

## CARACTERIZACIÓN DE UN BANCO DE PRUEBAS PARA LA ENSEÑANZA DE ECUACIONES DIFERENCIALES

Felipe Santoyo Telles, Miguel Ángel Rangel Romero, Karla Liliana Puga Nathal y Eliseo Santoyo Teyes  
 Centro Universitario del Sur de la Universidad de Guadalajara México  
 Instituto Tecnológico de Cd. Guzmán Jalisco  
 Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios 226 de Cd. Guzmán Jalisco  
 santf22@hotmail.com, karlalpn4@hotmail.com, esantoyo25@hotmail.com

**Resumen.** Se expone la construcción de un banco de pruebas que permite generar información sobre el flujo de partículas sólidas, con la intención de modelar procesos tecnológicos en el curso de Ecuaciones Diferenciales. El dispositivo permite trabajar a nivel experimental con características de las partículas, características del fluido y condiciones de operación del sistema, a fin de motivar a los alumnos para que obtengan un vínculo entre las funciones matemáticas construidas y su aplicación, elaborando un planteamiento teórico de un modelo de descarga y corroborando los resultados previstos por el modelo con los resultados reales del proceso medidos en físico.

**Palabras clave:** ecuaciones diferenciales, modelación, banco de pruebas

**Abstract.** It describes the construction of a test bed that can generate information on the flow of solid particles, with the intention of modeling technological processes in the Differential Equations course.

The device allows do work experimental with particle characteristics, fluid characteristics and operating conditions of the system, in order to motivate students to do a link between mathematical functions and their application by developing a theoretical approach discharge model and corroborating the results predicted by the model with the actual results measured in physical process.

**Key words:** differential Equations, modeling, test bed

### Introducción

El curso de ecuaciones diferenciales en México, forma parte del área de formación básica obligatoria en el plan de estudios de las Ingenierías, tiene como finalidad calcular variaciones de diferentes magnitudes que modelan múltiples fenómenos, sin embargo, en la cotidianidad de los centros educativos y a pesar de las múltiples reformas impulsadas –en particular el trabajo en base a competencias– se observa en las aulas la utilización de problemas descontextualizados, el énfasis en la resolución de algoritmos y profesores que abusan de la exposición, por señalar solo algunos de los problemas que se identifican al momento de la enseñanza de las Ecuaciones Diferenciales.

La contextualización de las situaciones de aprendizaje adquiere gran importancia para lograr aprendizajes significativos, parafraseando a Díaz Barriga (2006), los educandos viven un fuerte divorcio entre el mundo de la escuela y el de la vida, una alternativa pedagógica que permite superar dicha ruptura de significación es la contextualización permanente de los contenidos a partir de los intereses de los jóvenes. Respecto a las competencias, señala González (2006) que el desarrollo de éstas, conlleva la realización de experiencias de aprendizaje que permitan articular conocimientos, habilidades y actitudes en contextos específicos, para lograr aprendizajes más complejos.

De acuerdo con Ausubel (1990), aprendizaje Significativo es aquel que implica más que asociaciones memorísticas una organización de conceptos y esquemas; propiciando que la información dure más tiempo, facilite nuevos aprendizajes, pueda relacionarse con contenidos previos y producir además cambios profundos. Un profesor que pretenda lograr aprendizajes significativos en sus estudiantes deberá hacer énfasis en los procesos de pensamiento y de aprendizaje, resaltando ventajas tales como la actividad de los estudiantes, motivación y un auténtico acercamiento hacia la adquisición de procesos transferibles a otros contextos, es en este sentido que la presente propuesta toma especial importancia, dado que pretende no sólo la manipulación algebraica, sino la aplicación en diversos contextos reales (simulados físicamente), permitiendo al estudiante la manipulación de los objetos tanto físicos como abstractos.

Se trata de matematizar la realidad, es decir, transitar del fenómeno físico a la representación abstracta en términos de cantidades, luego, manipular la representación abstracta para arrojar luz sobre el comportamiento físico o sea, sobre la realidad. Matematizar según Alsina (2007), es el proceso de trabajar la realidad a través de ideas y conceptos matemáticos, debiéndose realizar dicho trabajo en dos direcciones opuestas: a partir del contexto deben crearse esquemas, formular y visualizar los problemas, descubrir relaciones y regularidades, hallar semejanzas con otros problemas..., y trabajando entonces matemáticamente hallar soluciones y propuestas que necesariamente deben volver a proyectarse en la realidad para analizar su validez y significado.

Douady refiere que:

un alumno tiene conocimientos de matemáticas, si es capaz de provocar su funcionamiento como herramientas explícitas en los problemas que deben resolver, haya o no indicadores en la formulación, y si es capaz de adaptarlos cuando las condiciones habituales de empleo no son exactamente satisfechas, para interpretar los problemas o plantear cuestiones a su respecto (1993, p.5).

Así pues, es deseable la promoción de un aprendizaje significativo a partir de la reflexión profunda sobre el concepto y no el mero tratamiento como una herramienta instrumental. Con relación a lo anterior Godino y Recio (1998) apuntan, que el significado se desprende de las acciones que el estudiante ejecuta sobre los objetos matemáticos, a las que denominan “prácticas prototípicas significativas”.

### Marco Teórico

Cuando los científicos explican, lo hacen relacionando cosas entre sí y las relaciones que utilizan no están dadas son el resultado de sus propias abstracciones, de las operaciones mentales que ejecutaron para combinar lo que habían observado, en matemáticas, para nombrar a una parte de

estas relaciones entre variables se ha construido el concepto de función, el término *función* se ha definido como una regla de correspondencia que asocia a cada elemento de un conjunto “A” llamado dominio con uno y sólo un elemento de un conjunto “B” llamado contradominio, cabe decir que los elementos del conjunto A y B son variables y que las ecuaciones diferenciales son aquellas que relacionan a una función y una o más de sus derivadas, Zill (2002).

De acuerdo con Piaget (1971, p. 27) “Las funciones esenciales de la mente consisten en comprender y en inventar, en otras palabras, en construir estructuras por medio de la estructuración de la realidad...” En matemáticas generalmente tales estructuras –también pueden ser conceptos– se elaboran o construyen a lo largo de mucho tiempo, años o décadas, y pueden perdurar también por mucho tiempo, cientos o miles de años, tal es el caso por citar un ejemplo, del “teorema de Pitágoras” u otros conceptos más recientes “La derivada de una función” o “Ecuaciones diferenciales” o el mismo concepto de “función”.

Piaget reconoce el hecho de que los observadores elaboran sus explicaciones en términos de conceptos que fueron construidos por ellos mismos y fue el primero en proceder sobre la afirmación de que nuestras ideas son creaciones individuales (y que su compatibilidad mutua con las de otros tiene que ser conseguida por la interacción social), “Pienso que todas las estructuras se construyen y que el hecho fundamental es ese desarrollo de la construcción. Nada está dado al comienzo, salvo algunos puntos limitados sobre los que se apoya el resto. Las estructuras no están dadas por adelantado ni en la mente humana ni en el mundo externo, tal como lo percibimos o lo organizamos. (Piaget, 1977b, p. 63) ”.

Según Glasersfeld (1997, p.4), “Aunque Piaget siguió una manera de pensar puramente biológica, ella lo condujo a una teoría del conocimiento que es perfectamente compatible con la de los físicos modernos. Ambos reconocen que las estructuras conceptuales que consideramos como “conocimiento” son los productos de conocedores activos que dan forma a su pensamiento para ajustar las restricciones que experimentan. (Nótese que los experimentos en física no pueden proveer un acceso privilegiado a la realidad, ellos meramente representan ingeniosas experiencias controladas)”.

Es en este sentido que el presente trabajo propone la construcción de un banco de pruebas para generar datos empíricos (a partir de experiencias controladas) que puedan ser luego representados a través de ecuaciones diferenciales, o bien de modo inverso, dadas las ecuaciones diferenciales, verificar que realmente cumplan el propósito de modelar una situación pretendida. Se trata de matematizar situaciones del interés profesional del alumno.

En el modelo de Piaget, comentado por Glasersfeld (1997), el conocimiento tiene que ser visto como una colección de esquemas de acción y modelos de pensamiento que nos permiten vivir y movernos en el mundo tal como lo experimentamos, en este sentido las ecuaciones diferenciales modelan una extraordinaria cantidad de fenómenos en las distintas áreas de la ciencia y la tecnología, de ahí que su estudio reviste una gran importancia en diversas áreas de la ingeniería.

Diversos autores, –entre otros– Woolfolk (1996), Moreno (1998), García (2006), Serulnicov (2010), señalan que de acuerdo con la Epistemología Genética desarrollada por Piaget, el aprendizaje tiene lugar bajo dos principios fundamentales, “asimilación y acomodación”, la asimilación de un objeto o una situación comporta una interpretación, la cual es necesaria para hacer admisible el objeto a fin de ser procesado por la estructura cognitiva, el resultado de este proceso es una forma de conocimiento que no es resultado de “copiar” el dato externo (la realidad) tal como se nos presenta a los sentidos, el supuesto fundamental es que los seres humanos construyen, a través de la experiencia, su propio conocimiento, y no simplemente reciben la información procesada para comprenderla y usarla de inmediato; el conocimiento es el resultado de una construcción incesante “a partir del mundo de nuestras experiencias”, es de hacer notar la importancia central que tiene la experiencia –acción– del sujeto cognoscente con el objeto cognoscible en este paradigma.

En la teoría Piagetiana de la cognición se pueden reconocer tres principios básicos: La mente primariamente asimila, esto es percibe y categoriza la experiencia en términos de lo que ya es conocido, luego, sólo si el resultado de este proceso causa una alteración y crea una perturbación, se inicia una revisión que puede conducir a una acomodación. Por así decirlo, puede propiciar el cambio en una estructura existente o la formación de una nueva. Este segundo principio provee un mecanismo para el aprendizaje y debería entonces ser de interés para toda clase de maestros. El tercer principio piagetiano es aquel de la abstracción reflexiva. Lo que requiere es una mente activa que sea capaz de reflexionar sobre lo que percibe y sobre sus propias operaciones.

Se reconoce que el conocimiento siempre es un estado transitorio de un proceso, conocer es asimilar, lo cual no es copiar; asimilar es ante todo interpretar, dar significado, a una experiencia nueva a partir de lo que en ese momento, sean los esquemas cognitivos del sujeto. Un esquema cognitivo puede ser un concepto o un patrón de acción, en un esquema siempre está presente un mecanismo de reconocimiento, y cierta expectativa sobre los resultados esperados por la activación del esquema, si los resultados obtenidos son compatibles con los esperados, entonces dicho esquema se hace más estable; más confiable, pero puede ocurrir que, frente a una nueva situación un esquema no responda adecuadamente, entonces, el esquema cognitivo se

desequilibra y surge la necesidad de responder a la perturbación, esto se logra mediante la modificación del esquema en cuestión, esto es la acomodación, dando lugar a la re-equilibración del sistema. Así, se puede observar que el aprendizaje consiste en la consolidación de los esquemas cognitivos (patrones de acción, conceptos, teorías, etc.) y en la generación de otros nuevos a partir de los desequilibrios existentes, una vez que éstos resultan insuficientes para abordar nuevas tareas.

La resolución de problemas, representa sin duda, una de las mejores opciones de que puede disponer un profesor que pretenda lograr aprendizajes significativos en sus estudiantes, haciendo énfasis en los procesos de pensamiento y de aprendizaje y logrando resaltar ventajas tales como la actividad de los estudiantes, motivación y un auténtico acercamiento hacia la adquisición de procesos transferibles a diversos contextos.

De acuerdo con Piaget et al. (1977), el planteamiento del problema y su estructura específica, posibilita que se generen conflictos cognitivos que el estudiante intentará asimilar a partir de los esquemas que posee; es decir, tratará de resolver el problema utilizando para ello los conocimientos y recursos que tiene, de ser necesario, su esquema cognitivo se modificará para acomodar la situación a la que se enfrentó.

Se ha señalado ya que conocer es asimilar, lo cual no es copiar; asimilar es ante todo interpretar, dar significado, a una experiencia nueva en este sentido es que se propone construir un banco de pruebas que permita transferir diversas situaciones problema del mundo físico a un escenario matemático que permita a los alumnos la manipulación de éstas en un plano matemático y luego la verificación de que los modelos abstractos (matemáticos) construidos permiten la predicción del comportamiento físico del fenómeno modelado, bajo ciertas restricciones. Se dijo también que un esquema cognitivo puede ser un concepto o un patrón de acción, de tal modo que al actuar sobre los objetos de conocimiento, (obsérvese que en un esquema está presente un mecanismo de reconocimiento y siempre conlleva acción, la acción siempre precede al conocimiento), las acciones que se promueven deben llevar al sujeto en dos direcciones; reafirmar algo que ya sabe o bien a reestructurar sus esquemas y dar significado a una experiencia nueva a partir de lo que en ese momento sean sus esquemas cognitivos, de tal modo que el conocimiento es al mismo tiempo, resultado, punto de partida y proceso.

Se dijo que el aprendizaje consiste en la consolidación de esquemas cognitivos (patrones de acción, conceptos, teorías, etc.) y en la generación de otros nuevos a partir de los desequilibrios generados, una vez que los esquemas iniciales resultan insuficientes para abordar nuevas tareas, así, resulta vital para el éxito de esta propuesta que las situaciones problema diseñadas garanticen

la necesidad de resolver tal situación problema con el abordaje de un esquema que se ha llamado ecuaciones diferenciales, para ello se promueven actividades –en el banco de pruebas– que propicien un acercamiento (interacción) gradual e inevitable al objeto-esquema cognoscible, tales acciones darán lugar a una inevitable desequilibración que lleve al alumno a una construcción y consolidación gradual del concepto “Ecuaciones Diferenciales”.

La disposición del alumno para aprender es importante, por lo cual los problemas se relacionan con su realidad inmediata, considerando que si les encuentra sentido y aplicación práctica, entonces, le serán más atractivos, y perduraran en sus estructuras por más tiempo.

### Propuesta

El dispositivo está proyectado para ser constituido por un alimentador de sólidos construido en acero inoxidable, con base cónica y salida hacia un tubo de acrílico transparente de 0.04 m de diámetro, el cual está conectado directamente a la válvula-S construida con tubo de acrílico transparente de 0.04 m de diámetro. La válvula-S trabaja con aire comprimido como fluido pulsante; las pulsaciones serán reguladas mediante el uso de una válvula solenoide.

El sistema completo lo integrarán también, el suministro de aire comprimido, un filtro de humedad de donde se derivan dos líneas: la primera conectada a un regulador de presión, seguido de una válvula solenoide de dos vías ON/OFF, que a su vez está conectada a un temporizador (con una exactitud del ajuste de un  $\pm 5\%$ , error establecido por el fabricante), un rotámetro de escala de 0 a 0.15 m<sup>3</sup> y, finalmente, una boquilla conectada a la válvula-S; la segunda línea, que también tiene su regulador de presión y rotámetro, suministra aire al tanque alimentador de sólidos para tener la opción de trabajar el sistema a una presión mayor a la atmosférica.

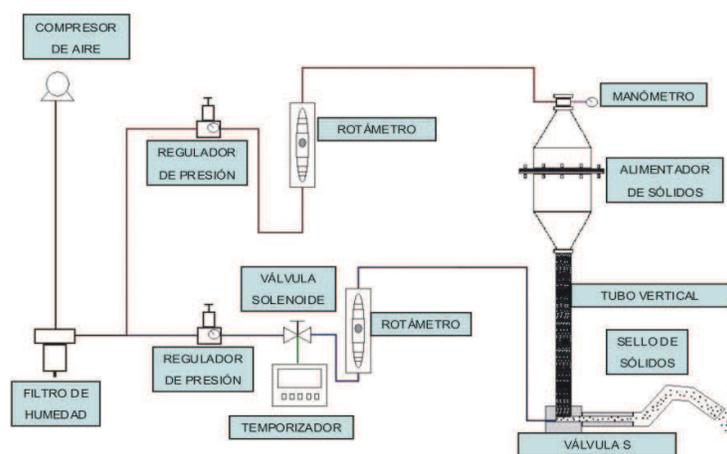


Figura 1: Diagrama del banco de pruebas utilizado en la experimentación

El sistema completo contiene además una válvula solenoide y un temporizador, contiene una entrada de gas en el tubo horizontal, en el extremo opuesto al sello de sólidos, el cual se usa para controlar neumáticamente el flujo de sólidos. Todos estos componentes se muestran en el diagrama del equipo utilizado para la experimentación y mencionado en el apartado anterior (figura 1).

#### Válvulas utilizadas

Una válvula-S completa consiste de un tubo vertical, un tubo horizontal y un sello de sólidos (figura 2).

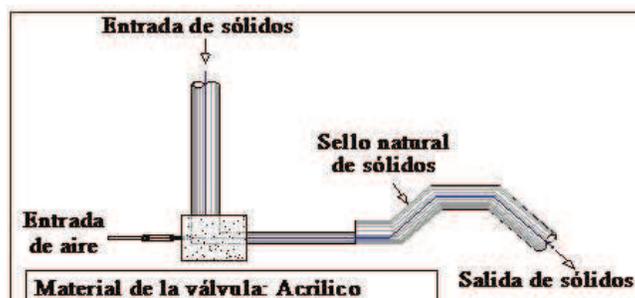


Figura 2: Diagrama de una válvula S.

#### Reflexiones finales

En este trabajo se expone la incorporación de un dispositivo –banco de pruebas– que permite generar información sobre el flujo de partículas sólidas con la intención de modelar procesos tecnológicos en el curso de Ecuaciones Diferenciales. Cabe señalar que de igual modo se podrían construir otros dispositivos a fin de modelar diversas situaciones del mundo cotidiano, por ejemplo, flujos de diversos líquidos, gases, concentraciones de soluciones, etc.

También se visualiza la posibilidad de simular a partir de software (Mathematica, math Lab, u otros), situaciones problema del mundo profesional de los alumnos, lo cual permite acercar al estudiante de modo más concreto (con las ventajas ya señaladas) hacia la manipulación del objeto de conocimiento que se pretende sea recreado y asimilado por ellos mismos bajo la tutela del profesor.

#### Referencias bibliográficas

- Alsina, C. (2007). Si Enrique VIII tuvo 6 esposas, ¿cuántas tuvo Enrique IV? El realismo en educación matemática y sus implicaciones docentes. *Revista Iberoamericana de educación*, 43, 85-10.
- Ausubel, D. y Novak. J. (1990). *Psicología educativa*. México: Trillas.

- Díaz Barriga, F. (2006). "Enseñanza situada", *vínculo entre la escuela y la vida*. México: McGraw Hill.
- Douady, R. (1993). Juegos de marcos y dialéctica herramienta-objeto. *Didáctica de las Matemáticas (Escuela Francesa)*. México: Cinvestav- IPN
- Godino, J. y Recio, A. (1998). Un modelo semiótico para el análisis de las relaciones entre pensamiento, lenguaje y contexto en educación matemática. En A. Olivier y K. Newstead (Eds.). *Proceedings of the 22th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp.1-8). University of Stellenbosch. South Africa.
- González Casanova, P y Marcos, R., (2006). *La Formación de conceptos en ciencias y humanidades*. México: Siglo XXI.
- Moreno, A. (1998). La enseñanza de la matemática: Un enfoque constructivista. En: *Piaget en la educación. Debate en torno a sus aportaciones* (pp. 165-193). México: Paidós Educador.
- Moreno, M. (2005). El papel de la didáctica en la enseñanza del cálculo. Evolución, estado actual y retos futuros. En A. Maz, B. Gómez y M. Torralba (Eds.), *IX Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*. (pp. 81-96). Córdoba, España: Universidad de Córdoba.
- Piaget, J. (1971). *Science of education and the psychology of the child*. New York: Viking Press (Francés: *Psychologie et pédagogie*, 1969).
- Piaget, J. (1977). Prólogo. En J.C. Bringuier, *Conversaciones libres avec Jean Piaget*. Paris: Editions Laffont.
- Piaget, J., Inhelder, B., García, R., y Vonèche, J. (1977). *Epistémologie génétique et équilibration*. Neuchatel-Paris-Montréal, Delachaux & Niestlé.
- Serulnicov, A., y Suárez, R. (2010). *Jean Piaget para principiantes*. Argentina: Era Naciente SRL.
- Von Glaserfeld, E. (1997). *Homage to Jean Piaget (1896-1980)*. Home: Ecology of mind. Recuperado el 3 de mayo de 2005 de <http://www.oikos.org/Piagethom.htm>
- Woolfolk, A. (1996). *Psicología Educativa*. México: Prentice-Hall Hispanoamericana, S.A.
- Zill, D. (2002). *Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelado*. México: International Thomson Editores.