

EL APRENDIZAJE ACTIVO COMO ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DEL CÁLCULO

Elvira G. Rincón Flores, Dora Elia Cienfuegos Zurita, Delia Galván Sánchez y María de la Luz Fabela Rodríguez
 Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, Campus Monterrey México
 elvira.rincon@itesm.mx, dcienfue@itesm.mx, delia.galvan@itesm.mx, mfabela@itesm.mx

Resumen. El proceso de enseñanza-aprendizaje del Cálculo siempre ha sido objeto de preocupación a nivel mundial, el alto índice de reprobados, la deserción escolar aunada a una enseñanza tradicional donde el alumno tiene un papel pasivo en el que debe ser disciplinado, acrítico y sumiso (Torres, 2006) son motivos suficientes para estudiar esta problemática y desarrollar estrategias didácticas resolutivas. Las investigaciones actuales acerca del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática enfatizan en la búsqueda de estrategias centradas en el aprendizaje, en donde el alumno participe activamente en la adquisición de su conocimiento (Bonwell y Eison, 1991). La presente investigación pretende comunicar las ventajas de una propuesta didáctica basada en el aprendizaje activo y la técnica de la pregunta. También se muestra un análisis estadístico comparativo entre el antes y después de la mencionada propuesta.

Palabras clave: aprendizaje activo, técnica de pregunta.

Abstract. The education-learning process in Calculus has always been a matter of concern worldwide, the deficient level of Mathematics learning and the school desertion, united to a traditional education where the students have a passive role, in that he must be disciplined and without giving opinions (Torres, 2006) are sufficient reasons for studying this problems and to develop better didactic strategies. The current researches involving the educations learning process of Mathematics emphasize the search for strategies centered on learning, where the student actively takes part on the acquisition of knowledge (Bonwell and Eison, 1991). The present research tries to communicate the advantages of the didactic strategies based on the active learning and the question technique, also the paper presents a statistical comparative analysis bases on student's grades, before and after the mentioned proposal.

Key words: active learning, question technique.

Antecedentes

A partir de 1995 la institución educativa en la cual se llevó a cabo el estudio incursionó en un proceso de rediseño educativo en el que el alumno tiene un papel más activo en su proceso de aprendizaje. Antes de ese año, la enseñanza del Cálculo se desarrollaba de forma tradicional, el alumno de manera pasiva escuchaba las explicaciones del profesor y el contenido didáctico a enseñar tenía más inclinación hacia los procesos algorítmicos y algebraicos, es decir, había una fuerte tendencia hacia el aprendizaje de una Matemática descontextualizada e irreflexiva, tal y como sucedía en Francia en la época de los 80's cuando las dificultades más evidentes en el aprendizaje del cálculo eran las asociadas a la conceptualización y a la casi nula ruptura de los modelos de pensamientos puramente algebraicos (Artigue, Douday, Moreno y Gómez, 1995), lo que llevaba, en ese momento en Francia y antes de 1995 en México, a un aprendizaje poco significativo, memorístico y superficial. Después de 1995 ante el nuevo modelo educativo, la enseñanza del Cálculo comenzó a transformarse, el alumno ya tenía un rol más activo sin embargo, los contenidos didácticos continuaban basándose en los libros de texto tradicionales que no facilitaban el rol al que se aspiraba que el alumno tuviera ni al desarrollo de las competencias

matemáticas requeridas por el entorno. Gatica, Carranza, May y Cosci (2002) desarrollaron un estudio en la Universidad de San Luis en Argentina que consistió en analizar los libros de texto tradicionalmente utilizados en el nivel superior, motivadas por la preocupación de que los estudiantes solo eran capaces de resolver algorítmicamente las derivadas y las integrales pero sin lograr una comprensión satisfactoria de los conceptos y de sus aplicaciones. Las profesoras eligieron tres libros y dentro de los resultados se destaca la enseñanza lineal del contenido, es decir, sin transferencia, el uso de un solo registro para representar el concepto de función y la inclinación hacia los problemas de registro algebraico. Duval (2000) señala que el uso de diferentes registros en la enseñanza de las matemáticas es muy positivo para el aprendizaje de las mismas, particularmente, los registros numéricos, algebraicos y gráficos, Gatica et al (2002) lo confirman “no es posible representar toda la complejidad del concepto de función en un único registro” (p. 133). Artigue et al (1995) encontró que ciertamente el Cálculo es una materia donde gran parte de la actividad Matemática se basa en competencias algebraicas pero que es necesario hacer eventuales rupturas para acceder al análisis y comprensión de los conceptos.

Ante ese escenario surgió la iniciativa de desarrollar una propuesta didáctica que fuera congruente al nuevo modelo educativo, orientada hacia el aprendizaje activo y basada en la técnica de la pregunta, que sitúa al alumno en un ambiente de construcción y reflexión, propuesta que se contempla también en el libro Cálculo Diferencial (Galván, Cienfuegos, Fabela, Rincón, Rodríguez, Romero y Elizondo, 2011). En el presente trabajo se describe la estrategia aplicada en el aula y se presenta un estudio estadístico del antes y después de utilizarla.

Referentes teóricos

Es innegable la necesidad de redirigir la enseñanza tradicional de las matemáticas hacia un modelo donde el alumno se convierta en el núcleo del proceso de enseñanza-aprendizaje (Veliz & Isaya, 2002). El desarrollo del constructivismo ha sido una pieza clave para situar al alumno en el papel de protagonista de su aprendizaje, Piaget (1986) aportó que para que hubiera un desarrollo cognitivo por parte del estudiante es necesario que construya su aprendizaje, mejor aún si se da en un entorno de interacción social. Para Hernández (2002) los piagetianos conceden un papel activo al estudiante en su proceso de aprendizaje, enfrentándolo a tareas auténticas y situadas en contextos significativos que faciliten la construcción del conocimiento, Ertmer y Newby (1993). Por ello, es de suma importancia que la enseñanza se mueva a entornos de aprendizaje activo en el que se involucre a los alumnos a hacer y a pensar en lo que están haciendo (Bonwell & Eison, 1991), de esta forma, el alumno estará involucrado en el proceso de aprendizaje y le será significativo, tal y como lo ha propuesto Ausubel (1981) destacando la importancia de un aprendizaje interactivo y no memorístico en beneficio de un aprendizaje significativo y duradero.

Margalef y Pareja (2008) realizaron un estudio a partir de tres escenarios distintos en donde se aplicaron estrategias que promueven el aprendizaje activo y encontraron que aunque resulte complejo de aceptar, una práctica basada en un aprendizaje activo, autodirigido y reflexivo son opuestas a un modelo educativo tradicional, por su parte, Mayer (2009) sostiene que cuando se tienen métodos efectivos para promover el constructivismo en el aula se estimula la actividad cognitiva en el estudiante, un mayor enfoque en los contenidos curriculares y una mejor guía por parte del profesor, en el mismo tono De Guzman (2007) comenta que la guía del profesor sin aniquilar el descubrimiento es una tarea fundamental en la enseñanza de las Matemáticas. Huber (2008) propone a la reflexión como método general del aprendizaje activo ya que lo considera un medio de creación y orientación tanto en un entorno de aprendizaje individual como social ya que “exige que se identifiquen tanto hechos centrales como preguntas abiertas respecto al objeto de aprendizaje” (p. 72) . Lozano (2005) propone que si un profesor construye preguntas efectivas, entonces el estudiante podrá valorar que son una herramienta que favorece a su aprendizaje ya que se estimula su proceso metacognitivo y por ende el aprendizaje activo.

Desarrollo

La propuesta didáctica se ha puesto en marcha desde agosto de 1995 en todos los cursos de Cálculo Diferencial para negocios y ciencias sociales de una universidad privada ubicada en Monterrey, Nuevo León, México, la cual ofrece periodos académicos semestrales. En promedio hay 8 grupos por periodo y 40 alumnos por grupo. La mayoría de los estudiantes pertenecen a un nivel socioeconómico medio-alto. Los profesores al menos cuentan con maestría y tienen más de 20 semestres de experiencia docente. La estrategia didáctica consiste en que las temáticas se aborden promoviendo la participación activa de los estudiantes mediante la técnica de la pregunta y el aprendizaje colaborativo a través de la incorporación de actividades que motiven al estudiante no sólo a resolver problemas sino a reflexionar acerca del trabajo realizado y a interpretar los resultados obtenidos. Cada unidad temática contiene situaciones relacionadas a su área de estudios o entorno y se utilizan para construir o descubrir un concepto, ver figura 1.



CONSTRUCCIÓN La siguiente tabla de datos representa una población de conejos P , como una función del tiempo t .
Analiza los datos para encontrar un patrón de comportamiento para esta función; para ello, reflexiona y contesta en las líneas lo que se pide.

t (meses)	0	1	2	3	4	5
P (número de conejos)	3	6	12	24	48	

¿La tabla dada corresponde a un modelo lineal?

¿Por qué? _____

¿Cómo crece la población de conejos? _____

¿Qué población de conejos esperas que haya para el quinto mes? _____

¿Qué hiciste para obtener la cantidad anterior?

Figura 1. Ejemplo parcial de una actividad que involucra el aprendizaje activo basado en la técnica de la pregunta (Galván et al, 2011, p. 69)

El profesor es un facilitador del aprendizaje que promueve en el alumno la reflexión, análisis, modelación, toma de decisiones, búsqueda de información, la responsabilidad individual, uso de la tecnología, socialización del aprendizaje, entre otras, mediante las actividades previamente planificadas que pueden trabajarse en forma de plenaria o en grupos colaborativos. En la figura 1 se aprecia parcialmente una de las actividades didácticas basadas en la técnica de la pregunta, dicha actividad, continúa hasta la construcción del modelo matemático y de la gráfica de la función usando tecnología lo que permite que el estudiante enfoque su atención en relacionar lo numérico, lo algebraico y lo gráfico, aspecto importante en el aprendizaje de las Matemáticas (Duval, 2000), en un entorno de aprendizaje activo.

Una vez realizada la construcción de los conceptos, los alumnos trabajan colaborativamente en situaciones didácticas con la misma metodología antes descrita. Ver figura 2.

¡A TRABAJAR! Unidad 1

Ejercicio 3  Uno de los principales contaminantes de un accidente nuclear como el de Chernobyl, es el estroncio 90, que se desintegra exponencialmente a razón continua de 2.47% al año.
¿Cuál es la vida media del estroncio 90?

Solución Primero deberás plantear la ecuación para la cantidad de contaminante como una función del tiempo.
La ecuación es: _____

Utiliza la fórmula anterior para plantear una ecuación necesaria que para obtener la vida media del estroncio 90.
¡Reflexiona!
¿En dónde se encuentra la variable que te pide?

¿Qué tienes que hacer para obtener la variable?

¡Resuélvela!

Figura 2. Ejemplo de una situación didáctica que se trabaja una vez que se construyeron los contenidos. (Galván et al, 2011, p. 100)

Fuera del aula, además de las tareas correspondientes, se han diseñado actividades para recuperar conocimientos previos y otras de investigación, ya sea para la construcción de un nuevo tema en o bien, para desarrollar actividades en el aula, ver figura 3.

¿Función lineal o exponencial? **Investigación**

Nombre: _____ Matricula: _____ Grupo: _____

¡A trabajar!

Etapas I. Investigación Bibliográfica
Investiga qué son las UDIS, para qué se utilizan, para qué y cuándo se crearon, con base en qué factores cambian su valor y las ventajas y desventajas de manejar una deuda en estas unidades. Deberás entregar un resumen de lo investigado indicando las fuentes consultadas.

Etapas II. Aplica tus conocimientos
Investiga en los diarios, en alguna institución bancaria o en Internet el valor de las UDIS durante 6 o 7 días consecutivos, deberán ser datos actuales.

Escribe una tabla de valores que exprese el valor de las UDIS en función del día.

Fecha	t (días)	V valor de los UDIS (en \$ pesos)
-------	-------------	--------------------------------------

Figura 3. Ejemplo parcial de una actividad de investigación fuera del aula. (Galván et al, 2011, p. 345)

La estrategia Aprendizaje Activo basado en la Técnica de la Pregunta, como ya se mencionó, se ha utilizado desde el 2005 a la fecha, con resultados favorables, ya que el promedio de calificaciones (73.42) de los años 1995 a 2001, periodo en el que no se utilizaba la estrategia, es menor que el promedio de calificaciones (79.11) de los años 2005 a 2011; además los porcentajes de reprobados son menores ahora que se utiliza la estrategia (17.64%) que cuando no se utilizaba (30.81%).

Con el propósito de determinar si la incorporación de la mencionada estrategia produce algún efecto sobre el rendimiento académico de los estudiantes de forma significativa, se realizó un estudio en el que se analizaron los promedios semestrales y los porcentajes de reprobados de la materia Matemáticas I (Cálculo Diferencial), en los periodos académicos enero-mayo, verano y agosto-diciembre de los años 1996 a 2002 y 2005 a 2011. Los periodos académicos comprendidos entre los años 2004 y 2005 se excluyeron del estudio debido a que en ese tiempo, solamente algunos profesores trabajaban la estrategia y no había forma de identificar los grupos. Se utilizaron un total de 21 datos para el antes (1996 a 2002) y 21 datos para el después (2005 a 2011).

Para el análisis estadístico se utilizó el software estadístico MINITAB. Se verificó si los datos correspondían a una distribución normal. De acuerdo a la cantidad de datos en la muestra (n= 21), se aplicó la prueba de bondad de ajuste Kolmogorov-Smirnov con un nivel de significancia de 5%, concluyendo que los datos si se ajustan a una distribución normal.

Tabla 1. Comparativo de promedio de calificaciones con y sin estrategia. (Datos recabados por los investigadores)

	Kolmogorov-Smirnov Prueba de Normalidad	
	Sin estrategia	Con estrategia
Promedio de calificaciones	D+ : 0.187, D- : 0.144, D : 0.187, P-Value 0.054	D+ : 0.107, D- : 0.136, D : 0.136, P-Value > 0.15
% de reprobados	D+ : 0.119, D- : 0.147, D : 0.147, P-Value > 0.15	D+ : 0.128, D- : 0.112, D : 0.128, P-Value > 0.15

Posteriormente se realizó un análisis de varianzas, se utilizó la prueba F con nivel de significancia del 5%, tanto para los promedios de calificaciones como para los porcentajes de reprobación concluyendo que las varianzas en ambos grupos son iguales. Ver tabla 2.

Tabla 2. Resultados de la prueba F y Levene (Datos recabados por los investigadores)

	Prueba F	Prueba de Levene
Promedio de calificaciones	Test Statistic: 0.790 P-Value : 0.603	Test Statistic: 0.018 P-Value : 0.893

% de reprobados	Test Statistic: 2.301 P-Value : 0.069	Test Statistic: 1.641 P-Value : 0.208
-----------------	--	--

Una vez confirmado que las muestras de promedios de calificaciones se ajustan a una distribución normal con varianzas desconocidas pero iguales se procedió a probar la diferencia de medias utilizando una prueba t-student con $\alpha = 5\%$, cuyos resultados permiten concluir que la diferencia en las medias de calificaciones es estadísticamente significativa. Ver tabla 3.

Tabla 3. Resultados de la prueba T (Datos recabados por los investigadores)

	Prueba T
Promedio de calificaciones	T-Test of difference = 0 (vs not =): T-Value = -4.98 P-Value = 0.000 DF = 39

Por último se realizó una prueba para comparar las proporciones de los porcentajes de alumnos reprobados en los grupos que no llevaron la estrategia $p(1)$ y los que sí la llevaron $p(2)$; se utilizó una prueba Z para dos proporciones con $\alpha = 5\%$, obteniéndose que la diferencia de los porcentajes de reprobados en ambos grupos es estadísticamente significativa. Además se realizó una prueba Z unilateral con la que se confirmó que el porcentaje de alumnos reprobados en los grupos que no llevaron la estrategia es mayor que el porcentaje de alumnos reprobados en los grupos que sí la llevaron.

Tabla 4. Prueba Z para dos proporciones (Datos recabados por los investigadores)

	Prueba Z para dos proporciones
% de reprobados	Test for $p(1) - p(2) = 0$ (vs not = 0): $Z = 23.30$ P-Value = 0.000 Test for $p(1) - p(2) = 0$ (vs > 0): $Z = 23.30$ P-Value = 0.000

Conclusiones

La incorporación de la estrategia *Aprendizaje Activo basado en la Técnica de la Pregunta* en los cursos de Cálculo Diferencial (Matemáticas I), especialmente en el área de negocios y ciencias sociales, ayuda a mejorar el promedio de calificaciones y a reducir el porcentaje de reprobados en forma estadísticamente significativa. En cuanto al proceso de aprendizaje, se ha observado a lo largo de este tiempo, que el alumno tiene una presencia activa durante las clases en cuanto al hacer y al pensar a través de la construcción de su aprendizaje y a partir de situaciones relacionadas a su área de especialidad, lo que favorece a que su aprendizaje sea significativo, (Ausubel, 1981). Cabe mencionar que al incluir esta estrategia para trabajar los contenidos del curso de Cálculo Diferencial, se ha mantenido tanto el nivel de exigencia, como la calidad académica, además la evaluación final continúa siendo departamental, lo que ha cambiado es la

forma en que se abordan los contenidos ya que se enfatiza no sólo en el qué, sino en el cómo, por qué y para qué de lo que se aprende, por lo que se recomienda utilizar la estrategia Aprendizaje Activo basado en la Técnica de la Pregunta en otros cursos, no solamente en los cursos de ciencias básicas.

Referencias bibliográficas

- Ausubel, P. (1981). *Psicología Educativa*. Distrito Federal, México: Trillas.
- Artigue, M., Douday, R., Moreno, I. & Gómez, P.(1995). *Ingeniería didáctica en educación matemática*. Bogotá, Colombia: Grupo Editorial Iberoamericano.
- Bonwell, Ch. & Eison, J. (1991). *Active learning: Creating excitement in the classroom*. ERIC Document Reproduction Service No. ED340272.
- De Guzmán. (2007). Enseñanza de las ciencias y Matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*, (43), 19-58.
- Duval, R. (2000). *Basic issues for research in Mathematics education*. ERIC Document Reproduction Service: No. ED466737.
- Ertmer, P., & Newby, T. (1993). Behaviorism, cognitivism, constructivism: Comparing critical features from an instructional design perspective. *Performance Improvement Quarterly*, 6 (4): 50-72.
- Galvan, D., Cienfuegos, D., Romero, J., Fabela, M., Rincón, E., Elizondo, I. & Rodriguez, A. (2011). *Cálculo Diferencial, un enfoque constructivista*. Distrito Federal, México: Cengage Learning.
- Gatica, N., Carranza, M., May, G. & Cosci, A. (2002) El concepto de función en los libros de texto universitarios. En C. Crespo Crespo (Ed), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 15 (1), 132-137. México: Grupo Editorial Iberoamericana.
- Hernández G. (2002). *Paradigmas en psicología de la educación*. Distrito Federal, México: Paidós.
- Huber, G.L. (2008). Aprendizaje activo y metodologías educativas. *Revista de Educación*, (Número extraordinario), 59-81.
- Margalef, L. & Pareja, N. (2008). Un camino sin retorno: estrategias metodológicas de aprendizaje activo. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 22(3), 47-62.
- Mayer, R. (2004). Should there be a three-strikes rule against pure discovery learning? *American Psychologist*, (59), 14-19.

Piaget, J. (1986). *Psicología y Pedagogía*. Distrito Federal, México: Ariel.

Lozano, A. (2005). *El éxito en la enseñanza, aspectos didácticos de las facetas del profesor*. Distrito Federal, México: Trillas.

Torres, J. (2006). *La desmotivación del profesorado*. Madrid, España: Morata.

Veliz, M. & Isaya, I. (2002). La autorregulación: un recurso metacognitivo en el aprendizaje del cálculo. En C. Crespo Crespo (Ed), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 15 (2), 675-680. México: Grupo Editorial Iberoamericana.