

# CONOCIMIENTOS MANIFESTADOS POR LOS FUTUROS MAESTROS DE MAGISTERIO SOBRE DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA EN EL ESTUDIO TEDS-M. EJEMPLO DEL ANÁLISIS DE UNA PREGUNTA

Araceli Gutiérrez<sup>1</sup>, Pedro Gómez<sup>2</sup>, Luis Rico<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Universidad de Granada, <sup>2</sup>Universidad de los Andes

## Resumen

*En este trabajo, describimos el método con el que nos proponemos establecer el conocimiento que los futuros profesores de primaria españoles manifestaron en el estudio TEDS-M sobre Didáctica de la Matemática, centrandó nuestra atención en el bloque de preguntas correspondientes al subdominio de números. Hemos analizado la formulación de una pregunta sobre proporcionalidad directa entre magnitudes, las posibles respuestas de los futuros profesores y su correspondiente guía de corrección. Con base en esta información, interpretamos los resultados españoles a esa pregunta.*

*Términos clave:* Conocimiento didáctico; Educación primaria; Formación inicial de profesores; Matemáticas; Pensamiento numérico; TEDS-M

## Abstract

*In this paper we describe the method with which we seek to describe the mathematics pedagogical knowledge on the number subdomain shown by the Spanish primary pre-service teachers who participated in the TEDS-M study. We have focused our attention on the number subdomain. We analyzed a question on direct proportionality, its possible answers and the corresponding scoring guide. We interpret the Spanish results from this information.*

*Keywords:* Mathematics; Numerical thinking; Pedagogical knowledge; Pre-service teacher education; Primary; TEDS-M

## Contexto: el estudio TEDS-M

El TEDS-M (Teacher Education Study in Mathematics) es un estudio internacional comparativo sobre los planes de formación inicial y sobre los conocimientos que los futuros profesores de primaria y secundaria obligatoria debieran conseguir durante su preparación como profesores de matemáticas. El estudio fue patrocinado por la IEA (Asociación Internacional para la Evaluación del Rendimiento Educativo) y surgió de la constatación de las diferencias y deficiencias en el rendimiento matemático de los escolares de los distintos países, de acuerdo con los resultados proporcionados por el estudio internacional TIMSS (Trends in Mathematics and Science Study) y otros estudios anteriores. Se basa en el supuesto de que un factor importante que puede explicar esas diferencias tiene que ver con la variedad de aproximaciones a la formación inicial del profesorado de matemáticas en esos países (Rico, Gómez, y Cañadas, 2009).

España participó en TEDS-M a través del Instituto de Evaluación. La Universidad de Granada participó en el estudio por medio del grupo de investigación *Didáctica de la*

*Matemática. Pensamiento Numérico* (FQM-193) del Plan Andaluz de Investigación (PAIDI), siendo el Dr. L. Rico coordinador nacional de la investigación, por designación del Instituto Superior de Formación y Recursos en Red para el Profesorado. La coordinación con las universidades y la gestión de los datos estuvo a cargo de la Secretaría General del Consejo de Coordinación Universitaria.

Diversas razones determinaron evaluar en este primer estudio sólo la formación inicial del profesorado de primaria. España participó con 48 instituciones —cada una con un plan de estudios propio—, 574 formadores y 1263 futuros profesores (Gómez, 2007).

La recogida de datos se realizó en el año 2008. Algunos países han publicado algún estudio parcial, el informe internacional se acaba de publicar (Tatto, Sharon, Senk, Ingvarson y Rowley, 2012) y el informe español se encuentra en fase de edición. No obstante, no hay por el momento análisis secundarios de los resultados de TEDS-M que profundicen en los conocimientos de los futuros profesores en los diferentes subdominios. Nuestro objetivo es realizar un estudio de este tipo que nos permita desarrollar e interpretar con mayor detalle los resultados de los futuros profesores españoles. En este documento presentamos y ejemplificamos el método que pretendemos utilizar para realizar el estudio.

### **Objetivo y método de este estudio**

Este estudio se enmarca dentro de la pregunta de investigación que plantea TEDS-M: “¿Cuál es el nivel y profundidad del conocimiento matemático y de su enseñanza que logran los futuros profesores de primaria y secundaria al final de su programa de formación?” (Tatto, Schwille, Senk, Ingvarson, Peck y Rowley, 2008, p. 14).

En este trabajo, presentamos, a través del análisis de una pregunta del cuestionario de TEDS-M, el método que utilizaremos para describir el conocimiento en Didáctica de la Matemática que los futuros profesores españoles manifestaron en el subdominio de números.

Analizar cada pregunta requerirá los siguientes pasos:

1. Establecer el marco conceptual donde se encuadra la pregunta y determinar el conocimiento en Didáctica de la Matemática y, en su caso, el conocimiento matemático que necesita tener el futuro profesor para poder contestarla correctamente.
2. Analizar las guías de corrección con el propósito de formular conjeturas sobre el conocimiento que los futuros profesores pueden poner en juego para contestar de manera incorrecta o parcialmente correcta a cada pregunta.
3. Interpretar los resultados de los futuros profesores españoles para cada pregunta.

En este trabajo analizaremos con este método una pregunta sobre proporcionalidad directa entre magnitudes. En la tabla 1 presentamos la clasificación de las preguntas sobre el conocimiento de Didáctica de la Matemática en TEDS-M.

Tabla 1  
Clasificación de las preguntas sobre conocimiento de Didáctica de la Matemática

| Criterio                            | Clasificación     |                    |                              |
|-------------------------------------|-------------------|--------------------|------------------------------|
| Dificultad                          | Novel             | Intermedio         | Avanzado                     |
| Dominio conceptual del contenido    | Números           | Geometría          | Álgebra Datos                |
| Dominio del conocimiento pedagógico | Currículo         | Aplicación         | Planificación                |
| Según el tipo de respuesta          | Respuesta abierta | Respuesta múltiple | Respuesta múltiple compuesta |

Un análisis pormenorizado de las preguntas puede dar lugar a descubrir carencias o limitaciones tanto en el cuestionario como en las guías de corrección que acompañan a las preguntas de respuesta abierta, pero en este estudio nos vamos a limitar a estudiar la información que surge de los instrumentos y datos proporcionados por TEDS-M.

### Pregunta analizada

En la figura 1 presentamos la pregunta sobre la que vamos a aplicar el método anteriormente expuesto.

“Una máquina consume 2,4 litros de combustible cada 30 horas de funcionamiento. ¿Cuántos litros de combustible consumirá la máquina en 100 horas si sigue consumiendo combustible al mismo ritmo?”

Formule un problema diferente, del mismo tipo que el problema propuesto (los mismos procesos/operaciones) que sea MÁS FÁCIL de resolver para los alumnos de primaria.

Figura 1. Pregunta a analizar

### Marco conceptual para el análisis de la pregunta

En esta pregunta se estudia el conocimiento sobre la proporcionalidad directa entre magnitudes. TEDS-M la clasifica dentro del dominio de planificación de la enseñanza y la considera de nivel intermedio; es de respuesta abierta y tiene guía de corrección para clasificar las posibles respuestas.

Se plantea que el futuro profesor idee un problema para alumnos de primaria del mismo tipo que el propuesto (mismos procesos/operaciones) y que sea más fácil. El problema que se propone es un problema de proporcionalidad directa entre magnitudes.

En primer lugar, el futuro profesor debe saber qué procesos/operaciones son necesarios para resolver correctamente el problema propuesto y poder plantear así uno más fácil. Debe tener el conocimiento matemático suficiente para reconocer que se trata de un problema de proporcionalidad donde hay que averiguar una cantidad desconocida que forma proporción con otras tres magnitudes conocidas directamente proporcionales; es decir, reconocer que se trata de un problema de proporcionalidad directa. Este problema puede considerarse también como un típico problema de “regla de tres simple directa”.

En segundo lugar, para poder plantear un problema más fácil, el futuro profesor debe conocer las variables que afectan a la dificultad de este tipo de problemas. A partir de la revisión de la literatura, hemos identificado las siguientes variables:

*Tipo de números.* La dificultad del problema depende del tipo de números implicados en el problema. En particular, se considera que los problemas que incluyen únicamente números enteros son más fáciles. El tamaño de los números también puede influir en la dificultad del problema.

*Relación entre las cantidades.* Son más fáciles aquellos problemas en los que la relación entre las cantidades está vinculada a la mitad o al doble, así como aquellos problemas donde se puede hallar fácilmente el valor correspondiente a la unidad y a partir de él hallar el valor desconocido.

*Contexto.* Se considera que los problemas cuyo contexto es cercano al entorno escolar son más fáciles.

*Conceptos adicionales que intervienen en el problema.* Sería el caso de que en el problema aparezcan, por ejemplo, diferentes unidades de medida, lo cual aumentaría la dificultad del problema.

### **Tipos de respuestas y ejemplos en la guía de corrección**

La guía de corrección establece 4 tipos de respuestas que resumimos en la tabla 2.

Tabla 2. Tipos de respuestas y ejemplos en la guía de corrección

|  |
|--|
| Correcta   |
| Un problema diferente del mismo tipo (mismos procesos/operaciones) pero más fácil de resolver.   |
| <i>Ejemplos</i>  |
| Una máquina consume 3 litros de combustible cada 30 horas de funcionamiento. ¿Cuántos litros de combustible consumirá la máquina en 100 horas? (se puede resolver buscando el valor unitario del litro de combustible) |
| Un coche consume 2,4 litros de combustible cada 50 km. ¿Cuántos litros de combustible consumirá el coche en 100 km? (hay una relación multiplicativa del doble o mitad entre las cantidades)                           |
| Incorrecta   |
| Un problema diferente del mismo tipo (mismos procesos/operaciones) pero no tan fácil de resolver.  |
| <i>Ejemplos</i>  |
| Una máquina consume 2 litros de combustible cada 30 horas de   |

Tabla 2. Tipos de respuestas y ejemplos en la guía de corrección

|   |
|---|
| <p>funcionamiento. ¿Cuántos litros de combustible consumirá la máquina en 100 horas? (2 no es divisible por 3)</p> <p>Un grifo gotea 2 litros de agua al día. ¿Cuántos ml gotea por segundo? (el conocimiento métrico y computacional requerido es significativamente más alto; en este caso los datos se presentan en diferentes unidades de medida)</p> |
| <p>Otras incorrectas</p> <p>Incluye soluciones tachadas, borradas, ilegibles, etc.</p> <p><i>Ejemplo</i></p> <p>Cuestiones que no sean significativas o que no tenga respuesta</p>  |
| <p>En blanco</p>  |

### Conocimientos manifestados en los distintos tipos de respuesta

Nos basamos en los análisis del apartado anterior para interpretar estos tipos de respuesta.

#### *Conocimientos necesarios para responder correctamente la pregunta*

Se consideran correctas aquellas formulaciones de problemas en las que se utilicen los mismos procesos u operaciones que en el propuesto pero que sean más fáciles de resolver. Se consideran más fáciles aquellos problemas donde, por una parte no aparecen números decimales, o si aparecen el problema se puede resolver sencillamente gracias a que la relación entre las cantidades está vinculada a la mitad o al doble, o bien se puede encontrar fácilmente el valor correspondiente a la unidad y a partir de él hallar el valor desconocido.

Podemos afirmar que los futuros profesores que contestan correctamente a esta pregunta:

- ✓ reconocen que se trata de un problema de proporcionalidad directa entre magnitudes, en el que hay que averiguar una cantidad desconocida que forma proporción con otras tres cantidades conocidas directamente proporcionales;
- ✓ tienen el conocimiento didáctico suficiente para identificar las variables que afectan a la dificultad del problema: tipos de números, relación entre las cantidades, contexto y conceptos adicionales (como las unidades de medida) que pueden intervenir en el problema.

Parece difícil que en este problema haya otros motivos —como el azar— por los que los futuros profesores hayan contestado correctamente. No tenemos en cuenta estos motivos en nuestro análisis.

Nos parece importante añadir que tanto en el enunciado de la pregunta como en la guía de corrección no se hace distinción entre los distintos métodos con los que se pueden resolver los problemas de proporcionalidad directa. Pero es importante destacar, por su importancia en el tema de proporcionalidad que hay acuerdo entre los educadores en la necesidad de buscar métodos que favorezcan la resolución de las cuestiones de una forma más significativa que los puramente algorítmicos (Fernández, 2001). Por ello se recomienda la importancia de contemplar en el currículo de primaria situaciones problemáticas relacionadas con el pensamiento proporcional como son las relaciones

multiplicativas de doble o mitad, así como favorecer el uso de la estrategia denominada “búsqueda del valor unitario”, es decir, la búsqueda del valor correspondiente a la unidad y a partir de él hallar el valor desconocido.

Tampoco se hace mención expresa ni en el enunciado de la pregunta ni en la guía de corrección a que los problemas propuestos por los futuros profesores no deban plantear situaciones irreales.

#### *Conocimientos puestos en juego en las respuestas incorrectas*

Se consideran incorrectos aquellos problemas que aun siendo de proporcionalidad directa entre magnitudes y se resuelvan igual que el propuesto, sean más difíciles de resolver. En este caso los futuros profesores no habrían reconocido los elementos que afectan a la dificultad del problema: tipos de números, relación entre las cantidades, contexto y conceptos adicionales que intervienen en el mismo.

Es decir, los futuros profesores cuyas respuestas se pueden clasificar dentro de esta categoría tienen el conocimiento matemático suficiente para plantear un problema de proporción directa entre magnitudes pero no tienen el conocimiento didáctico suficiente para plantear un problema más fácil que el propuesto puesto que no reconocen en el problema los elementos de los que depende la dificultad del mismo.

#### *Conocimientos puestos en juego en las respuestas clasificadas como “otras incorrectas”:*

Se consideran también problemas incorrectos, aunque se clasifican de forma distinta a los anteriores, aquellos problemas que no sean significativos porque no se trabaje el concepto de proporcionalidad directa entre magnitudes o bien que no tengan respuesta. A los futuros profesores cuyas respuestas se puedan clasificar dentro de esta categoría les falta el conocimiento matemático necesario para reconocer el problema propuesto como un problema de proporcionalidad directa y plantear a continuación otro similar.

También entran dentro de esta categoría las respuestas ilegibles; no obstante no podemos hacer conjeturas sobre los conocimientos de los futuros profesores que han contestado de esta forma.

### **Conocimientos manifestados por los futuros profesores españoles**

En la tabla 3 presentamos nuestra interpretación de los resultados de los futuros profesores españoles con base en el análisis anterior.

En la primera columna de la tabla 3 aparece el porcentaje de futuros profesores españoles correspondiente a cada tipo de respuesta —segunda columna—. En la tercera columna interpretamos estos resultados en términos de los conocimientos que los futuros profesores pudieron poner en juego.

Tabla 3. Interpretación de los resultados españoles

| %      | Respuesta                         | Conocimientos   |
|--------|-----------------------------------|---|
| 59 %   | Correcta                          | <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Reconocer que se trata de un problema de proporcionalidad directa entre magnitudes</li> <li>✓ Identificar las variables que afectan a la dificultad del problema: tipos de números, relación entre las cantidades, contexto y conceptos adicionales que intervienen en el mismo</li> </ul>     |
| 20,8 % | Incorrecta                        | <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Reconocer el problema como un problema de proporcionalidad directa entre magnitudes</li> <li>✓ No identificar las variables que afectan a la dificultad del problema: tipos de números, relación entre las cantidades, contexto y conceptos adicionales que intervienen en el mismo</li> </ul> |
| 11,4 % | Otras incorrectas o ilegibles     | <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ No reconocer que el problema es de proporcionalidad directa entre magnitudes o</li> <li>✓ En el caso de las respuestas ilegibles: no es posible determinar qué conocimientos se han puesto en juego</li> </ul>   |
| 8,2 %  | En blanco                         |   |
| 0,6 %  | No llegaron a abordar la pregunta |   |

### Interpretación de los resultados

El que un 59 % de los futuros profesores haya contestado correctamente a esta pregunta nos permite afirmar que en España se ha trabajado el concepto de la proporción directa entre magnitudes para primaria desde la Didáctica de la Matemática. La mayoría de los futuros profesores fueron capaces de plantear un problema donde se trabaja el concepto de proporcionalidad directa más fácil que el propuesto para alumnos de primaria.

Un 20,8% de futuros profesores tienen el conocimiento matemático suficiente como para plantear un problema de proporcionalidad directa entre magnitudes pero les falta el conocimiento didáctico suficiente para plantear un problema más fácil que el propuesto para alumnos de primaria al no ser capaces de distinguir las variables que afectan a la dificultad del problema: tipos de números, relación entre las cantidades, contexto y conceptos adicionales que intervienen en el mismo.

Podemos afirmar que un 79,8% de futuros profesores tienen el conocimiento matemático suficiente para reconocer un problema de proporcionalidad directa entre magnitudes y plantear uno similar.

Sin embargo nos faltan datos para poder hacer conjeturas acerca del 20,2 % de futuros profesores que contestaron en blanco, no llegaron a abordar la pregunta o sus respuestas

se pueden clasificar dentro de la opción de “otras incorrectas”. En principio podemos afirmar que entre estos futuros profesores hay cierto número de ellos que no tienen el conocimiento matemático suficiente para reconocer el problema de proporcionalidad directa entre magnitudes.

## Referencias

- Castro, E. (Ed.). (2001). *Didáctica de la matemática en la educación primaria*. Madrid: Síntesis.
- Fernández, F. (2001). Proporcionalidad entre magnitudes. En E. Castro (Ed.), *Didáctica de la matemática en la educación primaria* (pp. 533-558). Madrid: Síntesis.
- Gómez, P. (2007). *TEDS-M: Teacher Education Study in Mathematics. Estudio Internacional sobre la Formación Inicial del Profesorado de Matemáticas*. Trabajo presentado en XI Simposio de la SEIEM, Tenerife.
- Rico, L., Gómez, P. y Cañadas, C. (2009). *Estudio TEDS-M: estudio internacional sobre la formación inicial del profesorado de matemáticas*. En M. J. González, M. T. González y J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 425-434). Santander: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.
- Tatto, M. T., Schwille, J., Senk, S., Ingvarson, L., Peck, R. y Rowley, G. (2008). *Teacher Education and Development Study In Mathematics (TEDS-M): Policy, practice, and readiness to teach primary and secondary mathematics. Conceptual framework*. East Lansing, MI: Teacher Education and Development International Study Center, College of Education, Michigan State University.
- Tatto, M. T., Sharon, J. S., Senk, L., Ingvarson, L. y Rowley, G. (2012). *Policy, Practice, and Readiness to Teach Primary and Secondary Mathematics in 17 Countries. Findings from the IEA Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M)*. Amsterdam, The Netherlands: International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA).