pretende rescatar en esta propuesta es la de proporcionar al alumno una estrategia de solución de problemas a través de un proceder generalizado, por medio del cual el alumno deje de ser *objeto* de enseñanza y pase a ser *sujeto* de aprendizaje. De esta forma, solucionar un problema se reduce a buscar vías didácticas para que el alumno interiorice el procedimiento y no sea el profesor el que dirige la solución del problema.

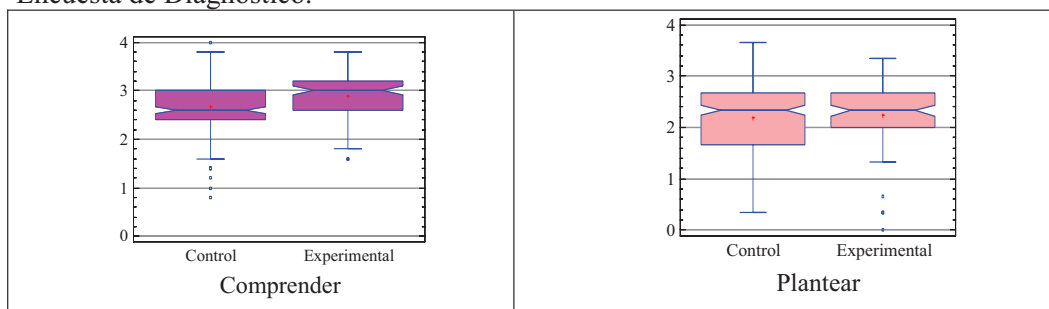
Tomando como base el marco teórico precedente se decide continuar la investigación. Así, al comienzo del cursado de la asignatura se entregó a los alumnos un cuestionario, diseñado con el propósito de conocer si existían diferencias en sus sistemas de creencias en relación con la matemática y la resolución de problemas. Dadas las condiciones de homogeneidad de ambos grupos se hizo posible implementar para los alumnos pertenecientes al grupo experimental una **Guía con ideas e impulsos didácticos para pensar y resolver problemas**, para iniciarlos en el conocimiento y manejo de los pasos a seguir en el proceso de resolución de problemas. En dicha Guía se presentaron diferentes interrogantes con indicaciones y sugerencias sobre los posibles procedimientos a utilizar para entender la situación planteada en un problema, determinar vías de solución, ejecutarlas de manera práctica y evaluar el proceso y los resultados del problema de tal modo que le sirvan de ayuda para afianzar sus conocimientos. También se presentaron problemas resueltos siguiendo los pasos: comprender, plantear, ejecutar y verificar (Polya, G. 1972) y un procedimiento generalizado relacionado con los tres momentos fundamentales de la Actividad: orientación, ejecución y control (Campistrous, L. & Rizo, C. 2000).

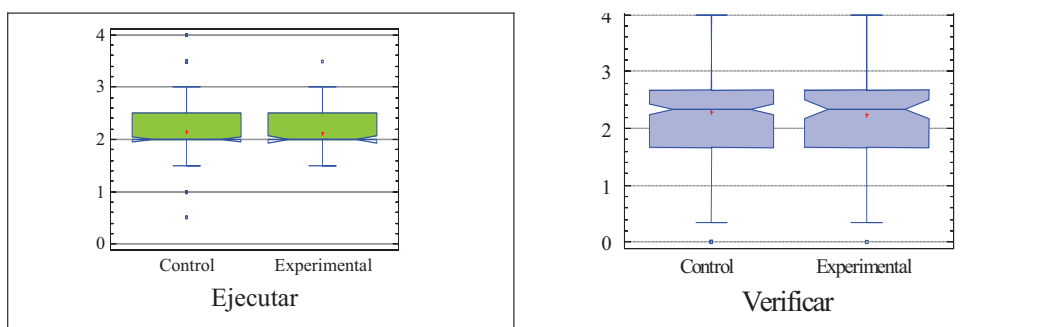
En la experiencia se trabajó con una muestra de 418 alumnos extraída de una población de 1095 estudiantes que cursaron la asignatura en el año 2003; los alumnos se distribuyeron en comisiones de clases prácticas con las que, seleccionadas al azar, se formaron dos grupos de estudiantes. Al grupo experimental constituido por 202 alumnos se les presentó la Guía, mientras que el grupo restante, formado por 216 alumnos, trabajó en la forma tradicional y se utilizó como control de las situación.

### Análisis de los Resultados

En la figura N°1 se presenta un gráfico donde se observa la valoración que los alumnos dan a los pasos a seguir en la resolución, según como ellos creen, cuando enfrentan una situación problemática. Para este diagnóstico se procesó la información obtenida de un cuestionario realizado a todos los estudiantes seleccionados para realizar la experiencia. Se trabajó con la Escala Tipo Likert, también llamada “escala aditiva” porque los resultados de las afirmaciones individuales se suman para presentar un puntaje total.

**Figura N°1:** Valoración de los pasos seguidos en la resolución de los problemas, según los alumnos de los grupos experimental y de control. Año 2003. Fuentes: Encuesta de Diagnóstico.





Se utilizó la prueba no paramétrica de rangos promedios de Kruskal Wallis y luego la de comparaciones múltiples de rango para grupos independientes no necesariamente del mismo tamaño que hayan sido extraídos de la misma población. Este análisis se realizó con los alumnos pertenecientes a los dos grupos: experimental y control, resultando no haber diferencias significativas entre ambos grupos cuando expresan lo que creen realizar cuando deben resolver un problema respecto de cada uno de los pasos a seguir, lo que permite probar la *homogeneidad* de los mismos.

La guía de ayuda fue analizada por el docente en las clases y utilizada por los estudiantes cada vez que se resolvían problemas. La experiencia consistió en presentar a los estudiantes problemas de aplicación a la economía que debían resolver y se llevó a cabo en dos etapas que se realizaron con una diferencia de 30 días, considerando que los alumnos habían asimilados los contenidos conceptuales correspondientes al primer y segundo parcial respectivamente. En la primer etapa se presentaron dos problemas de economía relativos a los temas funciones lineales y cuadráticas y en la segunda etapa relativos a los temas optimización de funciones trabajando con las funciones costo e ingreso.

En cada uno de las etapas en que los alumnos debían resolver problemas referidos a la economía, se evaluó la variable dependiente *habilidad para resolver problemas*, considerando las dimensiones e indicadores con sus correspondientes medidas de acuerdo a lo que se presenta en el siguiente cuadro:

**Cuadro N°1: Habilidad para resolver problemas**

Dimensiones	Indicadores
<b>Análisis inicial del problema</b>	<i>Lee el problema:</i> si interpreta la situación planteada. <i>Analiza los datos:</i> si reconoce los datos. <i>Precisa la estructura del problema:</i> si diferencia datos, condiciones y exigencias.
<b>Ejecuta de manera práctica la vía de solución</b>	<i>Habilidad en el cálculo:</i> si realiza operaciones fundamentales del cálculo sin errores. <i>Habilidad en el trabajo con variables:</i> si realiza operaciones algebraicas sin errores. <i>Habilidad para modelar la situación:</i> si representa coherentemente las exigencias. <i>Habilidad para trabajar con la teoría:</i> si reconoce los conceptos teóricos.
<b>Controla la solución realizada</b>	<i>Si verifica el razonamiento empleado.</i> <i>Si verifica el resultado.</i>

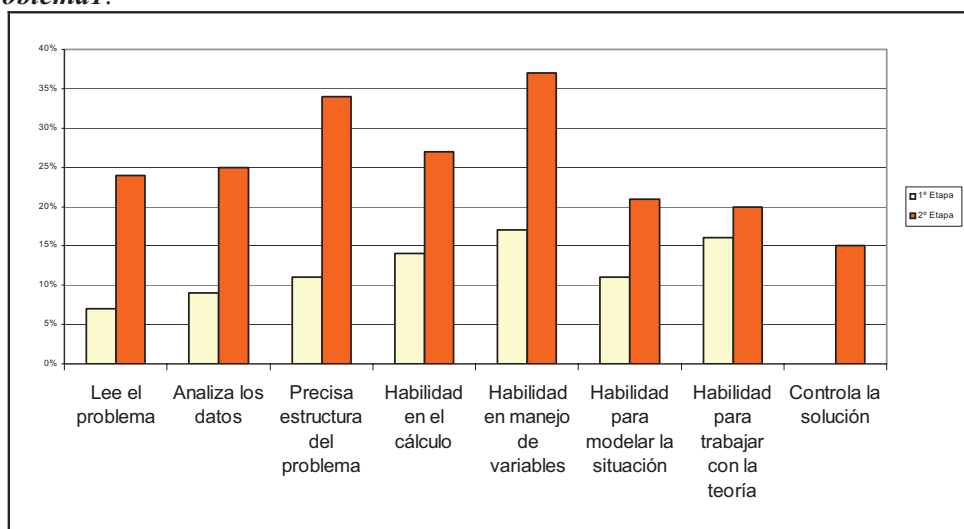
Se aplicó el Test de Igualdad de Proporciones, entre las proporciones de indicadores que los estudiantes pertenecientes a ambos grupos habían realizado favorablemente cuando resolvieron el problema 1 en cada una de las etapas de la experiencia. En el cuadro N°2 se muestran las diferencia entre los porcentajes de cada uno de los grupos y los resultados del test para cada uno de los indicadores en el problema 1 en las dos etapas, además la figura N° 2 pretende visualizar esas diferencias.

**Cuadro N°2: Diferencias entre los porcentajes de alumnos del grupo experimental y grupo control que realizan los pasos en cada una de las etapas en problema1.**

Fuentes: Encuesta de Constatación 1 y 2.

Problema 1	1ª etapa		2ª etapa	
	%	Valor de P	%	Valor de P
<b>Análisis inicial del problema</b>				
Lee el problema	7	P=0.0154	24	P<0.0001
Analiza los datos	9	P=0.0074	25	P<0.0001
Precisa estructura del problema	11	P=0.0004	34	P<0.0001
<b>Ejecuta la vía de solución</b>				
Habilidad en el cálculo	14	P=0.0012	27	P<0.001
Habilidad en manejo de variables	17	P<0.0001	37	P<0.0001
Habilidad para modelar la situación	11	P=0.0056	21	P<0.006
Habilidad para trabajar con la teoría	16	P=0.0001	20	P<0.0001
<b>Controla la solución realizada</b>				
Controla la solución	0		15	P<0.0001

**Figura N°2: Diferencias entre los porcentajes de alumnos del grupo experimental y grupo control que realizan los pasos de Polya en cada una de las etapas del problema1.**



Las diferencias a favor del grupo experimental son importantes en ambas etapas, excepto cuando "controlan la solución" en la 1ª etapa. Estas diferencias se acentúan en la 2ª etapa, donde el alumno ya tiene un adiestramiento con la guía, pero es necesario destacar que la dimensión correspondiente a "ejecutar de manera práctica la vía de solución" son habilidades que el alumno requiere de un proceso de asimilación para incorporarlas, cómo se verá en el problema 2 en sus dos etapas.

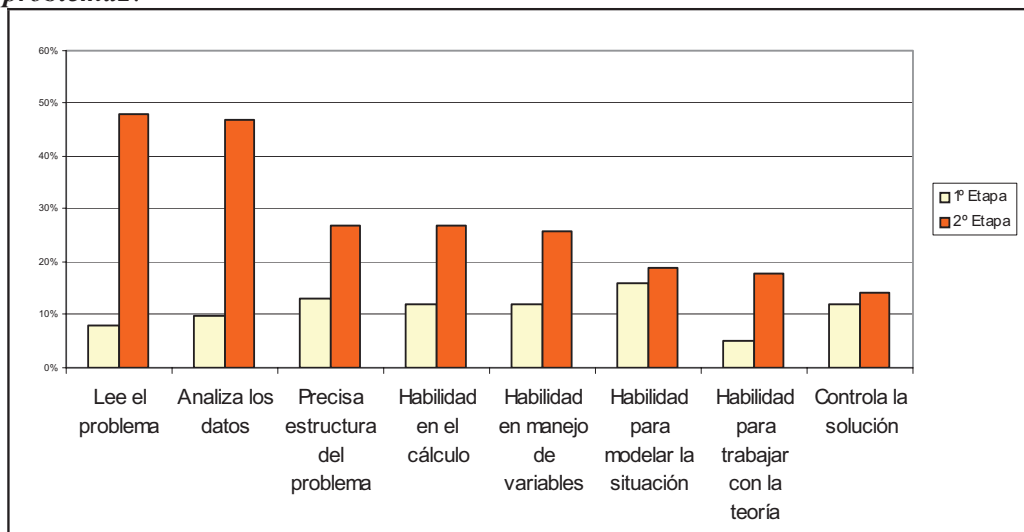
En el cuadro N°3 se muestran las diferencia entre los porcentajes de cada uno de los grupos y los resultados del test para cada uno de los indicadores en el problema N°2 en las dos etapas, además la gráfico N° 3 pretende visualizar esas diferencias.

**Cuadro N°3: Diferencias entre los porcentajes de alumnos del grupo experimental y grupo control que realizan los pasos en cada una de las etapas en problema2.**

Fuentes: Encuesta de Constatación 1 y 2.

Problema 2	Primera etapa		Segunda etapa	
	%	Valor de P	%	Valor de P
<b>Análisis inicial del problema</b>				
Lee el problema	8	P=0.0154	48	P<0.0001
Analiza los datos	10	P=0.0074	47	P<0.0001
Precisa estructura del problema	13	P=0.0004	27	P<0.0001
<b>Ejecuta de manera práctica la vía de solución</b>				
Habilidad en el cálculo	12	P<0.0001	27	P<0.0001
Habilidad en manejo de variables	12	P<0,0001	26	P<0.0001
Habilidad para modelar la situación	16	P<0.0001	19	P<0.0001
Habilidad para trabajar con la teoría	5	P=0.020	18	P<0.0001
<b>Controla la solución realizada</b>				
Controla la solución	12	P<0,0001	14	P<0.0001

**Figura N° 3: Diferencias entre los porcentajes de alumnos del grupo experimental y grupo control que realizan los pasos de Polya en cada una de las etapas del problema2.**



De los resultados anteriores se puede ver que las tendencias se mantienen y que aparentemente se acentúan las diferencias entre el grupo experimental y el grupo control.

En ambos problemas las diferencias porcentuales son mayores en la 2º etapa que en la 1º, en especial para algunos indicadores como por ejemplo: realizar el análisis inicial del problema, cálculos y manejo de variables, no obstante, la habilidad para modelar la situación planteada y trabajar con la teoría muestran diferencias de menor magnitud. El análisis anterior permite concluir que los estudiantes hacen un mejor manejo de aquellas acciones cuyo proceso de fijación es más rápido.



A fin de que las conclusiones obtenidas sean avaladas, los problemas 1 y 2 que se entregaron a los alumnos tanto en la primera como en la segunda etapa presentan situaciones con grados similares de dificultad con el objetivo de contrastar el efecto de la guía.

En consecuencia, la aplicación reiterada de la Guía puede llevar a mejorar las habilidades de los alumnos para solucionar problemas de matemática, pero el bajo dominio de los conocimientos teóricos de la asignatura parece impedir que avance en la adquisición de todas las habilidades necesarias para alcanzar con éxito el objetivo. Por ende, se hace necesario afianzar los recursos cognitivos.

Lo anteriormente expresado muestra que la proporción de alumnos que sigue los pasos de Polya es *mayor* en el grupo experimental que en el de control, lo cual se interpreta como un efecto significativo de la Guía empleada en las clases, es decir, cumple su objetivo: "adiestrar" a los alumnos en la resolución de problemas de cálculo.

### **Conclusiones**

- ♦ La incorporación en las clases de Cálculo de una *Guía con ideas e impulsos didácticos para pensar y resolver problemas* constituye un medio de aprendizaje que facilita el proceso de adquisición de estrategias para la resolución de problemas, al mismo tiempo que motiva a los estudiantes, y favorece globalmente, al proceso de construcción y asimilación de los conocimientos.
- ♦ Se pudo observar que el uso de la Guía con estrategias para ayudar a los alumnos a resolver problemas es un valioso instrumento en manos de los docentes por cuanto mejora la capacidad de pensamiento, decisión y ejecución de los alumnos.
- ♦ Si se pretende que los alumnos de cálculo puedan obtener la solución de un problema de matemática es necesario generar un procedimiento mediante el cual el alumno combine sus conocimientos previos, estrategias y conceptos para llegar a la solución de un problema.
- ♦ Resulta fundamental implementar sistemas de enseñanza que permitan que el alumno piense, razone y reflexione antes de actuar, evitando así la tendencia de los adolescentes a la ejecución por imitación, brindando de este modo una mayor posibilidad para formar la habilidad de resolver problemas.
- ♦ No cabe duda que la elección y utilización de materiales de enseñanza representan decisiones básicas para lograr la coherencia de la actuación docente, son herramientas que, en manos del docente se convierten en mediadores del aprendizaje del alumnado. Utilizados sistemáticamente y con criterios prefijados, facilitan la tarea del profesor, tanto en lo que se refiere a la planificación, como al desarrollo y la evaluación del proceso de enseñanza y aprendizaje.

### **Referencias Bibliográficas**

Amestoy, M. (1988). *Desarrollo de habilidades de pensamiento: Razonamiento verbal y solución de problemas*. México: Trillas.

Cabañas, M.. (2000). *Los problemas. ¿Cómo Enseño a Resolverlos?* México, D.F.: Grupo Editorial Iberoamérica - S.A. de C.V.

Campistrous, L. & Rizo C. (2000). *Tecnología, resolución de problemas y didáctica de la Matemática*. La Habana. Cuba: Ministerio de Educación.

Carretero, M. (2001). *Constructivismo y Educación*. Argentina: Aique. Grupo Editor S. A.

Martín de Pero, L. (2004). *Organización del proceso de aprendizaje del cálculo diferencial de funciones de una variable real utilizando estrategias para la resolución de problemas*. Tesis de Magíster - Universidad Nacional de Tucumán - Argentina.

Pifarré, M & Samuy, J. (2001). “La enseñanza de estrategias de resolución de problemas matemáticos en la ESO: un ejemplo concreto”. En *Enseñanza de las Ciencias*, 19(2), 297-308.

Poggioli, L. (2002). *Estrategias de resolución de problema. Serie Enseñando a aprender*. [En red] febrero 2005. Disponible en: [www.fpolar.org.ve/poggioli/poggio05.htm](http://www.fpolar.org.ve/poggioli/poggio05.htm)

Polya, G. (1972). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Editorial Trillas. S.A.

Pozo, J. (1999). *La Solución de Problemas*. Argentina: Santillana.

Santos, L. (1997). *Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Sanjurjo, L. y Vera, M. (2003). *Aprendizaje significativo y enseñanza en los niveles medio y superior*. Argentina: Ediciones Homosapiens.

Siegel, S. y Castellán, N. (1995). *Estadística no paramétrica aplicada a las ciencias de la conducta*. México: Editorial Trillas.