

AUTORREGULANDO EL APRENDIZAJE DEL CÁLCULO

Patricia Villalonga de García, Susana González de Galindo, Susana Mercau de Sancho y Marta Marcilla
 Universidad Nacional de Tucumán
 pvillalonga@fbqf.unt.edu.ar, sgalindo@fbqf.unt.edu.ar, s_mercau@yahoo.com.ar, mmarcill@yahoo.com.ar

Resumen. En el Proyecto “Estrategia didáctica que valoriza la regulación continua del aprendizaje en aulas multitudinarias de Matemática”, se construyeron criterios orientadores del desarrollo metacognitivo, derivados de teorías cognitivas. Se utilizaron los instrumentos, diario del profesor, cuestionario a alumnos y exámenes para verificar si la estrategia favoreció tales criterios.

Este trabajo analiza los resultados de la implementación de una evaluación formativa para valorar el desarrollo de las habilidades: recodificar, interpretar y controlar. Fue bajo el porcentaje de alumnos con grado de desarrollo alto en las dos primeras habilidades. El 100% realizó el control de errores. Faltaría triangular todas las evidencias.

Palabras clave: estrategia didáctica, habilidades matemáticas, autorregulación.

Abstract. Guided criteria of metacognitive development derived from cognitive theories were elaborated in the project “Didactic strategy that values the continuous regulation of learning in massive classes of Mathematics”. The instruments used were the teacher’s notebook, questionnaires to students and tests to check if the strategy favored such criteria.

In this work the result of the implementation of a formative evaluation was analyzed in order to value the development of the following skills: recode, interpret and control. It showed that the percentage of students with a high development grade in the first two skills was low. The 100% of them did the control of mistakes. What is missing would be to triangulate all the evidences.

Key words: teaching strategy, math skills, self-regulation

Introducción

Los docentes de Matemática I, asignatura del primer cuatrimestre de primer año de una Facultad de ciencias, se enfrentan a problemas generados por aulas masivas. El exceso de contenidos del currículo lleva a conceder en las clases escaso tiempo a la reflexión y al diálogo. En relación al lenguaje matemático, se aprecian dificultades con el significado y uso correcto de los símbolos. En el año 2010 los estudiantes eran alrededor de 400, siendo la relación docente alumno 1/80 en clases prácticas y 1/400 en clases teóricas. Las evaluaciones, realizadas mediante pruebas de papel y lápiz, se implementaron mediante tres pruebas parciales y un examen final integrador. Todos estos problemas constituyeron un obstáculo para la adquisición de aprendizajes significativos e influyeron en la calidad de la enseñanza y evaluación del aprendizaje. Intentando dar solución a esta problemática se viene trabajando desde el año 2008 en el Proyecto: “Estrategia didáctica que valoriza la regulación continua del aprendizaje en aulas multitudinarias de Matemática”, aprobado por el Consejo de Investigaciones de la Universidad Nacional de Tucumán.

En trabajos anteriores se identificaron una serie de criterios que orientan el desarrollo metacognitivo de la Matemática. Los mismos fueron derivados del marco teórico elaborado y se constituyeron en referentes para este Proyecto. Se elaboró y validó un material curricular con una serie de estrategias didácticas para desarrollar en el aula la unidad: *Limite de una función*. Para evaluar globalmente la estrategia se recogió información mediante: encuestas a docentes y alumnos, registros del diario del profesor y análisis de las actividades matemáticas realizadas

(González de Galindo y Villalonga de García, 2010; Villalonga de García, González de Galindo y Mercau de Sancho, 2014; Villalonga de García, González de Galindo y Mercau de Sancho, 2012; González de Galindo, Villalonga de García, Marcilla y Holgado de Mejail, 2012; González de Galindo, Holgado de Mejail y Villalonga de García, 2013).

Este trabajo presenta los resultados de la implementación en el aula, de un instrumento destinado a autorregular el aprendizaje de los estudiantes

Marco teórico

En un trabajo anterior se construyó un modelo guía para construir actividades matemáticas que promuevan la autorregulación y favorezcan el desarrollo de la metacognición (Villalonga de García, González de Galindo y Mercau de Sancho, 2012). Se identificaron los siguientes criterios orientadores:

El docente en sus clases debe desarrollar actividades matemáticas que:

Criterio 1: revisen el grado de alcance de los prerrequisitos de aprendizaje e ideas previas. *Criterio 2:* favorezcan la comunicación de los objetivos. *Criterio 3:* promuevan la conexión entre contenidos. *Criterio 4:* desarrollen la flexibilidad para expresar contenidos matemáticos empleando distintos sistemas de representación semiótica: verbal, simbólico o gráfico. *Criterio 5:* desarrollen la potencia matemática del estudiante (NCTM, 1995). *Criterio 6:* aprovechen el error para promover el aprendizaje. *Criterio 7:* permitan apreciar la utilidad de la Matemática en la vida diaria y en las ciencias. *Criterio 8:* ayuden a tomar conciencia de los logros alcanzados en el aprendizaje. *Criterio 9:* favorezcan la apropiación de los criterios de evaluación. *Criterio 10:* fomenten la interacción social en el aula. *Criterio 11:* promuevan una actitud positiva hacia la Matemática.

Referentes teóricos considerados para el análisis de la tarea desarrollada por los estudiantes

Para el estudio del desarrollo de los ítems del instrumento de evaluación formativa, motivo de la tarea de los estudiantes, se consideró el concepto de *Sistema Básico de Habilidades Matemáticas*. Según Talízina (1989) no es posible separar el saber del saber hacer, dado que siempre saber, es saber hacer algo; no puede haber un conocimiento sin una habilidad, sin un saber hacer. Atendiendo a esta premisa, Hernández definió el *Sistema Básico de Habilidades Matemáticas*, posteriormente ampliado, a través de las cuales es posible resolver problemas matemáticos en su acepción amplia. Este sistema está conformado por las siguientes habilidades: *Definir, Demostrar, Identificar, Interpretar, Recodificar, Graficar, Algoritmizar, Calcular, Modelar, Comparar, Resolver, Aproximar, Optimizar y Controlar* (Hernández Fernández et al, 2001).

El conjunto de los procedimientos generales matemáticos se presenta como una totalidad imprescindible para el trabajo con la Matemática y sus modelos, constituyendo un sistema de naturaleza jerárquica. Así, cada procedimiento o combinación de ellos, puede ser considerado como un sistema.

Metodología

El *objetivo* de este trabajo es presentar los resultados de la implementación en el aula de un instrumento destinado a realizar evaluación formativa y autorregular el aprendizaje.

En un trabajo anterior se presentó el diseño y validación mediante juicio de expertos, de tal *instrumento* (González de Galindo y Villalonga de García, 2010). Presentaba la gráfica de una función y 5 proposiciones (Apéndice). El alumno debía analizarlas y contestar si existía error en base a la inspección de la gráfica. Si lo encontraba, debía explicar en qué consistía y escribir la proposición correcta. Con esta tarea se pretendía evaluar si el alumno: a) tenía flexibilidad para interpretar gráficamente entes matemáticos expresados en lenguaje simbólico; b) identificaba gráficamente el valor de los límites laterales de una función en un punto; c) entendía la condición de existencia del límite de una función en un punto; d) advertía que el valor del límite de una función en un punto no depende del valor de la función en ese punto; e) reconocía que un salto en un punto de la gráfica de una función implicaba la no existencia del límite de la función en ese punto; f) tomaba conciencia de los errores cometidos y la manera de enmendarlos.

El trabajo en el aula se desarrolló así: Los alumnos resolvieron la situación planteada, en forma individual y anónima. Luego cada estudiante intercambió su producción con un compañero. Intercambiadas las producciones, el docente explicó, en la pizarra, cada apartado de la actividad, brindando los criterios de corrección. Terminada la instancia de co- evaluación, cada protocolo volvió a su dueño, para que reflexionara sobre sus errores y luego escribiera un texto explicitando el origen de su error. Finalmente todos los protocolos se entregaron al docente (González de Galindo y Villalonga de García, 2010).

Para analizar los protocolos de los estudiantes se tomó una *muestra* aleatoria sistemática de 69 alumnos.

Marco teórico metodológico

Para sistematizar el análisis de los protocolos de los estudiantes se siguieron los principios teóricos metodológicos que se presentan muy sintetizados a continuación (Samaja, 2003).

Dado que todo objeto real de investigación en ciencias sociales posee un gran número de atributos, relaciones y contextos, es necesario que el indagador, en base a modelos preexistentes

al acto investigativo (consecuencias de la historia personal, intuiciones, experiencia y circunstancias, o sea la *preconcepción modelizante*, efectúe una reducción de su complejidad explicitando qué aspectos relevantes de sus componentes tendrá en cuenta y qué *procedimientos* concretos usará para llevar a cabo su descripción. Es decir, debe construir un *objeto modelo*. El denominado *objeto modelo*, queda delimitado por los distintos tipos de unidades de análisis escogidas para la investigación, mediante la aplicación del conjunto de *variables* que se seleccionen para describir el objeto real de la indagación, propio de cada tipo de *unidad de análisis* (Samaja, 2003).

Metodología para analizar los protocolos de los estudiantes

El estudio realizado fue de tipo descriptivo. Se escogió como *unidad de análisis* la respuesta al ítem. La *variable* considerada relevante se denominó *Desarrollo de habilidades*. Las *dimensiones* consideradas fueron: *Recodificar*, *Interpretar* y *Controlar*.

Definición conceptual de la variable *Desarrollo de habilidades* y de sus dimensiones

1. *Desarrollo de habilidades*: grado alcanzado por el estudiante en el desarrollo de las habilidades matemáticas consideradas como una totalidad.

Las *dimensiones* estudiadas para esta variable fueron:

- 1.1. *Recodificar*: “transferir la denominación de un objeto de un lenguaje matemático a otro” (Delgado, 2001, p. 74).
- 1.2. *Interpretar*: “atribuir significado a una expresión matemática, la que adquiere sentido en función del propio objeto matemático o del fenómeno real que se trate” (Delgado, 2001, p. 73).
- 1.3. *Controlar*: “Monitorear, evaluar y regular un conjunto de informaciones con relación a objetivos prefijados, a los efectos de tomar decisiones en el abordaje y resolución de un problema” (Hernández Fernández et al, 2001, p. 113).

Evaluación del *desarrollo de habilidades matemáticas*

Para evaluar la variable *Desarrollo de habilidades matemáticas* en el alumno se siguió el siguiente procedimiento:

- a) Listado de los errores cometidos por los estudiantes en la prueba.
- b) Evaluación del grado de desarrollo alcanzado por cada alumno en las habilidades *Recodificar* e *Interpretar*.

Se construyó un indicador *I* para obtener una medida del grado de desarrollo (GD) alcanzado en las habilidades *Recodificar* e *Interpretar*. Para ello se analizó en cada protocolo el desarrollo de cada

ítem. Si la recodificación efectuada era correcta se asignaba el valor uno a la variable *Recodificar*, de lo contrario se asignaba el valor cero. Para cada alumno, se definió el indicador *I* promediando los valores asignados a la variable *Recodificar* en los cinco ítems de la prueba. De igual manera se procedió para valuar la variable *Interpretar*. El GD de cada habilidad se midió en escala ordinal y se consideró: GD Bajo si: $0 \leq I \leq 0,3$; GD Mediano si: $0,3 < I < 0,7$ y GD Alto si: $0,7 \leq I < 1$. De esta manera, *I* resultó ser un indicador normalizado entre cero y uno: $0 \leq I \leq 1$.

c) Evaluación del grado de desarrollo alcanzado en la habilidad *Controlar*

Se analizaron las respuestas a la pregunta abierta: “Si encuentras error, explica cuál es y escribe la afirmación correcta”. Siguiendo a Taylor y Bogdan (1987) se realizó el siguiente tratamiento de los datos articulado sobre la comprensión de los mismos y rastreo de sentido buscando las dimensiones fundamentales en los hechos descriptos:

- ❖ *Lectura cuidadosa y relectura de las respuestas*, con el objetivo de dejarse impregnar por la información para identificar tendencias relevantes.
- ❖ *Delimitación de los temas*, derivados de manera inductiva, a partir de las tendencias detectadas.
- ❖ *Determinación de nuevas dimensiones de estudio*, apoyándose en los temas delimitados y en el marco teórico y experiencia de las docentes.
- ❖ *Codificación de todos los datos*. La asignación de los datos al sistema resultante de dimensiones encerró una vertiente interpretativa. Una lectura atributiva permitió asignar cada registro escrito por el alumno a una de ellas, recurriendo a un sistema de identificación que hizo rápida y fácil la siguiente fase.
- ❖ *Separación de los datos en las diversas dimensiones*. Siguiendo las recomendaciones de Taylor y Bogdan (1987) se registraron también las expresiones de los alumnos.

Resultados

I. Listado de los errores cometidos en la prueba

Los errores que se presentaron con mayor frecuencia fueron:

- ❖ Concluir erróneamente acerca de la existencia (o no) del límite sin analizar el valor de los límites laterales.
- ❖ Interpretar que el valor del límite es el valor que asume la función en un número. Ídem con los límites laterales.
- ❖ Interpretación errónea a partir del gráfico del valor del límite de una función. Ídem con los límites laterales.

- ❖ Errores en el uso del lenguaje simbólico: desconocimiento de la escritura correcta del símbolo “no existe”, omisión del símbolo de función al escribir el límite o los límites laterales.
- ❖ Errores al calificar y justificar una afirmación.
- ❖ Omitir la calificación de la proposición aun cuando la respuesta era correcta.
- ❖ No interpretar la consigna.

2. Generación de las dimensiones de la variable **Controlar**

De la lectura de las respuestas a la pregunta abierta surgieron los siguientes temas: “Propuesta de mecanismos de autorregulación, Advertencia de error en el concepto de límite y en el cálculo de los límites laterales, Advertencia de la necesidad del cálculo de límites laterales frente a un salto de la gráfica de la función, Toma de conciencia del error y su corrección, Toma de conciencia de falta de estudio, Toma de conciencia de errores a enmendar para poder avanzar en el aprendizaje, Contribución de la tarea para descubrir otras forma de obtener la solución, Necesidad de afianzar el aprendizaje de lectura de gráficos, Falta de tiempo para realizar la tarea.”

Delimitados los nuevos temas, apoyándose en principios del marco teórico y en la experiencia de las docentes se determinaron las siguientes *dimensiones de estudio* para la variable *Controlar*: a) Toma conciencia del error y lo enmienda en ese momento; b) Toma conciencia que podrá enmendar el error después de estudiar el tema; c) No cometió error pero la tarea contribuyó a ver otras formas de llegar a la respuesta; d) El error cometido permitió descubrir mecanismos de autorregulación.

Codificación de los datos: La asignación de los datos al sistema resultante de dimensiones y subdimensiones encerró una vertiente interpretativa. Una lectura atributiva permitió asignar cada registro a una de ellas, recurriendo a un sistema de identificación que hizo rápida y fácil la *separación de los datos en las diversas dimensiones*. Se reunieron los datos codificados pertenecientes a cada dimensión y subdimensión, registrándose las expresiones volcadas por los alumnos.

3. Grado de desarrollo alcanzado por cada alumno en las habilidades **Recodificar e Interpretar**

Desarrollo de las habilidades Recodificar e Interpretar

Fue muy bajo el porcentaje de alumnos con GD alto en ambas habilidades como se evidencia en la siguiente Tabla:

Distribución de frecuencias del valor del indicador I para valorar el GD de las variables Recodificar e Interpretar		
Valor de I	Vble. Recodificar	Vble. Interpretar
$0 \leq I \leq 0,3$	29 (42%)	27 (39 %)
$0,3 < I < 0,7$	23 (33%)	22 (32 %)
$0,7 \leq I < 1.$	17 (25 %)	20 (29 %)

4. Grado de desarrollo alcanzado en la habilidad **Controlar**

El 100 % de los estudiantes realizó la tarea de control de la actividad realizada.

Algunos registros textuales levantados de los protocolos de los estudiantes que dieron origen a las dimensiones de la variable *Controlar* fueron:

❖ *Toma conciencia del error y lo enmienda en ese momento:*

“Me equivoqué porque no sabía un buen método de justificación. Ahora lo comprendo”, “Pensé que en el concepto de límite debía considerar el valor de la función en el punto”, “Mis errores fueron producto de analizar mal la condición de existencia del límite... Pero recalco que en este trabajo logré despejar algunas dudas, logrando así un mejor manejo del tema”, “En algunos casos como en los puntos b y c tenía confusión con los puntos abiertos y cerrados”.

❖ *Toma conciencia que podrá enmendar el error después de estudiar el tema:*

“Mi error fue falta de lectura de la teoría y ejercitación, tendré que hacerlo para entender bien el tema, ...”, “Considero que me falta aún corregir la manera de justificar y de expresarme mediante símbolos matemáticos...”, “... Tengo que afianzar más los conceptos y la lectura de gráficas”.

❖ *No cometió error pero la tarea contribuyó a ver otras formas de llegar a la respuesta:*

“A este tema lo entiendo muy bien y me gusta. También me ayudó a ver otras formas de justificación”; “Las respuestas estaban bien pero afiancé los conceptos aprendidos e incorporé algunos como qué significa el salto finito”.

❖ *El error cometido permite descubrir mecanismos de autorregulación:*

“Tomé conciencia de mis errores ... cada vez que tenga una actividad debo pulirla hasta que entienda lo que dice la consigna y escribir al lado todo con palabras”, “Esta experiencia me sirvió para darme cuenta de que tengo que prestar más atención al analizar los gráficos para no cometer errores al intentar hacer las cosas rápido”, “Sí tomé conciencia los errores que cometí, porque después de ver la corrección en el pizarrón me di cuenta que debo estudiar y prestar más atención a las clases teóricas”

La lectura de estos registros indica que la actividad propuesta favoreció el control de la tarea.

Conclusiones

De acuerdo a los resultados, la experiencia realizada resultaría adecuada como estrategia de autoevaluación a implementar en aulas masivas, dado que disminuye la tarea de corrección del docente y el tiempo de implementación no supera los 50 minutos.

Actividades semejantes a las aquí presentadas podrían llevarse a cabo para realizar la integración de los contenidos de cada unidad de la asignatura Matemática I. También, es aplicable en aulas del Nivel Medio y Superior de esta u otras disciplinas.

Estos resultados constituyen un aporte para obtener las conclusiones del proyecto mediante triangulación de evidencias con datos de otras fuentes.

Referencias bibliográficas

Delgado, J. R. (2001). Los procedimientos generales matemáticos. En H. Hernández Fernández, J. R. Delgado Rubí y B. Fernández de Alaíza (Eds), *Cuestiones de Didáctica de la Matemática. Conceptos y procedimientos en la educación Polimodal y Superior* (pp. 69-87). Argentina: Homo Sapiens.

González de Galindo, S. y Villalonga de García, P. (2010). Metacognición: diseño de un material curricular para aulas multitudinarias. *Revista electrónica de Investigación en Educación en Ciencias* 5 (2), 58-68.

González de Galindo, S., Holgado de Mejail, L. y Villalonga de García, P. (2013). *Regulación continua del aprendizaje del cálculo y rendimiento académico en alumnos universitarios de primer año*. Comunicación presentada en la XXVII Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa. Buenos Aires.

González de Galindo, S., Villalonga de García, P., Marcilla, M. y Holgado de Mejail, L. (2012). *Diario del profesor: instrumento para analizar la práctica docente de matemática*. En prensa. Acta de la X Conferencia Argentina de Educación Matemática (2014). Buenos Aires.

Hernández Fernández, H., Delgado Rubí, J., Valverde Ramírez, L. y Rodríguez Hung, T. (2001). Un recurso metacognitivo para resolución de problemas en matemática: el autocontrol. En H. Hernández Fernández, J. R. Delgado Rubí y B. Fernández de Alaíza (Eds). *Cuestiones de Didáctica de la Matemática. Conceptos y procedimientos en la educación Polimodal y Superior* (pp. 107-120). Argentina: Homo Sapiens.

N.C.T.M. (1995). *Assessment Standards for School Mathematics*. Recuperado el 11 de abril de 2003 de <http://standards.nctm.org/Previous/AssStds/index.htm>.

Samaja J. (2003). *Epistemología y metodología. Elementos para una teoría de la investigación científica*. 3° edición. 3° reimpresión. Buenos Aires: Eudeba.

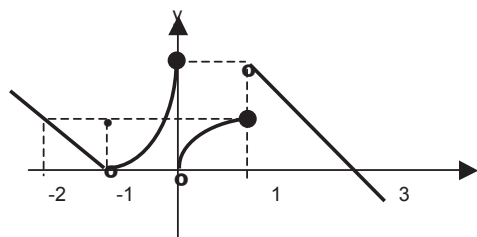
Talízina, N. (1989). Citado por Pérez Pantaleón, G. (1997). *Un sistema didáctico para la enseñanza de la matemática en la carrera de Arquitectura sustentado en el enfoque histórico-cultural y aspectos de la psicología cognitiva*. Tesis de maestría no publicada, Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría. La Habana-Cuba.

Taylor S. y Bogdan R. (1987). *Introducción a los métodos cualitativos de investigación. La búsqueda de significados*. Barcelona: Paidós.

Villalonga de García, P., González de Galindo, S. y Mercau de Sancho, S. (2014). Estrategia didáctica que favorece la metacognición en aulas masivas: Encuesta a alumnos. *Revista Archivos de Bioquímica, Química y Farmacia*. 23(1), 9-21.

Villalonga de García, P., González de Galindo, S. y Mercau de Sancho, S. (2012). *Construcción de un modelo que orienta, en el área matemática, el desarrollo de la metacognición*. En prensa. Acta de la X Conferencia Argentina de Educación Matemática (2014). Buenos Aires.

Apéndice



Dada la gráfica de la función f , analiza si existe error en las siguientes afirmaciones. Si encuentras error, explica cuál es y escribe la afirmación correcta:

a) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 1$ b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ existe

c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ no existe d) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$

e) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1)$