ACTIVIDADES Y PROBLEMAS EN SU CONTEXTO HISTÓRICO

Gustavo Franco
Instituto de Profesores "Artigas". Uruguay
gfrancoc@hotmail.com

Resumen. La historia permite situar los conocimientos matemáticos dentro de un contexto social y cultural. La literatura nos ayuda a empatizar con los personajes que forman parte de la obra, a comprender mejor, en la complejidad, la condición humana; en otras palabas: humaniza. La matemática necesita ser humanizada para que los estudiantes la incorporen como parte de la herencia cultural de la humanidad. No debería ser enseñada como un objeto increado, sin principio, sino como la obra de hombres y mujeres, con pesares y alegrías, con los que nos sentimos identificados. En este artículo se proponen, como ejemplos, algunas actividades y problemas situados en su contexto histórico, ilustradas a través de algunos fragmentos literarios.
Palabras clave: historia de la matemática, literatura, problemas, actividades
Abstract. The history lets you contextualize socially and culturally the mathematical knowledge. Literature helps us to empathize with the characters that are part of the literally work, to understand better the human condition, in its complexity, in other words: humanizes. It is necessary to humanize math, so that students acknowledge it as part of the cultural heritage of humanity. It should not be taught as a subject uncreated, without beginning, but as the result of the work of men and women, with sorrows and joys, with whom we identify. In this paper we propose, as examples, some activities and problems placed in its historical context, illustrated through literary fragments.
Key words: history of mathematics, literature, problems, activities

Introducción

La historia de la matemática y la literatura se complementan, brindando una visión de la matemática más social y humana. Proponer problemas contextualizados dentro de su marco histórico e ilustrados por textos literarios, permite a los estudiantes acercarse a los personajes que fueron creadores de la obra matemática, dotándolos de una existencia que trasciende meros nombres, orígenes y fechas —muchas veces aproximadas— de sus nacimientos y de sus muertes. "[…] la historia le puede proporcionar [al profesor] una visión verdaderamente humana de la ciencia y de la matemática, de lo cual suele estar también el matemático muy necesitado." (Gil & De Guzmán, 1993, p. 107). La historia permite comprender que los conocimientos en matemática no han existido siempre, que no son obra de un dios, que son el resultado del pensamiento de hombres y mujeres de huesos, carne y sangre. La literatura profundiza esta comprensión cuando brinda elementos que ayudan a humanizar a los personajes históricos que fueron los creadores del conocimiento matemático. En la vida cotidiana, dice Morin (1999), conocemos a los individuos exteriormente, en cambio, en la novela, los llegamos a conocer en todas sus dimensiones, subjetivas y objetivas. "La enseñanza secundaria debería ser el lugar del aprendizaje de lo que debe ser la verdadera cultura, la que establece el diálogo entre cultura de las humanidades y cultura científica […]" (Morin, 1999, p. 82).

> […] parecería que en los alumnos subyace la idea inconsciente de que los conceptos matemáticos, como así la simbología, han existido siempre o que, por lo menos, tuvieron una aparición fortuita ("Al que se le ocurrió esto no tenía nada que hacer, ¿no?"). Lo cual no es difícil de comprender puesto que la enseñanza tradicional de la matemática, en general, no ha tenido en cuenta la evolución del conocimiento, el contexto histórico, la componente humana, etc., y se ha ocupado de describir un cuerpo acabado de conocimientos sin lugar a disentimientos. (Franco, 2007, p. 3)

En lo que sigue, propondré algunas actividades situadas en un cierto contexto histórico, complementadas con textos literarios que servirán para ejemplificar la propuesta de trabajo. Las actividades han sido seleccionadas a modo de ejemplo aunque teniendo en cuenta el nivel educativo elegido para el taller. En general, sería conveniente que la selección de actividades destinadas a ser trabajadas en la clase de matemática esté determinada por los temas que deben ser abordados en el curso.

Los cuadrados mágicos

El primer documento de un cuadrado mágico en China se remonta a la época del semi-mítico emperador Yu, que parece haber vivido en el tercer milenio a. C. Existe una leyenda acerca de que Yu adquirió el diagrama del Lo shu (que significa Escrito del Río Lo) copiado a partir del dibujo del caparazón de una tortuga sagrada encontrada en el Lo, un afluente del Huang Ho.

> —¿Qué era *eso?* —preguntó Alicia.
>
> —La tortuga divina que el sabio chino Yu vio salir del río Amarillo —contestó Charlie—. Al menos eso es lo que cuenta el *Libro de las permutaciones*, escrito hace más de tres mil años. Los signos de su caparazón representan los números del 1 al 9 mediante puntos blancos y negros, y componen un cuadrado mágico.
>
> —¿Y qué es un cuadrado mágico?
>
> […]
>
> —Si consigues disponer en las casillas los números del 1 al 9 de manera que todas las filas, columnas y diagonales sumen lo mismo, habrás compuesto un cuadrado mágico.
>
> —Me he dado cuenta de que en el centro del caparazón de la tortuga había cinco puntos formando una cruz —comentó Alicia.
>
> —Pues ya tenemos mucho adelantado. Pongamos el 5 en la casilla central.

(Frabetti, 2000, p. 103).

Escribe en notación actual el *Lo shu* que aparece en el caparazón de la tortuga (figura 1).

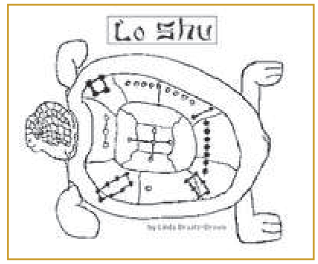

Figura 1

El *Lo shu* (figura 2) es un cuadrado mágico regular (un cuadrado mágico de orden impar se denomina *regular*, si cada par de números simétricos respecto al número central, suman el doble de dicho número) de orden 3, en el que los números de todas las diagonales, filas o columnas suman 15, manteniéndose un equilibrio notable entre los números impares y los pares alrededor del número central que es el cinco.

4	**9**	**2**
3	**5**	**7**
8	**1**	**6**

Figura 2

El diagrama representaba un importante principio de la filosofía china: el equilibrio entre las fuerzas complementarias de la naturaleza del Yin y el Yang; indicadas a través de los números impares y los pares respectivamente. El Yin era la fuerza pasiva, oscura y femenina, y el Yang era la fuerza activa, luminosa y masculina. Ambos principios provenían de una mezcla primordial de material y energía que se presentaba como un fluido en movimiento giratorio. Dicho movimiento separaba lo oscuro y pesado, de lo luminoso y sutil; lo primero daba lugar a la tierra y al principio Yin, y lo segundo al cielo y al principio Yang. La interacción entre ambos principios originaban los cinco elementos: agua, fuego, tierra, madera y metal. Pero lo más significativo de todo esto fue que intentaron aislar químicamente los principios Yin y Yang, lo cual dio origen a la alquimia, la dietética y la farmacia.

El primer tratamiento sistemático de los cuadrados mágicos en Occidente corrió a cargo de un griego bizantino, Moschopoulos (*ca*. 1300), quien describió los métodos para disponer los números desde el 1 al n^2 en un cuadrado de dimensiones n por n, de manera que la suma de los elementos de cada fila, columna o diagonal sea igual $\frac{1}{2}n(n^2+1)$. Moschopoulos estaba interesado más en las propiedades matemáticas que en las mágicas de los cuadrados. A su obra se debe la introducción y posterior popularización de los cuadrados mágicos en Europa —un interés que duró muchos siglos.

(i) Para construir un cuadrado mágico de dimensiones $n \times n$, los números naturales desde el 1 al n^2, ¿podrían distribuirse de otra forma que no fuera de modo que la suma de los elementos de cada fila, columna y diagonal sea $\frac{1}{2}n(n^2+1)$. ¿Por qué?
(ii) ¿Podrías construir un cuadrado mágico de orden 2? ¿Por qué?

La matemática en India: Aryabhata I

Los primeros científicos hindúes de los que se tiene un conocimiento cierto fueron los dos Aryabhatas, *ca.* 475-550 d.C., que trabajaban en Patna; Varahamihira, *ca.* 505, que tenía un observatorio astronómico en Ujjain; y Brahmagupta, *ca.* 628, que trabajaba también en Ujjain. Otras figuras posteriores fueron Mahavira, *ca.* 850, en Mysore, y Bhaskara, 1111-1185, que, aunque venía del sur, trabajaba en Ujjain.


Figura 3

Se sabe que Aryabhata (figura 3) escribió su gran obra (Aryabhatiya) en Kusum Pura, cerca de la actual Patna en Bihar. En el comentario de Nilakantha sobre el Aryabhatiya, se representa una sucesión aritmética mediante el apilamiento de tiras rectangulares, de anchura unidad y de longitudes iguales al número de unidades en cada término de la sucesión, encima unas de otras, con la tira más corta en la parte más alta y la más larga en la base (figura 4).

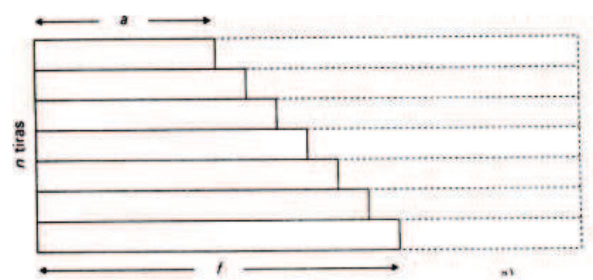

Figura 4

Si se unen dos de estas *sredhiksetras,* una de ellas invertida para que encaje con la otra, la figura resultante será un rectángulo con n unidades de altura (el número de términos, o tiras rectangulares) y $a + f$ unidades de longitud, donde a y f son el primero y el último término de la sucesión, respectivamente.

(i) Continuando con el razonamiento de Nilakantha, halla, en función de a, f y n, la suma de los naturales desde a hasta f ($a < f$), sabiendo que desde a a f (inclusive) hay n naturales.

(ii) Halla n en función de a y f.

(iii) Demuestra, utilizando el *Principio de Inducción Completa*, la igualdad hallada en la parte (i).

(iv) Reflexiona sobre el posible valor en la enseñanza media de las demostraciones visuales y sobre el posible valor de las demostraciones que aplican el *Principio de Inducción completa*.

La matemática musulmana

En el 762 el segundo califa abasí, Almanzor, trasladó la capital del islam a Bagdad y comenzó el proceso de convertirla en una nueva Alejandría. Este ambicioso programa fue ejecutado durante los califatos de Harum al-Rashid (786-809) y su hijo Almamun (809-833), e incluyó un observatorio, una biblioteca y un instituto para traducción e investigación llamado *Bait al-Hikma*

(«Casa de la Sabiduría») que iba a ser el centro intelectual del mundo árabe en los doscientos años siguientes.

> Bagdad era una ciudad nueva como Alejandría, construida apenas en tres años. Como ella, estaba situada entre dos aguas, el Tigris y el Éufrates. También como ella estaba atravesada por dos canales –todos los habitantes, por supuesto los ricos, presumían de poseer un asno en la cuadra y un barco en el río–. Y, más en común con Alejandría, era una ciudad cosmopolita. Pero mientras que Alejandría, era una ciudad rectangular, Bagdad era circular. Se la conocía como la Ciudad Redonda.
>
> Una muralla circular de forma geométrica perfecta que se hubiera dicho dibujada con compás, y en el centro exacto del círculo, la mezquita y el palacio del califa, desde donde salían, en cuatro direcciones perpendiculares, anchas avenidas que conducían a las cuatro puertas abiertas de la muralla, que eran el único medio para entrar en la ciudad. […]
>
> El paralelo entre Alejandría y Bagdad se impone de nuevo. La primera tenía el Museo y la Gran Biblioteca, la segunda se dotó con una institución que se parecía al Museo como una gota de agua a otra, Beit al Hikma, la Casa de la Sabiduría.
>
> Tanto en Alejandría como en Bagdad se habían construido un observatorio y una biblioteca. Una diferencia entre las dos: en Alejandría el Museo precedió a la Biblioteca; en Bagdad la Biblioteca, fundada por Harún al-Raschid, precedió a la Casa de la Sabiduría, creada por su hijo al-Mamún.
>
> La Biblioteca de Bagdad fue la auténtica heredera de la de Alejandría. Los libros que llegan a Alejandría estaban escritos en griego en su mayoría, mientras que ninguno de los que llegaban a Bagdad estaba escrito en árabe. Hubo que traducirlos.
>
> ¡Se inició una gran empresa. Traducir, traducir y traducir! [...] (Guedj, 2000, pp. 226-228).

Avicena


Figura 5

En la teoría de números, como en otros campos, los árabes consiguieron producir una síntesis creativa de las ideas que obtuvieron de diferentes tradiciones matemáticas —notablemente de la India y del mundo helenístico.

Esto se ejemplifica de la mejor manera en la obra de ibn Sina o Avicena, como se lo llamó en Europa (figura 5). Aunque es muy conocido por su obra en medicina, su obra matemática es poco apreciada fuera del mundo islámico.

Esa tarde Rob vio en el *maristan* al hombre que los persas llamaban Jefe de Príncipes. A primera vista, Ibn Sina le resultó decepcionante. Su turbante rojo de médico estaba desteñido y lo llevaba atado con descuido; su *durra* presentaba un aspecto lastimoso y era sencilla. Bajo y de calva incipiente, tenía la nariz bulbosa y con venitas, y un principio de papada bajo su larga barba. Era igual a cualquier árabe envejecido, hasta que Rob vio sus penetrantes ojos pardos, tristes y observadores, severos y curiosamente vivos, y de inmediato sintió que Ibn Sina veía cosas que resultaban invisibles para el hombre corriente.

> Rob era uno de los siete estudiantes que, con cuatro médicos, seguían los pasos de Ibn Sina mientras recorría el hospital. Ese día el médico jefe se detuvo a corta distancia del jergón en el que yacía un hombre hecho una pasa y de miembros flacos. […]
>
> —¿Qué lo aqueja, entonces? […]
>
> Esperó.
>
> Como nadie hizo ninguna observación, se acercó al paciente.
>
> —Amahl —dijo—, yo soy Husayn el Médico, hijo de Abd-Ullah, que era hijo de al-Hasan, que era hijo de Alí, que era hijo de Sina. Estos son mis amigos y serán amigos tuyos. ¿De dónde eres?
>
> —De la aldea de Shaini, maestro —susurró el hombre del jergón.
>
> —¡Ah, eres un hombre de Fars! He pasado días muy felices en Fars. Los dátiles del oasis de Shaini son grandes y dulces, ¿verdad?
>
> A Amahl se le llenaron los ojos de lágrimas y asintió torpemente.
>
> —Askari, ve a buscar dátiles y un cuenco de leche tibia para nuestro amigo.
>
> Al instante trajeron lo que había pedido Ibn Sina; médicos y estudiantes observaron cómo el enfermo comía vorazmente.
>
> —Despacio, Amahl. Despacio, amigo mío —le advirtió Ibn Sina—. Askari, ocúpate de que cambien la dieta de nuestro amigo.
>
> Siempre debemos recordar este detalle acerca de los enfermos que están a nuestro cuidado. Acuden a nosotros pero no se convierten en nosotros, y con mucha frecuencia no comen lo que nosotros comemos. Los leones no paladean el heno cuando visitan al ganado. […]
>
> Ibn Sina observó a los hombres reunidos a su alrededor.

> —Los aterrorizamos, jóvenes maestros. Algunas veces no podemos salvarlos y otras los mata nuestro tratamiento. No los matemos también de hambre.
>
> El Jefe de Príncipes se alejó andando, con las manos a la espalda. (Gordon, 2007, pp. 505-508)

Avicena en su *Libro de física* formula dos reglas que no se encuentran en textos anteriores.

La primera es una regla para sumar un conjunto dispuesto en forma de cuadrado de números impares. Si se colocan números impares sucesivos en una tabla cuadrada como la siguiente (figura 6):

9	7	5	3	1
19	17	15	13	11
29	27	25	23	21
39	37	35	33	31
49	47	45	43	41

Figura 3

(a) ¿Qué puedes decir con respecto a la suma de los números de cada una de las diagonales del cuadrado?

(b) ¿Puedes establecer una relación entre la suma de los números de la diagonal y el lado del cuadrado?

(c) ¿Puedes establecer una relación entre la suma de los números que llenan el cuadrado y el lado del cuadrado?

La segunda regla es para sumar un conjunto de números impares dispuestos en un triángulo.

Si se colocan números impares sucesivos en forma de triángulo como en la figura siguiente (figura 7):

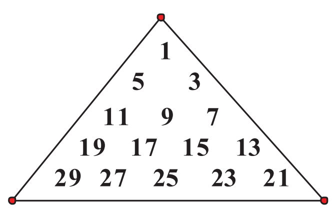

Figura 3

¿Qué relación puedes establecer entre la suma de los números de una fila y la cantidad de números de dicha fila?

Conclusión

La historia de la matemática y la literatura entrelazadas deberían integrarse a la propuesta de clase del profesor de matemática porque, por un lado, la matemática escolar debería ser humanizada y, por otro, pueden contribuir a *unir los objetos* matemáticos, *poniéndolos en su contexto natural y situándolos respecto de un conjunto*.

> Nuestra civilización y, por consiguiente, nuestra enseñanza, privilegiaron la separación en detrimento de la unión, el análisis en detrimento de la síntesis. Unión y síntesis quedaron subdesarrollados… Como nuestro modo de conocimiento desune a los objetos, tenemos que concebir qué los une. Como aísla a los objetos de su contexto natural y del conjunto del que forman parte, constituye una necesidad cognitiva poner en su contexto un conocimiento particular y situarlo respecto de un conjunto. (Morin, 1999, p. 26)

Referencias bibliográficas

Boyer, C. (1986). *Historia de la matemática*. Madrid: Alianza.

Franco, G. (2007, marzo). Relatos sobre historia de la matemática como recurso didáctico. *Conversación. Revista interdisciplinaria de reflexión y experiencia educativa* 18, 7-14.

Gil, D. y de Guzmán, M. (1993). *Enseñanza de las ciencias y la matemática. Tendencias e innovaciones*. España: Popular S.A.

Gordon, N. (2007). *El médico. La extraordinaria odisea de un joven médico en el siglo XI*. Barcelona: Byblos.

Guedj, D. (2000). *El teorema del loro. Novela para aprender matemáticas*. Barcelona: Anagrama.

Joseph, G. G. (1996). *La cresta del pavo real. Las matemáticas y sus raíces no europeas*. Madrid: Pirámide.

Mason, S. F. (1998). *Historia de las ciencias 1. La ciencia antigua, la ciencia en oriente y en la Europa medieval*. Madrid: Alianza.

Morin, E. (1999). *La cabeza bien puesta. Repensar la reforma. Reformar el pensamiento.* Buenos Aires: Nueva visión.