

## RELAÇÕES INSTITUCIONAIS EXISTENTES PARA O ENSINO DA NOÇÃO INTUITIVA DE CONJUNTOS NO ENSINO FUNDAMENTAL E MÉDIO NO BRASIL

Ademir Ávila y Marlene Alves Dias  
Universidade Bandeirante de São Paulo.  
ademiravila@yahoo.com.br, alvesdias@ig.com.br

Brasil

**Resumen.** Apresentamos nesse trabalho parte dos resultados da pesquisa sobre “Os sistemas tutoriais inteligentes no ensino de Álgebra Relacional e Banco de Dados Relacionais no Ensino Superior”. Considerando as dificuldades dos estudantes nas disciplinas de Álgebra Relacional e Banco de Dados Relacionais e as necessidades de conhecimentos prévios sobre a noção intuitiva de conjuntos, suas operações e propriedades, iniciamos nossa pesquisa analisando como essa noção é trabalhada nos Ensinos Fundamental e Médio para compreender quais as relações institucionais existentes e assim qual relação pessoal podemos esperar dos estudantes que iniciam os cursos superiores de Tecnologia da Informação.

**Palabras clave:** conjuntos, banco de dados, álgebra

**Abstract.** We present in this work some results of research on "intelligent tutorials systems in the teaching of Relational Algebra and Relational Database in Higher Education." Considering the difficulties of the students in the disciplines of Relational Algebra and Relational Databases and the need for previous knowledge about the intuitive notion of sets, its operations and properties, we began our research by analyzing how this notion is worked in primary and secondary education to understand which existing institutional relations and so which personal relationship we can expect of students who begin the Information Technology courses.

**Key words:** sets, database, algebra

### Introdução

Apresentamos nesse trabalho os resultados de parte da pesquisa sobre “Os sistemas tutoriais inteligentes no ensino de Álgebra Relacional e Banco de Dados Relacionais no Ensino Superior”.

Considerando as dificuldades dos estudantes dos cursos de Tecnologia da Informação nas disciplinas de Álgebra Relacional e Banco de Dados Relacionais e as necessidades de conhecimentos prévios sobre a noção intuitiva de conjuntos, suas operações e propriedades, iniciamos nossa pesquisa analisando como essa noção é trabalhada nos Ensinos Fundamental e Médio para compreender quais as relações institucionais existentes e assim qual relação pessoal podemos esperar dos estudantes que iniciam os cursos superiores de Tecnologia da Informação, ou seja, nosso objetivo é identificar as relações institucionais existentes no processo de ensino e aprendizagem da noção intuitiva de conjuntos, suas operações e propriedades para identificar qual relação pessoal podemos esperar dos estudantes que iniciam os cursos superiores de Tecnologia da Informação e propor novas formas de ação didática que auxiliem os estudantes a trabalhar com a autonomia necessária no desenvolvimento de seus projetos de Banco de Dados e auxiliar os professores no desenvolvimento de um trabalho que considere os conhecimentos prévios de seus estudantes.

O referencial teórico central da pesquisa é a Teoria Antropológica do Didático de Chevallard (1992, 1994) e Chevallard e Grenier (1997), em particular, as noções de relações institucionais e pessoais, praxeologia, ostensivos e não ostensivos e “topos” do professor e dos estudantes. Consideramos ainda como referencial teórico de apoio as noções de quadro e mudança de quadros conforme definição de Douady (1984, 1992) e níveis de conhecimento esperados dos estudantes segundo definição de Robert (1998). A metodologia utilizada na pesquisa é a da análise documental e os documentos utilizados na análise foram uma coleção de livros didáticos para o Ensino Fundamental e três coleções de livros didáticos para o Ensino Médio sendo que uma delas é do mesmo autor que a coleção do Ensino Fundamental. As análises apontam para uma necessidade de revisita à noção intuitiva de conjuntos, suas operações e propriedades de forma articulada com a lógica de programação e lógica matemática de forma que os estudantes possam trabalhar com autonomia no desenvolvimento de seus projetos de Banco de Dados.

A seguir apresentamos uma breve descrição do referencial teórico utilizado na pesquisa.

### Referencial Teórico

O referencial teórico central da pesquisa é a Teoria Antropológica do Didático de Chevallard (1992, 1994) e Chevallard e Grenier (1997), em particular, as noções de relações institucionais e pessoais, praxeologia, ostensivos e não ostensivos e “topos” do professor e dos estudantes.

Iniciamos assim apresentando as noções de relação institucional e pessoal definidas por Chevallard (1992). Após considerar como fundamentais os termos primitivos objeto ( $o$  – material de base da teoria), pessoa ( $x$ ) e instituição ( $I$ ) o autor introduz o conceito de *relação institucional ao objeto  $o$*  como a existência de um objeto  $o$  para uma instituição  $I$ , assim podemos dizer que  $o$  é um objeto de  $I$  e a relação  $R(I, o)$  especifica a maneira que  $o$  existe para  $I$ . Da mesma forma, Chevallard (1992) define *relação pessoal ao objeto  $o$*  como a existência de um objeto  $o$  para uma pessoa  $x$  e dessa forma podemos dizer que  $x$  conhece  $o$  e que a relação  $R(x, o)$  especifica a maneira que  $x$  conhece  $o$ .

Além das noções de relação institucional e pessoal consideramos também o conceito de *praxeologia* que segundo Chevallard (1998) trata-se de um conceito que permite analisar toda atividade regular humana por meio desse modelo único denominado praxeologia, ou seja, esse modelo possibilita pensar de maneira unificada um grande número de fenômenos didáticos, encontrados no decorrer de múltiplas análises.

Uma praxeologia relativa a um tipo de tarefa é constituída de um bloco prático técnico [*tipo de tarefa, técnica*] e de um bloco tecnológico-teórico [tecnologia, teoria]. O bloco [tecnologia, teoria] é, normalmente, identificado com um *saber* e o bloco [*tipo de tarefa, técnica*] como um

*saber fazer*. Uma das funções da tecnologia é de explicar e esclarecer a técnica. Sendo a teoria a tecnologia da tecnologia, uma de suas funções é de explicar e esclarecer a tecnologia.

Mas, para executar as técnicas é necessário introduzir novos objetos que Chevallard (1994) denomina de objetos ostensivos e não ostensivos.

Os *objetos ostensivos* sendo aqueles que têm para nós uma forma material sensível, por exemplo um objeto material (uma caneta, um compasso, etc.) é um ostensivo, assim como os gestos ou *ostensivos gestuais*, as palavras, e, mais genericamente, o discurso ou *ostensivos discursivos*, os esquemas, desenhos, grafismos ou *ostensivos gráficos* e as escritas e formalismos ou *ostensivos escriturais*.

Ao contrário dos objetos ostensivos, os *objetos não-ostensivos*, que denominamos usualmente de noções, conceitos, idéias, etc, não podem ser manipulados, eles só podem ser evocados por meio da manipulação dos ostensivos associados.

Chevallard (1994) observa ainda que existe uma *dialética necessária entre ostensivos e não ostensivos*, pois os ostensivos são manipulados por meio de regras, cuja distinção é feita pelos não ostensivos, enquanto que os não ostensivos são evocados por meio da manipulação dos ostensivos.

Para nossa pesquisa consideramos ainda a noção de “topos” introduzida por Chevallard e Grenier (1997), ou seja, o “topos” do aluno é o lugar onde ele opera com autonomia relativa em relação ao professor e onde ele pode desempenhar um papel que lhe é próprio, ou seja, o lugar onde o aluno tem a sensação de ter um papel na execução de suas tarefas, da mesma forma, existe também o “topos” do professor. Na realização de uma tarefa didática aluno e professor se reúnem em uma ação orquestrada em que ambos são chamados a desempenhar seus papéis.

Consideramos ainda como referenciais teóricos de apoio as noções de quadro e mudança de quadros conforme definição de Douady (1984, 1992) e níveis de conhecimento esperados dos estudantes segundo definição de Robert (1998).

Segundo Douady (1992) um quadro é

[...] constituído de objetos de um ramo das matemáticas, das relações entre os objetos, de suas formulações eventualmente diversas e das imagens mentais associadas a esses objetos e essas relações. Essas imagens têm um papel essencial e funcionam como ferramentas dos objetos do quadro. Dois quadros podem conter os mesmos objetos e diferir pelas imagens mentais e problemáticas desenvolvidas. (Douady, 1992, p.135).

Douady define as mudanças de quadros, atividades constantes no trabalho dos matemáticos, como sendo:

Um meio de obter formulações diferentes de um problema que sem ser, necessariamente equivalentes, permitem um novo acesso às dificuldades encontradas para fazer funcionar as ferramentas e técnicas que não se impunham na primeira formulação [...]. Quaisquer que sejam, as traduções de um quadro em outro, elas terminam sempre em resultados desconhecidos, em novas técnicas, na criação de novos objetos matemáticos; em suma, no enriquecimento do quadro original e dos quadros auxiliares de trabalho (Douady, 1992, pp.135 – 136).

Robert (1998) define os *três níveis de conhecimentos* esperados dos estudantes enfatizando que os mesmos são relativos a um dado nível de conceituação que corresponde a um marco que podemos identificar ao longo do ensino das noções de determinado campo conceitual, isto é, uma prateleira em um campo conceitual dos conhecimentos matemáticos, satisfazendo a uma organização coerente de uma parte do campo, caracterizada pelos objetos matemáticos apresentados de uma determinada maneira, dos teoremas sobre esses objetos, dos métodos associados a esses teoremas e dos problemas que os alunos podem resolver com os teoremas do nível considerado e utilizando esses métodos.

Assim, para um determinado nível de conceituação podemos considerar os três níveis de conhecimento, a saber:

*Nível técnico* que corresponde a funcionar de maneira isolada, local e concreta, correspondendo mais às ferramentas (compreendendo também as definições).

*Nível mobilizável* que é mais amplo que o técnico, pois nele já existe um início de justaposição de saberes de um determinado quadro, até mesmo uma organização, vários métodos podem ser mobilizados, os caracteres ferramenta e objeto são considerados. Mas, o que está em jogo é *explícito*. Se um saber é identificado, ele é dito mobilizável se é acessível, se o aluno o utiliza corretamente.

*Nível disponível* que corresponde ao fato de saber resolver o que é proposto sem indicações, de poder, por exemplo, dar contraexemplos (encontrar ou inventar), mudar de quadros (relacionar), aplicar métodos não previstos.

Na sequência apresentamos a metodologia utilizada para o desenvolvimento desse estudo

## Metodologia

A metodologia empregada na pesquisa é a da análise documental, que segundo Lüdke e André (1986) é uma técnica da pesquisa qualitativa que permite complementar informações obtidas por outras técnicas e/ou desvendar aspectos de um tema ou problema, para tal partimos de um questionamento construído em função do referencial teórico escolhido e analisamos uma coleção de livros didáticos de 5<sup>a</sup>/6<sup>o</sup> a 8<sup>a</sup>/9<sup>o</sup> série/ano do Ensino Fundamental e três coleções de livros didáticos para o Ensino Médio.

As análises foram desenvolvidas por meio de um organograma, que segue modelo utilizado por Tavignot (1991) em sua tese, que nos proporciona uma visão geral da obra e a articulação das noções nela apresentadas, em seguida fazemos um comentário e análise da forma como são articulados os conhecimentos, em particular, a noção de conjunto levando em conta os conjuntos numéricos e se existe uma relação entre esses conjuntos e a noção intuitiva de conjunto, suas operações e propriedades.

Finalmente, considerando como parte do professor a introdução teórica, os exemplos e os exercícios resolvidos e como parte do estudante os exercícios propostos, analisamos as tarefas privilegiadas e as necessidades em termos de ostensivos e não ostensivos, mudanças de quadro e o nível de conhecimento esperado dos estudantes em relação à noção intuitiva de conjunto, suas operações e propriedades e os conhecimentos prévios disponíveis para a introdução desse novo conhecimento.

Os livros utilizados nas análises foram “Tudo é Matemática” de Dante (2008) que corresponde a coleção do Ensino Fundamental e “Matemática” de Dante (2010), “Matemática” de Paiva (2009) e “Matemática do Ensino Médio” de Stocco e Diniz (2010) foram as obras analisadas para o Ensino Médio. Essas obras foram escolhidas por terem sido avaliadas pelo Ministério da Educação em função das propostas institucionais para os Ensinos Fundamental e Médio e são consideradas de bom nível na lista de escolha indicada para os professores.

## Resultados encontrados

Observamos que na 5<sup>a</sup>/6<sup>o</sup> série/ano estuda-se o conjunto dos números naturais e suas operações e se introduz os axiomas de Peano, mas as tarefas resolvidas e as propostas aos estudantes dão ênfase ao desenvolvimento de uma variedade de conceitos, procedimentos e representações simbólicas em estreita conexão e à aplicação desses conhecimentos para resolver problemas da própria matemática e do cotidiano, na 6<sup>a</sup>/7<sup>o</sup> série/ano são introduzidos os conjuntos dos números inteiros e racionais e as tarefas propostas aos estudantes seguem o mesmo desenvolvimento apresentado acima, na 7<sup>a</sup>/8<sup>o</sup> série/ano introduz-se o conjunto dos números reais após revisita aos

conjuntos introduzidos nas séries/anos anteriores e se reforça a questão da aplicação dos conhecimentos matemáticos em tarefas de aplicação da própria matemática e do cotidiano, na 8ª/9ª série/ano é proposta uma revisita ao conjunto dos números reais e dá-se ênfase às operações de potenciação e radiciação, não se introduz a noção intuitiva de conjuntos e a noção de função é considerada por meio da noção de proporcionalidade sem utilizar a relação entre dois conjuntos. Enfatizamos que as tarefas resolvidas e propostas seguem o encaminhamento explicitado acima para a 5ª/6ª série/ano, as tarefas propostas dão condições aos estudantes de desenvolver seu “topos” sem a necessidade de apoio do professor uma vez que eles podem se referir aos exemplos dados nas tarefas resolvidas e que segundo nossas análises fazem parte do “topos” do professor.

Das três coleções analisadas do Ensino Médio, observamos que as obras de Dante (2010) e Paiva (2009) tratam a noção intuitiva de conjunto, suas operações e propriedades na primeira série do Ensino Médio utilizando o ostensivo de representação de conjuntos por extensão, por exemplo  $A = \{-3, 3\}$ , o ostensivo de representação de conjuntos por compreensão, por exemplo  $A = \{x \in \mathbb{Z} / x^2 = 9\}$  e o ostensivo de representação por meio do diagrama de Venn. É dada ênfase na utilização do ostensivo de representação por meio do diagrama de Venn na introdução das operações com conjuntos. Nesse momento, os autores utilizam essa representação para a visualização das operações com conjuntos e suas propriedades.

Após a introdução da noção intuitiva de conjuntos, suas representações e propriedades os autores Dante (2010) e Paiva (2009) revisitam os conjuntos numéricos dando ênfase aos ostensivos de representação dos números racionais, em particular, as representações decimal e fracionária das dízimas periódicas e chamando a atenção para as dízimas não periódicas que não podem ser representadas forma de fração.

Ressaltamos aqui que ao introduzir a noção intuitiva de conjunto os autores Dante (2010) e Paiva (2009) propõem tarefas que dão ênfase ao desenvolvimento dos conceitos considerados, dos procedimentos e da utilização dos ostensivos de representações simbólicas, preparando os estudantes para as aplicações matemáticas, isto é, o conceito de função e os conceitos de probabilidade.

Na sequência os autores Dante (2010) e Paiva (2009) introduzem as funções como uma relação particular entre dois conjuntos e utilizam o ostensivo de representação gráfica para identificar por meio da análise gráfica uma função. Após esse trabalho os autores introduzem as funções reais de uma variável real.

A obra de Stocco e Diniz (2010) inicia com uma revisita aos conjuntos numéricos e introduzem as funções reais de uma variável real. As autoras não introduzem a noção intuitiva de conjuntos, suas operações e propriedades.

### Considerações Finais e Perspectivas Futuras

As análises das relações institucionais, existentes via livros didáticos avaliados e indicados pelo Ministério da Educação, nos conduz a considerar a necessidade de um trabalho específico sobre a noção intuitiva de conjunto, suas operações e propriedades com ênfase nos ostensivos de representações simbólicas, em particular, no ostensivo de representação por meio do diagrama de Venn, e nos procedimentos que servem de ferramenta auxiliar para a introdução das disciplinas de Álgebra Relacional e Banco de Dados Relacionais no início do Ensino Superior, em particular para os cursos de Computação e Informática.

É importante observar que é preciso introduzir a noção de intuitiva de conjunto, suas operações e propriedades, pois não é possível garantir que os estudantes que terminam o Ensino Médio tenham se submetido a uma relação institucional em que essa noção tenha sido introduzida. Verificamos por meio da análise dos três livros do Ensino Médio, avaliados e indicados pelo Ministério da Educação, que não existe um consenso em relação ao desenvolvimento da noção intuitiva de conjunto ficando a cargo dos autores a escolha de introduzir ou não essa noção no Ensino Médio.

Ressaltamos aqui, que dispor de conhecimentos prévios sobre a noção intuitiva de conjuntos, suas operações e propriedades podem auxiliar os professores no trabalho na Zona de Desenvolvimento Proximal dos estudantes conforme teoria de Vygotsky (1988) cujo conceito básico é o de Zona de Desenvolvimento Proximal, que representa a diferença entre a capacidade do estudante de resolver problemas por si mesmo e a capacidade de resolvê-los com ajuda de alguém, ou seja, ela abrange todas as funções e atividades que o estudante consegue desempenhar por seus próprios meios, sem ajuda externa.

O estudo das relações institucionais sobre a noção intuitiva de conjuntos, suas operações e propriedades nos permitiu construir um teste diagnóstico para os estudantes dos primeiros anos dos cursos de Tecnologia da Informação que permite identificar as dificuldades encontradas pelos mesmos e que está nos auxiliando na construção de um Sistema Tutorial Inteligente para trabalhar com os conhecimentos sobre noção intuitiva de conjuntos, suas operações e propriedades e ao mesmo tempo articular esses conhecimentos com os conceitos de Bancos de Dados e Álgebra Relacional.

### Referências bibliográficas

- Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en didactique des mathématiques*, La Pensée Sauvage, Grenoble, 12(1), 73-112.
- Chevallard, Y. (1994). *Ostensifs et non-ostensifs dans l'activité mathématique*. Acesso em 20 de janeiro de 2013 de [http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id\\_article=125](http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=125).
- Chevallard Y. e Grenier, D. (1997). Le topos de l'élève. En *Actes de la IX école d'été de didactique des mathématiques de Houlgate* (pp. 35-38). França: Houlgate.
- Chevallard, Y. (1998). Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques. In *Actes de l'université d'été* (pp. 91-120). La Pensée Sauvage: Grenoble.
- Dante, L. R. (2010). *Matemática*. São Paulo: Ática.
- Dante, L. R. (2008). *Tudo é Matemática*. São Paulo: Ática.
- Douady, R. (1984). *Jeux de cadre et dialectique outil objet dans l'enseignement des mathématiques*. Thèse de Doctorat. Université Dennis Diderot - Paris VII, França.
- Douady, R. (1992). Des apports de la didactique des mathématiques à l'enseignement. *Repères IREM*, 6, 132-158.
- Lüdke, M., André, M.E.D.A. (1986). *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU.
- Paiva, M. (2009). *Matemática*. São Paulo: Moderna.
- Robert, A. (1998). Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. La Pensée Sauvage, Grenoble, 18(2), 139-190.
- Stocco, K. S. e Diniz, M. I. (2010). *Matemática do Ensino Médio*. São Paulo: Saraiva.
- Tavignot, P. (1991). L'analyse du processus de transposition didactique, l'exemple de la symétrie orthogonale au collège. Thèse de Doctorat. Université René Descartes - Paris V, França.
- Vygotsky, L. (1988). *Pensamento e linguagem*. São Paulo: Martins Fontes.